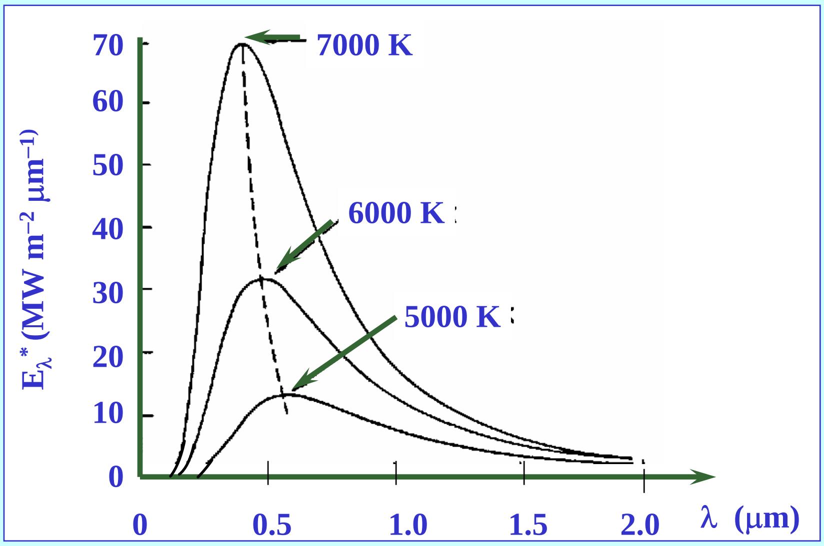
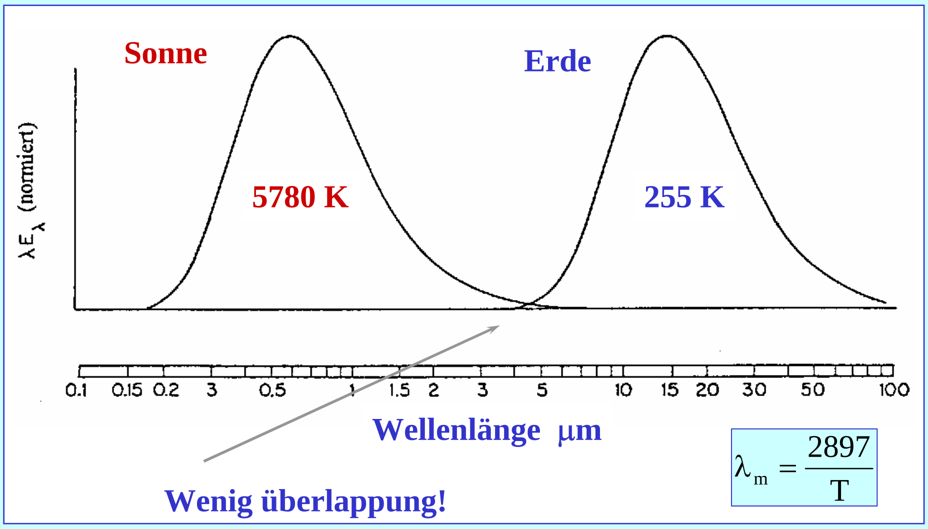
Emissions-Spectrum für Schwarzkörper mit verschiedenen Temperaturen



Normalisierte Schwarzkörper-Spektrum für die Sonne und die Erde



Stefan-Boltzmann's law

Integrieren $E_\lambda{}^* = \dfrac{c_1}{\lambda^5\left[\exp(c_2/\lambda T) - 1\right]}$ **über Wellenlängen**

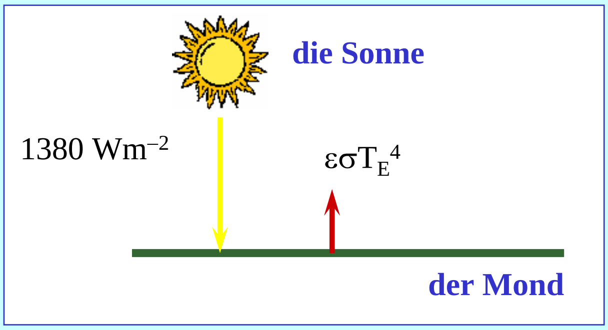
$$\boxed{E^* = \sigma T^4}$$

Stefan-Boltzman Gesetz

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{Wm}^{-2}\ \mathrm{K}^{-4}$

Stefan-Boltzmann-Konstante

Beispiel der Anwendung des Kirchhoff'schen Gesetzes



- **Berechnet werden soll die Oberflächentemperatur T_E einer "grauen" ebenen Fläche (a_λ = 0,9) auf dem Mond.**
- **Es wird angenommen, daß die einfallende solare Strahlung senkrecht auf die Fläche trifft und daß die Fläche im Strahlungsgleichgewicht ist.**

- Da der Mond keine Atmosphäre besitzt, gibt es nur die solare Strahlung.
- Für Strahlungsgleichgewicht gilt

$$E\,(\text{absorbiert}) = E\,(\text{emittiert})$$

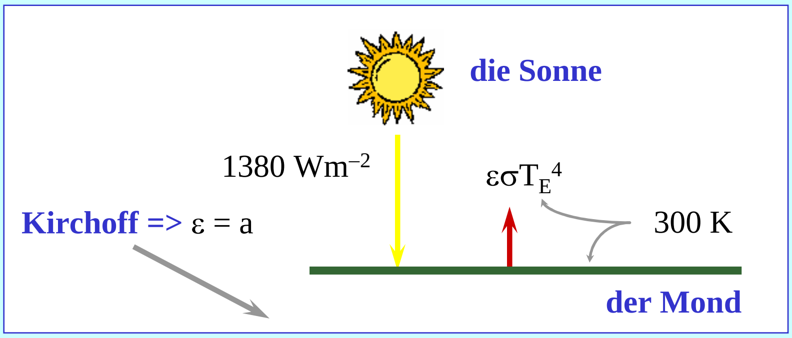
$$a\,S = \varepsilon\sigma\, T_E^{\,4}\,.$$

Nach dem Kirchhoff'schen Gesetz ist $a = \varepsilon$

die **Strahlungsgleichgewichtstemperatur**

$$T_E = \left(\frac{1380\ \text{Wm}^{-2}}{\sigma}\right)^{1/4} = 395\ \text{K}$$

- Nun nehme ich an, daβ die Temperatur der Oberfläche nur 300 K ist.
- Deshalb ist die Fläche **nicht** im Strahlungsgleichgewicht; d.h. die netto Abstrahlung wird **nach unten gerichtet sein** :

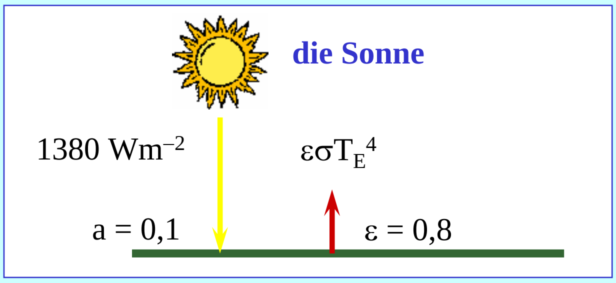


$$E_{netto}\downarrow = a\,S\downarrow - a\sigma\,T^4\uparrow$$

$$= 1242\ \text{Wm}^{-2} - 412\ \text{Wm}^{-2} = 830\ \text{Wm}^{-2}.$$

- **Wenn der Absorptionsgrad von der Wellenlänge abhängig ist, kann die Situation ganz anders sein.**

- **Ich nehme an, daß der Absorptionsgrad für Solarstrahlung** 0,1 **ist, und** 0,8 **im IR-Bereich ist.**
- **Hier benutzen wir die spektrale Trennung zwischen solare und terrestrische Strahlung.**



- **Die Strahlungsgleichgewichttemperatur kann man folgendermaßen berechnen:**

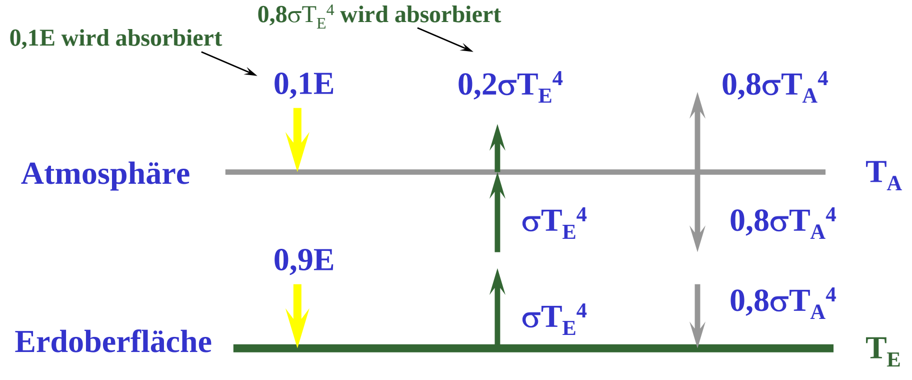
$$E\,(\text{absorbiert}) = E\,(\text{emittiert})$$
$$0{,}1\,S = 0{,}8\,\sigma T_E^4 .$$

T = 235 K **(Vgl.** 395 K**)**

Einfluß der Atmosphäre

- **Nun berechne ich die Strahlungsgleichgewichtstemperaturen der Erdeoberfläche und der Atmosphäre unter der Annahme, daß:**
  - **die Atmosphäre als dünne Schicht mit einem Absorptionsgrad von** 0,1 **für solare Strahlung und** 0,8 **für terrestrische Strahlung ist.**
  - **Die Erdoberfläche soll bei allen Wellenlängen wie ein schwarzer Körper strahlen.**
  - **Die solare Strahlung, die netto vom System Erde-Atmosphäre absorbiert wird, sei** $E = 241\ \mathrm{Wm}^{-2}$.

Der Strahlungsgleichgewichtstemperaturen von Atmosphäre und Erdoberfläche



Strahlungs-gleichgewicht

Erdoberfläche $\Rightarrow$ $0{,}9\,E + 0{,}8\,\sigma T_A^{\,4} = \sigma T_E^{\,4}$

Atmosphäre $\Rightarrow$ $0{,}1\,E + 0{,}8\,\sigma T_E^{\,4} = 2\left(0{,}8\sigma T_A^{\,4}\right)$

$$2 \times \quad 0{,}9\,E + 0{,}8\,\sigma T_A^{\,4} = \sigma T_E^{\,4} \quad + \quad 0{,}1\,E + 0{,}8\,\sigma T_E^{\,4} = 2\left(0{,}8\sigma T_A^{\,4}\right)$$

lösen nach T_E auf

$$\Rightarrow \quad T_E = \left(\frac{1{,}9E}{1{,}2\sigma}\right)^{1/4} \quad \Rightarrow \quad T_E = 286\ \text{K}$$

Die Strahlungsgleichgewichtstemperatur der Atmosphäre

$$\Rightarrow \quad T_A = \left(\frac{0{,}1E + 0{,}8\sigma\, T_E^{\,4}}{1{,}6\,\sigma}\right)^{1/4}$$

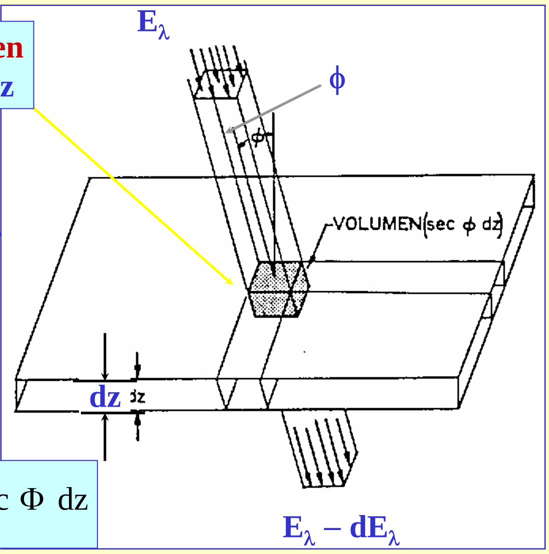
$$\Rightarrow \quad T_A = 245\ \text{K}$$

- **Die Temperatur der Erdoberfläche** (286 K) **ist wesentlich höher als die effektive Strahlungstemperatur der Erde** (245 K).

Abschwächung eines einfallenden Strahlenbündels durch Absorption in einer infinitesimal dünnen Schicht

Volumen sec ϕ dz

In dem Volumen ist die Masse $-\rho \sec \Phi\, dz$ (ρ = **Gasdichte) enthalten.**



Absorptionskoeffizient

$$da_\lambda = -\frac{dE_\lambda}{E_\lambda} = -k_\lambda\, \rho \sec \Phi\ dz$$

$$da_\lambda = -\frac{dE_\lambda}{E_\lambda} = -k_\lambda\ \rho \sec \Phi\ dz$$

- **Der Absorptionskoeffizient ist ein Maß dafür, wieviele der Gasmoleküle Strahlung der Wellenlänge λ absorbieren.**
- k_λ **hängt von der Zusammensetzung, von der Temperatur und vom Druck im Gas innerhalb der Schicht ab.**
- **Die Einheit von** k_λ **ist** m^2 pro kg ->
- **Das Produkt** $k_\lambda \rho dz$ **ist dimensionslos.**

Nun soll $$da_\lambda = -\frac{dE_\lambda}{E_\lambda} = -k_\lambda\ \rho \sec\ \Phi\ dz$$

von der Höhe z **bis zur Obergrenze der Atmosphäre integriert**

$$\Rightarrow \quad \ln E_{\lambda\infty} - \ln E_\lambda = \sec \Phi \int_z^\infty k_\lambda\ \rho\ dz$$

$$\Rightarrow \quad E_\lambda = E_{\lambda\infty} \exp(-\sigma_\lambda)$$

$$\sigma_\lambda = \sec \Phi \int_z^\infty k_\lambda\ \rho\ dz$$

Diese Beziehung wird häufig als Bouguer-Lambert-Gesetz oder Beer'sches Gesetz bezeichnet.

Sie sagt aus, daß die Strahlungsflußdichte monoton mit der Weglänge durch die Schicht abnimmt.

- **Die dimensionslose Größe σ_λ wird optische Dicke genannt.**
- **Sie ist ein Maß für die Abschwächung, die das Strahlenbündel beim Durchqueren der Schicht erfährt.**
- **Durchquert der Strahl eine Schicht mit der optischen Dicke $\sigma_\lambda = 1$, wird er um den Faktor e abgeschwächt.**
- **Der Transmissionsgrad der Gasschicht, die über der Höhe z liegt, ergibt sich zu**

$$\tau_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{\lambda\infty}} = e^{-\sigma_\lambda}$$

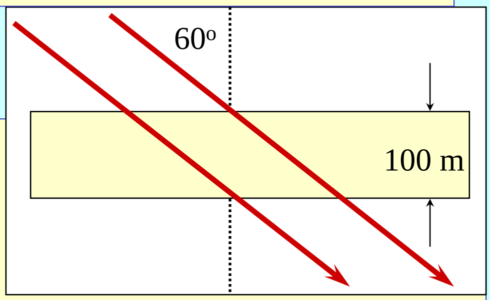
- **der Absorptionsgrad sich (bei vernachlässigbarer Streuung) mit zunehmender optischer Dicke 1 annähert.**

$$a_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\sigma_\lambda}$$

- **Für Wellenlängen in der Nähe des Zentrums der Absorptionslinien ist k_λ so groß, daß eine sehr kurze Weglänge ausreicht, um die gesamte einfallende Strahlung zu absorbieren.**
- **Für Wellenlängen außerhalb der Absorptionslinien ist die Weglänge, bei der eine merkliche Absorption auftritt, um viele Größenordnungen größer.**

Beispiel

- **Parallele Strahlung durchquert eine** 100 m **dicke Schicht, die ein Gas der mittleren Dichte** 0,1 kg m^{-3} **enthalten soll.**
- **Die Strahlrichtung weicht** 60° **von der Normalen ab.**



- **Berechnet werden soll:**

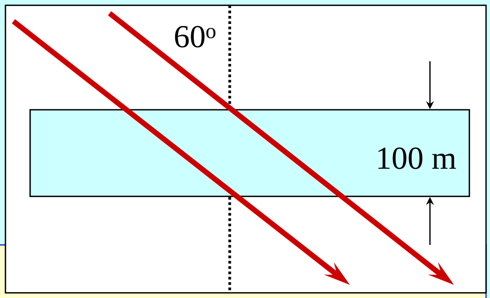
  - die optische Dicke,

  - der Transmissionsgrad

  - der Absorptionsgrad der Schicht

  bei den Wellenlängen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.
- **Die Absorptionskoeffizienten betragen** 10^{-3}, 10^{-1} **und** 1 $m^2\,kg^{-1}$**.**

- **Dichte und Absorptionskoeffizienten hängen nicht von der Weglänge durch die Schicht.**



optische Dicke

$$\sigma_\lambda = \rho\, k_\lambda\, \sec\Phi \int_{\text{Schicht}} dz$$

$$\sigma_\lambda = 0{,}1\ \text{kg m}^{-3} \cdot \frac{1}{\cos 60°} \cdot 100\ \text{m} \cdot k_\lambda ,$$

$$\tau_\lambda = e^{-\sigma_\lambda}, \quad a_\lambda = 1 - \tau_\lambda\ .$$

Setzt man die Werte für $k_{\lambda 1}, k_{\lambda 2}, k_{\lambda 3}$ **, ein, erhält man**

	$\lambda = \lambda_1$	$\lambda = \lambda_2$	$\lambda = \lambda_3$
σ_λ	0,02	2	20
τ_λ	0,98	0,135	$2 \cdot 10^{-9}$
a_λ	0,02	0,865	1,00

- **Die nichtlineare Beziehung** $a_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\sigma_\lambda}$ **zwischen Absorptionsgrad und optischer Dicke bewirkt, daß für größere Weglängen die einzelnen Linien im Absorptions-spektrum (graphische Darstellung von** a_λ **in Abhängigkeit von** λ**) zu Absorptionsbanden anwachsen.**
- **(s. Wallace und Hobbs, Abschnitt 6.6.1, S. 298f.).**

Indirekte Bestimmung des solaren Spektrums

- **Die indirekte Berechnung der Obergrenze der Atmosphäre aus den Messungen auf der Erdoberfläche ist ein interessantes Beispiel zur Anwendung des Beer'schen Gesetzes.**
- **Solche Berechnungen wurden recht erfolgreich über viele Jahre durchgeführt, bevor mit Hilfe von Satelliten die unbeeinflußte Sonnenstrahlung direkt gemessen werden konnte.**

Die Gleichung $\ln E_{\lambda\infty} - \ln E_\lambda = \sec\Phi \int_z^\infty k_\lambda\, \rho\, dz$

läßt sich auch in folgender Form schreiben

$$\ln E_\lambda = \ln E_{\lambda\infty} - \sec\Phi \int_z^\infty k_\lambda\, \rho\, dz$$

- **Die Sonnenstrahlung wird durch die atmosphärischen Bestandteile nicht nur absorbiert, sondern auch gestreut.**
- **Der Koeffizient** k_λ **schließt deshalb in diesem Ausdruck beide Effekte ein.**
- **Man bezeichnet** k **dann als Extinktionskoeffizien.**
- **Wie wird diese Gleichung verwendet?**

$$\ln E_\lambda = \ln E_{\lambda\infty} - \sec\Phi \int_z^\infty k_\lambda\, \rho\, dz$$

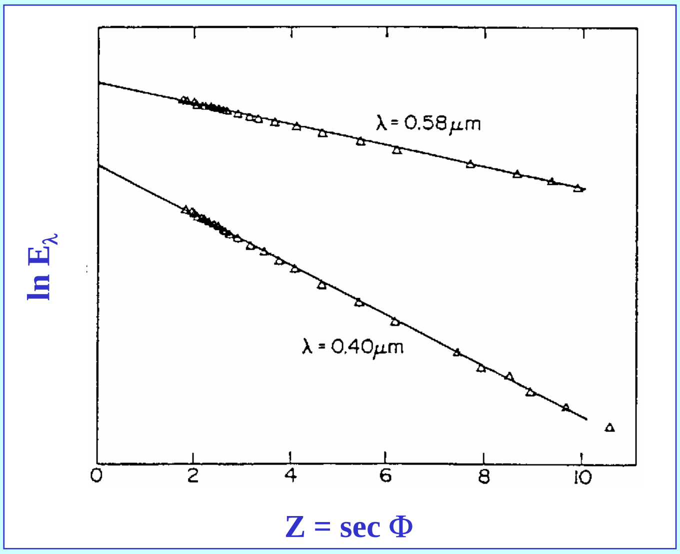
- E_λ **wird über einen ganzen Tag an einer Bodenstation in kurzen Zeitabständen gemessen.**
- **Während dieser Periode ändert sich der numerische Wert des Integrals in der obigen Beziehung nur sehr wenig im Vergleich zu den Änderungen des Zenitwinkels der Sonne.**
- **Deshalb gilt in guter Näherung**

$$\ln E_\lambda = A - BZ$$

A, B **Konstanten**

$Z = \sec\Phi$

Wenn man die Meßwerte von E **logarithmisch in Abhängigkeit von** $\sec\Phi$ **aufträgt, ergibt sich eine abfallende Gerade.**



Spektrale Bestrahlungsstärke der solaren Strahlung, gemessen am Boden bei ungehinderter Einstrahlung und gleichbleibenden atmosphärischen Bedingungen (Langley-Plot).

Bestimmung der Bestrahlungsstärke an der Obergrenze der Atmosphäre

- Die Weglänge der solaren Strahlung durch die Atmosphäre ist direkt proportional zu Z.
- Man kann die Bestrahlungsstärke an der Obergrenze der Atmosphäre ermitteln, wenn man die Geraden bis zum Punkt $Z = 0$ extrapoliert.
- Der Punkt $Z = 0$ entspricht der Weglänge null durch die Atmosphäre.

Absorption von solarer Strahlung

- **Wir untersucht nun die Veränderung von paralleler Sonnenstrahlung in einer gut durchmischten isothermen Atmosphäre, in der k_λ unabhängig von der Höhe ist.**
- **In einer isothermen Atmosphäre gilt** $\rho = \rho_0 \exp(-z/H)$.
- ρ_0 **= Dichte im Meeresniveau.**
- **Setzt man** $\rho = \rho_0 \exp(-z/H)$ **in** $\sigma_\lambda = \sec\Phi \int_z^\infty k_\lambda \, \rho \, dz$

$$\sigma_\lambda = k_\lambda \, \rho_0 \int_z^\infty \exp\left(-z/H\right) dz$$

$$\sigma_\lambda = H \, k_\lambda \, \rho_0 \exp\left(-z/H\right)$$

Der absorbierte Teil der einfallenden Strahlung in einer beliebigen (dünnen) Atmosphärenschicht ist durch

$$dE_\lambda = E_{\lambda\infty} \, \tau_\lambda \, da_\lambda$$

τ_λ = **Transmissionsgrad des Teils der Atmosphäre, der über der betreffenden Schicht liegt.**

Nun $\tau_\lambda = \dfrac{E_\lambda}{E_{\lambda\infty}} = e^{-\sigma_\lambda}$

$\rho = \rho_0 \exp(-z/H)$

$$da_\lambda = -\frac{dE_\lambda}{E_\lambda} = -k_\lambda \, \rho \sec\Phi \, dz$$

$$dE_\lambda = \left(E_{\lambda\infty} \, k_\lambda \, \rho_0\right) e^{-z/H} \, e^{-\sigma_\lambda} \, dz$$

$$dE_\lambda = \left(E_{\lambda\infty}\, k_\lambda\, \rho_0\right) e^{-z/H}\, e^{-\sigma_\lambda}\, dz$$

$$\sigma_\lambda = H k_\lambda \rho_0 \boxed{\exp(-z/H)}$$

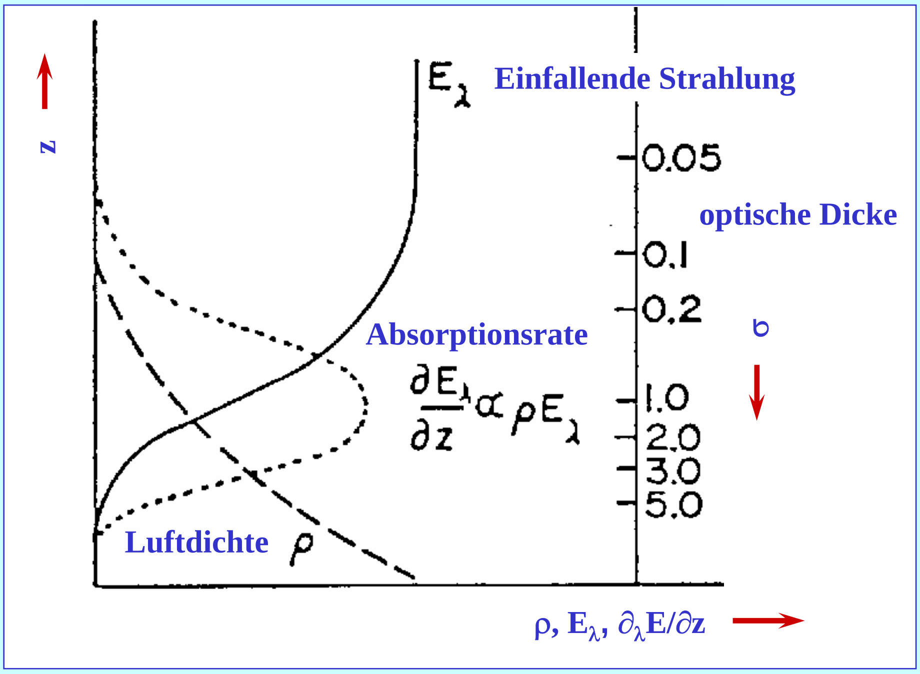
$$\frac{dE_\lambda}{dz} = \frac{E_{\lambda\infty}}{H} \sigma_\lambda\, e^{-\sigma_\lambda}$$

- E_λ = **die Strahlungsenergie, die von der Schicht absorbiert ist.**
- E_λ **wird in Abhängigkeit von der optischen Dicke gegeben.**
- **In der Höhe, in der die Absorption am stärksten ist (**dE_l/dz **ein Maximum) , gilt**

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{dE_\lambda}{dz}\right) = \frac{E_{\lambda\infty}}{H} \frac{d}{dz}\left(\sigma_\lambda\, e^{-\sigma_\lambda}\right) = 0 \qquad \frac{d}{dz}\left(\sigma_\lambda\, e^{-\sigma_\lambda}\right) = \frac{d}{d\sigma_\lambda}\left[\sigma_\lambda\, e^{-\sigma_\lambda}\right]\frac{d\sigma_\lambda}{dz}$$

Die stärkste Absorption findet bei $\sigma_\lambda = 1$ **statt , d.h. in der Höhe, in der die optische Dicke eins ist.**

- **Das nächstes bild zeigt das Vertikalprofil der Absorptionsrate** $\partial_\lambda E/\partial z$ **zusammen mit der vertikalen Änderung von** E_λ **und** ρ**.**
- **Es gilt für eine isotherme Atmosphäre mit höhen-unabhängigem Extinktionskoeffizienten** k_λ.



$$da_\lambda = -\frac{dE_\lambda}{E_\lambda} = -k_\lambda \, \rho \sec \Phi \; dz$$

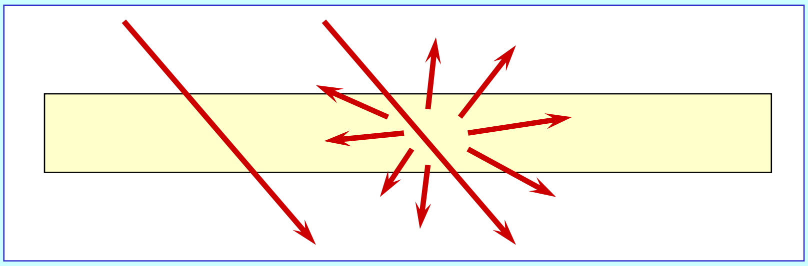
$$\frac{\partial E_\lambda}{\partial z} \sim E_\lambda \rho$$

- **In den Höhen, wo $\sigma_\lambda << 1$ ist, wird der einfallende Strahl nicht abgeschwächt =>**
- **die Dicke ist so niedrig, daß es zu wenige Moleküle gibt, um nennenswerte Absorption zu produzieren.**
- **In den Höhen mit $\sigma_\lambda >> 1$ gibt es zwar keinen Mangel an Molekülen, aber dort bleibt nur mehr sehr wenig Strahlung zur Absorption übrig.**

- Je größer der Wert des Absorptionskoeffizienten **k** ist, desto kleiner ist die Dichte, die zur Entstehung von nennenswerter Absorption nötig ist, und desto höher liegt das Niveau, in dem die optische Dicke eins wird.
- Für kleine Werte von k_λ kann die Strahlung die gesamte Atmosphäre durchqueren, ohne daß die optische Dicke eins erreicht.
- Die Annahme einer isothermen Atmosphäre mit einem konstanten Absorptionskoeffizienten wurde gemacht, um die obige Herleitung mathematisch zu vereinfachen.
- Es stellt sich jedoch heraus, daß auch für realistische Vertikalprofile von T und k_λ das Ergebnis zumindest qualitativ richtig bleibt => d. h. der größte Teil der Absorption findet auf dem Teil des Strahlungsweges statt, wo die optische Dicke in der Größenordnung von eins liegt.

Streuung von solarer Strahlung

Sei ds ist der Teil der (parallelen) Strahlung, der beim Durchqueren einer dünnen Schicht gestreut wird.



Es ist möglich, eine Beziehung analog zu

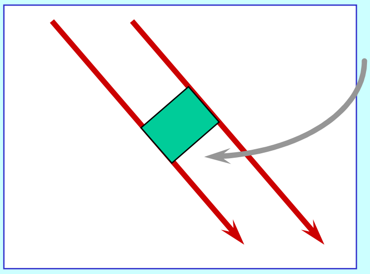
$$da_\lambda = -\frac{dE_\lambda}{E_\lambda} = -k_\lambda \rho \sec\Phi \, dz$$

für ds_λ zu formulieren.

Die Beziehung lautet

$$ds_\lambda = \frac{dE_\lambda}{E_\lambda} = KA \sec\Phi dz$$

dimensionsloser Koeffizient



Querschnittsfläche die die Teilchen in einem Einheits-volumen senkrecht einfallender Strahlung zur Verfügung stellen.

K spielt die Rolle eines Streukoeffizienten, der das Verhältnis des effektiven Streuquerschnitts der Teilchen zu deren geometrischen Querschnitt angibt.

Durch Integration von

$$ds_\lambda = \frac{dE_\lambda}{E_\lambda} = KA \sec\Phi dz$$

erhält man analog zu

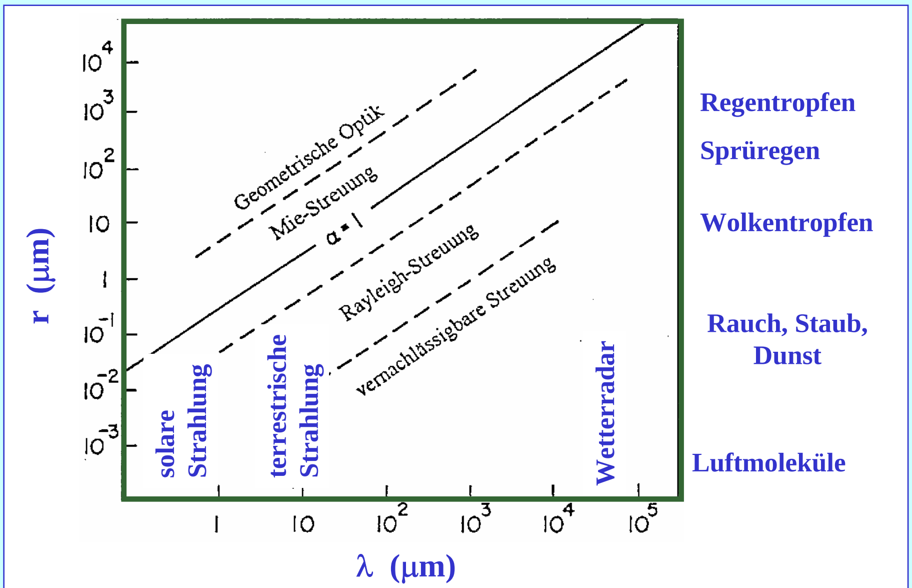
$$\ln E_\lambda = \ln E_{\lambda\infty} - \sec\Phi \int_z^\infty k_\lambda \, \rho \, dz$$

$$E_\lambda = E_{\lambda\infty} \exp(-\sigma_\lambda)$$

$$\tau_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{\lambda\infty}} = e^{-\sigma_\lambda} \qquad \text{und} \qquad a_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\sigma_\lambda}$$

die Beziehungen für τ_λ und s_λ.

- Zu jedem Zeitpunkt tragen verschiedene Teilchenformen und ein ganzes Spektrum von Teilchengrößen zum effektiven Streuquerschnitt bei. =>
- Es ist lohnend, den idealisierten Fall der Streuung durch kugelförmige Teilchen mit einheitlichem Radius r zu betrachten.
- In diesem Fall hängt K vor allem von dem dimensionslosen Größenparameter $\alpha = 2\pi r/\lambda$ ab.
- Dieser Parameter ist ein Maß für die Teilchengröße im Verhältnis zur Wellenlänge der einfallenden Strahlung.
- Das nächstes Bild zeigt die graphische Darstellung der Funktion $\alpha = \alpha\,(r, \lambda)$.

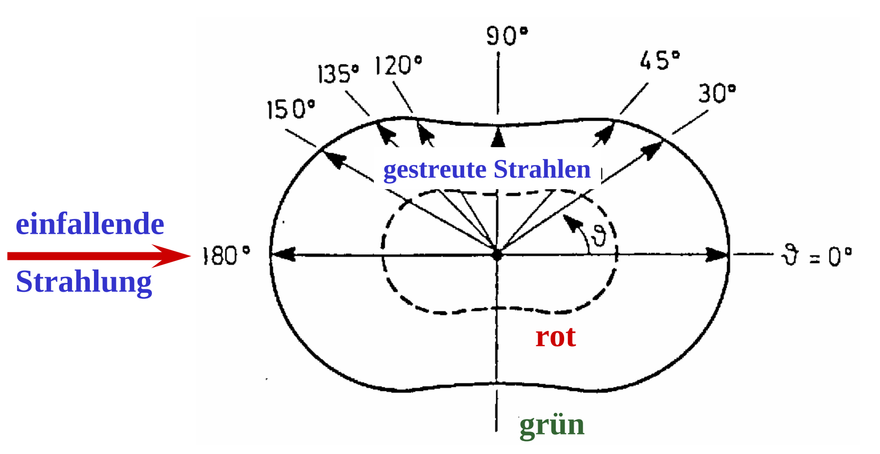


Der Größenparameter in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ und dem Teilchenradius r.

Rayleigh-Streuung

- **Für den Spezialfall $\alpha \ll 1$ zeigte Rayleigh , daß K proportional zu α^4 ist und daß sich die gestreute Strahlung gleichmäßig zwischen dem vorderen und dem rückwärtigen Halbraum aufteilt.**
- **Die Streuung von solarer Strahlung durch die Luftmoleküle zu dieser sogenannten Rayleigh-Streuung zu rechnen ist.**
- **Interessant ist, das durch die Luftmoleküle gestreute dunkelblaue ($\lambda \approx 0{,}47\ \mu m$) und rote ($\lambda \approx 0{,}64\ \mu m$) Licht zu vergleichen:**

$$\frac{K(\text{blau})}{K(\text{rot})} = \left(\frac{0{,}64}{0{,}47}\right)^4 = 3{,}45$$



Rayleigh-Streufunktion für grünes und rotes Licht

$$\frac{K(\text{blau})}{K(\text{rot})} = \left(\frac{0{,}64}{0{,}47}\right)^4 = 3{,}45$$

- => der Anteil von kurzwelligem Licht in der Strahlung, die durch die Luftmoleküle gestreut ist, ist wesentlich größer als der langwellige Anteil.
- Dadurch erklärt sich die blaue Farbe des Himmels, von Schatten und entfernten Gegenständen.
- Auf gleiche Weise wirkt sich der hohe langwellige Anteil in der nicht gestreuten solaren Strahlung aus:
- Gegenstände in direkt von der Sonne kommendem Licht erscheinen rötlich oder orange, besonders bei tiefstehender Sonne (Sonnenaufgang bzw. Sonnenuntergang), wenn die Strahlung einen langen Weg durch die Atmosphäre zurücklegt.

Streuung der Strahlung im Mikrowellenbereich

- Die Streuung der Strahlung im Mikrowellenbereich durch Regentropfen gehört ebenfalls zur Rayleigh-Streuung.
- Die starke Zunahme von K mit steigender Tropfengröße ermöglicht die Unterscheidung zwischen Niederschlags-tropfen und den kleineren Wolkentropfen.
- Diese Tatsache wird bei der Anwendung des Wetterradars ausgenutzt.

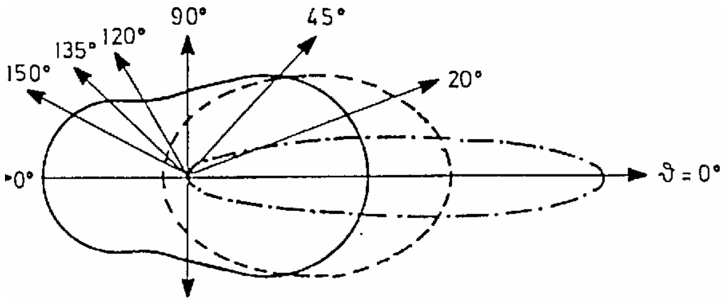
- **Für** $\alpha \geq 50$, $K \approx 2$ **kann die Winkelverteilung der gestreuten Strahlung durch die Gesetze der geometrischen Optik beschrieben werden.**
- **Die Streuung der sichtbaren Strahlung durch Wolkentropfen, Regentropfen und Eispartikel fällt in diesen Bereich.**
- **Dabei entstehen optische Phänomene wie Regenbogen, Halos usw. (vgl. nächster Abschnitt).**
- **Für Werte von** α **zwischen** 0,1 **und** 50 **muß die Streuung mit Hilfe einer allgemeineren Theorie erklärt werden.**
- **Charakteristisch für diese sogenannte Mie-Streuung ist, daß** K **mit zunehmenden** α **stark schwankt.**

Mie-Streuung

- **Die Streuung des Sonnenlichts an Dunst-, Rauch- und Staubteilchen gehört normalerweise zur Mie-Streuung.**
- **Im Gegensatz zu den Luftmolekülen streuen diese Teilchen solare Strahlung fast unabhängig von der Wellenlänge.**
- **Dunst und Staub wirken daher in der Atmosphäre je nach Dichte weiß bis grau.**
- **Da die Dunstpartikel die solare Strahlung vor allem vorwärts streuen, d.h. nur wenig aus der ursprünglichen Richtung ablenken, ist ein dunstiger Himmel um die Sonne herum am hellsten.**

einfallende

Strahlung



Streufunktion für Aerosolpartikeln,

————	r = 0,05 µm,
– – – – – –	r = 0,1 µm,
– · – · – · –	r = 0,5 µm.

Die Winkelverteilung der gestreuten Strahlung ist sehr kompliziert und ändert sich schnell mit α, dabei ist die Vorwärtsstreuung stärker als die Rückwärtsstreuung.

Andere physikalische Vorgänge

- **Es ist klar, daß der Energietransport durch Strahlung eine wichtige und sehr komplizierte Rolle in der globalen Energiebilanz spielt.**
- **Aber die Temperaturen, die auf der Erdoberfläche beobachtet sind, weichen in großen Teilen der Atmosphäre stark von der Strahlungsgleichgewichtstemperatur ab**
- **Jedoch müssen auch andere physikalische Vorgänge von Bedeutung sein.**
- **Im nächsten Kapitel werde ich die globale Energiebilanz einschließlich dieser Faktoren erläutern, um die beobachtete Temperaturverteilung erklären zu können.**

Ende