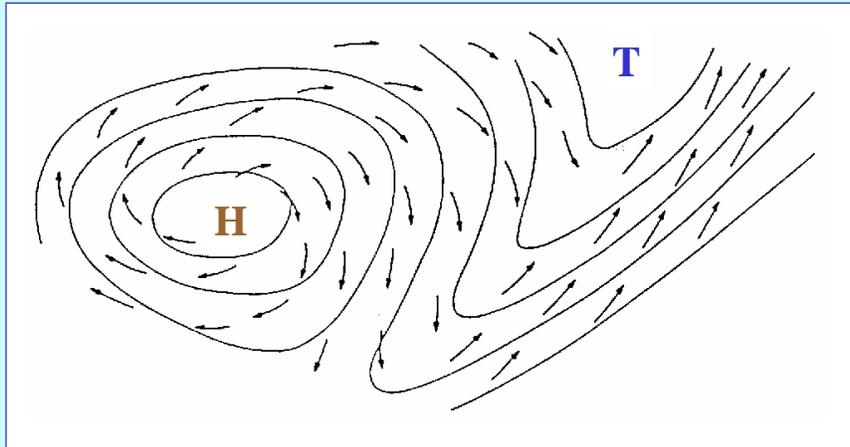




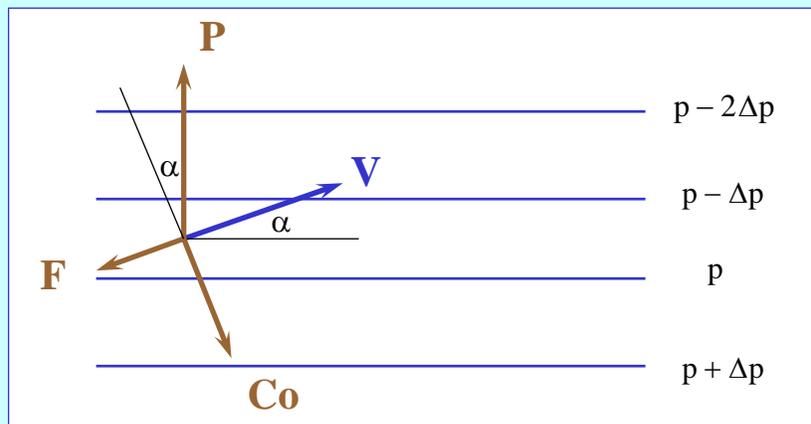
Die Wirkung der Reibungskraft

- Innerhalb der **planetarischen Grenzschicht** bzw. **Reibungsschicht** bewirkt die **Reibungskraft** eine **Abbremsung** des Windes unter den **geostrophischen Wert**.
- Die **Windgeschwindigkeit** ist besonders in **Bodennähe** **subgeostrophisch** und nähert sich bis zur **Obergrenze der Reibungsschicht** in **ungefähr 1000 bis 1500 m Höhe** dem **geostrophischen Wert** an.
- Bei **verringert**er **Windgeschwindigkeit** ist auch die **Corioliskraft** **kleiner**, deshalb kann sie die **Druckgradientkraft** nicht mehr **ausbalancieren**.
- Dann gibt es eine **Windkomponenten** **quer zu den Isobaren** in **Richtung tieferen Druck**.

Die Wirkung der Reibungskraft



Die Wirkung der Reibungskraft



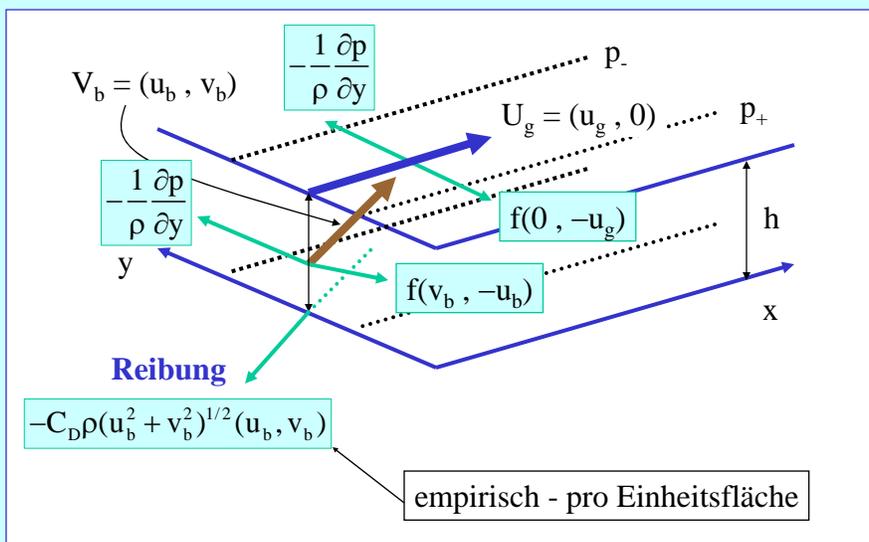
Wenn die drei Kräfte im Gleichgewicht sind, gilt

$$|\mathbf{F}| = |\mathbf{P}| \sin \alpha \quad |\mathbf{P}| \cos \alpha = |\mathbf{Co}| = f |\mathbf{V}| \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{F}| = f |\mathbf{V}| \tan \alpha$$

$$|\mathbf{F}| = f |\mathbf{V}| \tan \alpha$$

- Der Betrag der Reibungskraft ist vorwiegend von der Windgeschwindigkeit abhängig auch wenn der Ablenkungswinkel am Boden unterschiedlich sein kann.
- Über Land kann man im Mittel einen Ablenkungswinkel von 30° annehmen, wobei das Verhältnis V/V_g etwa 0,5 beträgt.
- Über See ist der Winkel gegen die Isobaren zumindest in mittleren und höheren Breiten recht gering ($10-20^\circ$) und die Windgeschwindigkeit erreicht durchschnittlich 70-80% des geostrophischen Wertes.

Einfache Theorie der Reibungsschicht



Reibungschichtkraft verteilt über der Reibungsschicht

$$-\frac{C_D \rho (u_b^2 + v_b^2)^{1/2} (u_b, v_b)}{\rho h} = -\frac{C_D}{h} (u_b^2 + v_b^2)^{1/2} (u_b, v_b)$$

Masse der schicht pro Einheitsfläche

Kraftbilanz in der Reibungsschicht

$$f(v_b, -u_b) + f(0, -u_g) - \frac{C_D}{h} (u_b^2 + v_b^2)^{1/2} (u_b, v_b) = \mathbf{0}$$

Zwei Gleichungen für u_b und v_b

Lösung als Übung

$$u_b = u_g - \frac{C_D}{fh} (u_b^2 + v_b^2)^{1/2} v_b$$

$$v_b = \frac{C_D}{fh} (u_b^2 + v_b^2)^{1/2} u_b$$

Lineare Reibung

$$u_b = u_g - \mu v_b$$

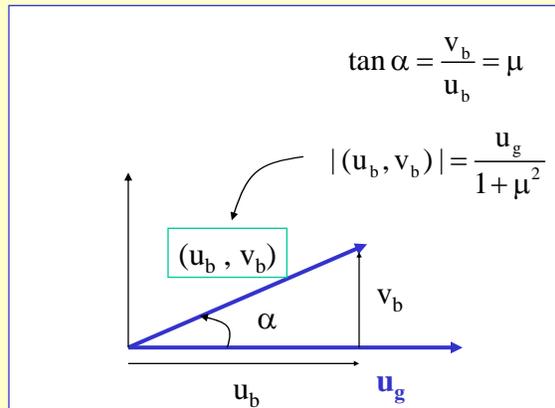
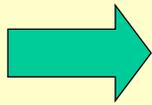
$$v_b = \mu u_b$$

$\mu = \text{Reibungskoeffizient}$

Vereinfachte Lösung

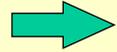
$$u_b = \frac{u_g}{1 + \mu^2}$$

$$v_b = \frac{\mu u_g}{1 + \mu^2}$$



Der thermische Wind

Die hydrostatische Gleichung lautet $\frac{dp}{dz} = -\rho g$


$$p(x, z, t) = p(x, 0, t) - g \int_0^z \rho(x, z', t) dz'$$



Je größer die Dichte ist, nimmt der Druck um so rascher mit der Höhe ab.



Der Druck nimmt schneller in kalter Luft ab als in warmer Luft.

$$p(x, z, t) = p(x, 0, t) - g \int_0^z \rho(x, z', t) dz'$$

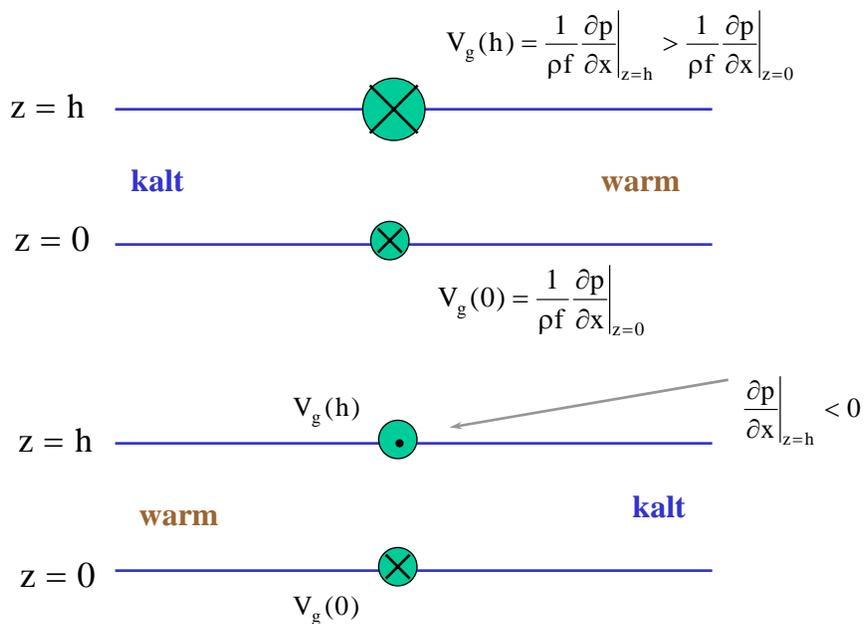
$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{z=h} = \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{z=0} - g \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial x}(x, z', t) dz'$$



In Gebieten mit horizontalen Dichtegradienten bzw. Temperaturgradienten ist der horizontale Druckgradient höhenabhängig.



Der geostrophischen Wind ist auch in solchen Gebieten höhenabhängig.



geostrophisch

hydrostatisch

$$fV_g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$\frac{\partial}{\partial z} \Rightarrow$

$$f \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_g) = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial z} = -g \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

\Rightarrow

$$g \frac{\partial \rho}{\partial x} + fV_g \frac{\partial \rho}{\partial z} = -f\rho \frac{\partial V_g}{\partial z}$$

\Rightarrow

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial x} + \frac{fV_g}{g} \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} = -\frac{f}{g} \frac{\partial V_g}{\partial z}$$

Eine partielle Differentialgleichung erster Ordnung für $\ln \rho$

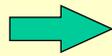
$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial x} + \frac{fV_g}{g} \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} = -\frac{f}{g} \frac{\partial V_g}{\partial z}$$

z.B. $\frac{\partial z}{\partial t} + c \frac{\partial z}{\partial x} = f(x, t)$

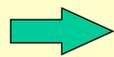
$p = \rho RT \Rightarrow \ln \rho = \ln p - \ln R - \ln T$

$$\frac{\partial \ln T}{\partial x} + \frac{fV_g}{g} \frac{\partial \ln T}{\partial z} - \left(\frac{\partial \ln p}{\partial x} + \frac{fV_g}{g} \frac{\partial \ln p}{\partial z} \right) = \frac{f}{g} \frac{\partial V_g}{\partial z}$$

$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho fV_g \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \ln p}{\partial x} + \frac{fV_g}{g} \frac{\partial \ln p}{\partial z} = 0$



$$\frac{\partial \ln T}{\partial x} + \frac{fV_g}{g} \frac{\partial \ln T}{\partial z} = f \frac{\partial V_g}{g \partial z}$$



$$\frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{fV_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} = f \frac{\partial V_g}{\partial z}$$

$$\frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{10 \text{ ms}^{-2}}{300 \text{ K}} \frac{\Delta T}{\Delta x} \approx \frac{10 \text{ ms}^{-2}}{300 \text{ K}} \times \frac{10 \text{ K}}{10^6 \text{ m}} \approx 3,3 \times 10^{-7}$$

$$f \frac{\partial V_g}{\partial z} \approx 10^{-4} \times \frac{\Delta V_g}{\Delta z} \approx 10^{-4} \text{ s}^{-1} \times \frac{40 \text{ ms}^{-1}}{10^4 \text{ m}} \approx 4 \times 10^{-7}$$

$$\frac{fV_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \approx - \frac{10^{-4} \text{ s}^{-1} \times 20 \text{ ms}^{-2} \times 65 \text{ K}}{300 \text{ K} \times 10^4 \text{ m}} \approx -5 \times 10^{-8}$$

Die thermische Windgleichung

$$f \frac{\partial V_g}{\partial z} = \frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{fV_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$f \frac{\partial V_g}{\partial z} = \frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{fV_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$$

relativ kleine

vertikale
Scherung

horizontale
Temperaturgradient

Andere Form der thermischen Windgleichung

$$f \frac{\partial V_g}{\partial z} = -\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} - f V_g \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

vertikale
Scherung

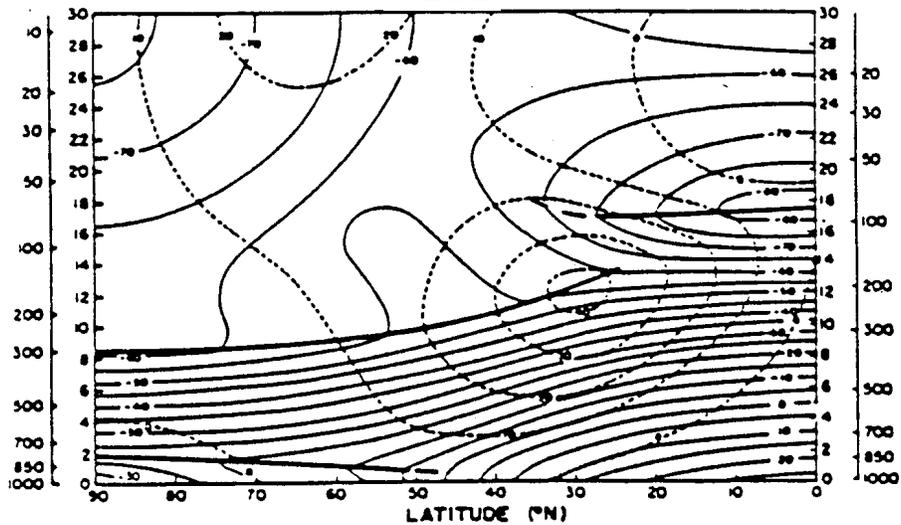
horizontale
Dichtegradient

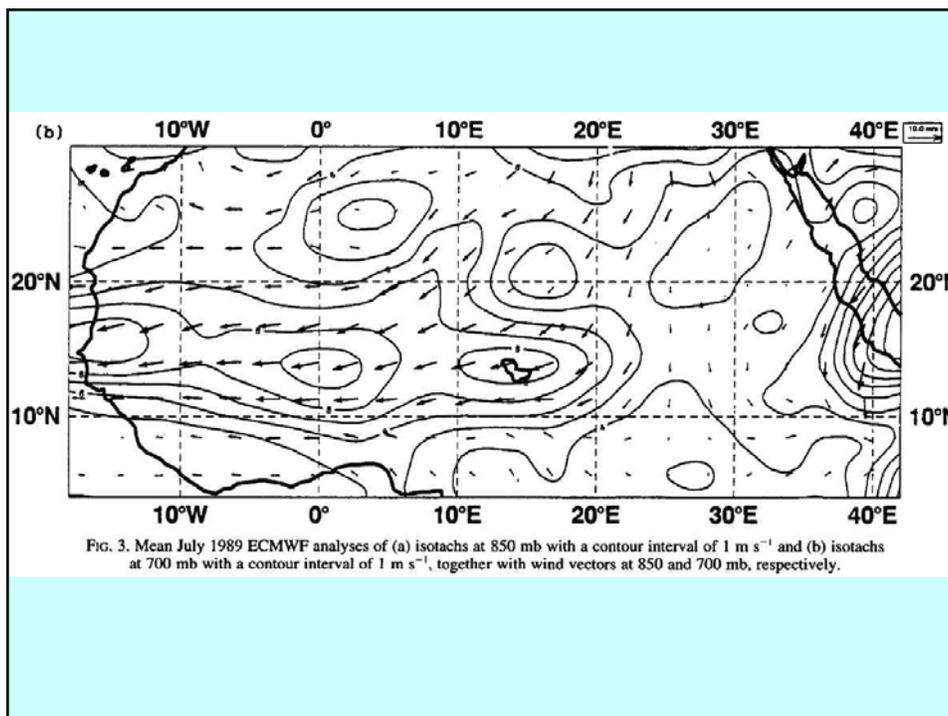
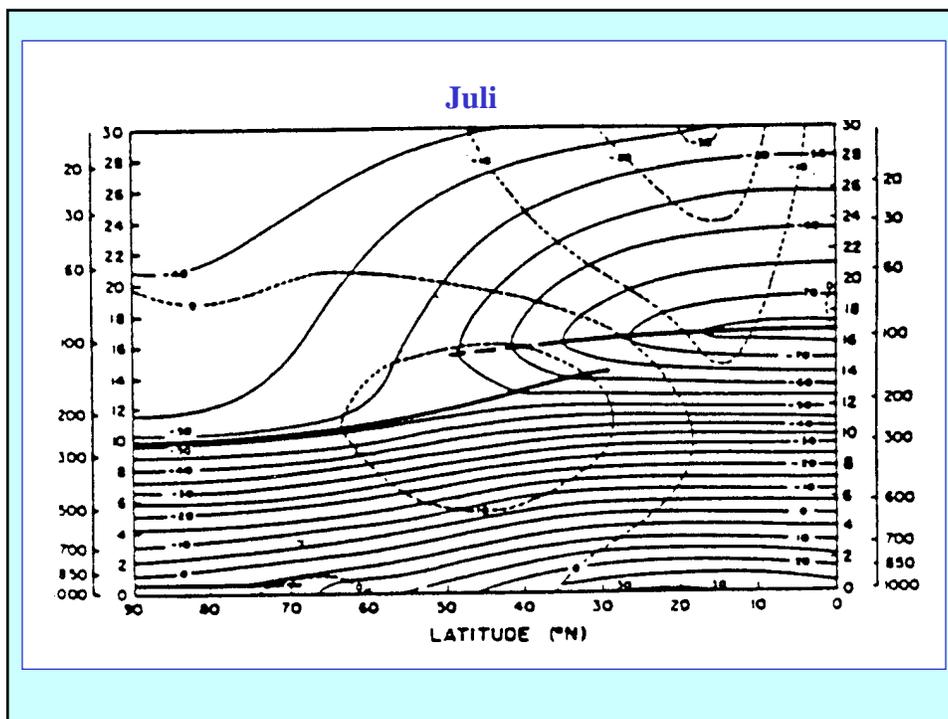
$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{1}{H_s}$$

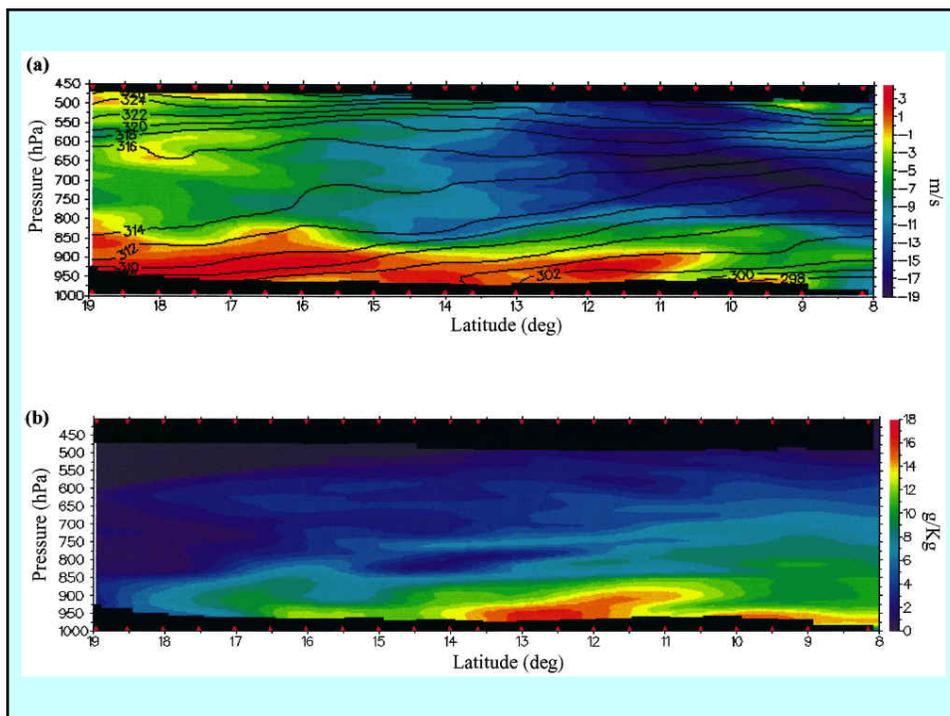
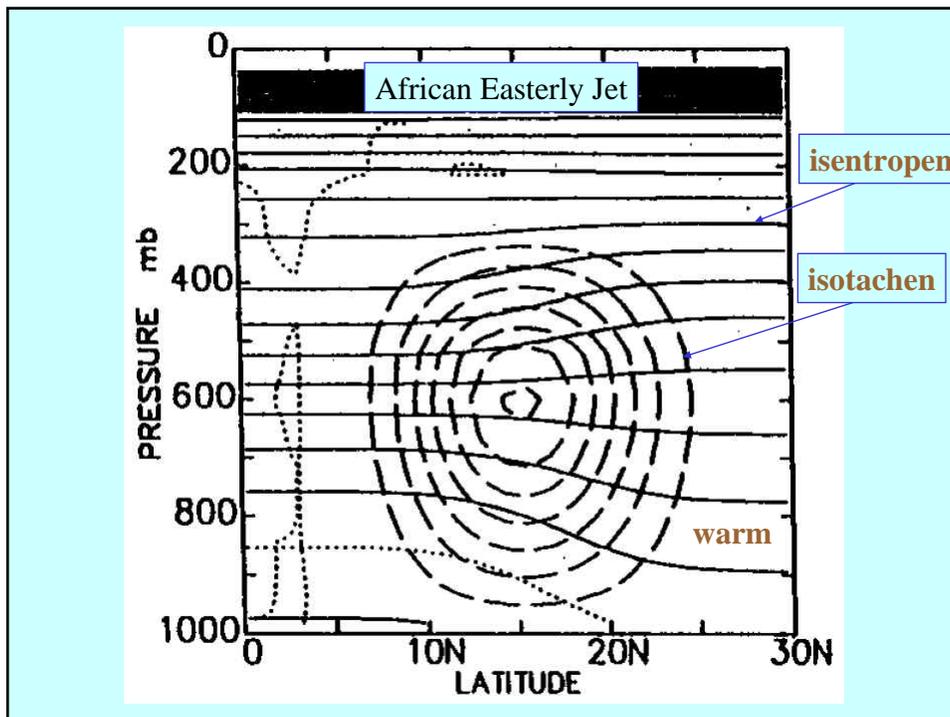
$$f \frac{\partial V_g}{\partial z} = -\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{f V_g}{H_s}$$

Der Form der Gleichung ist einfacher in Druckkoordinaten!

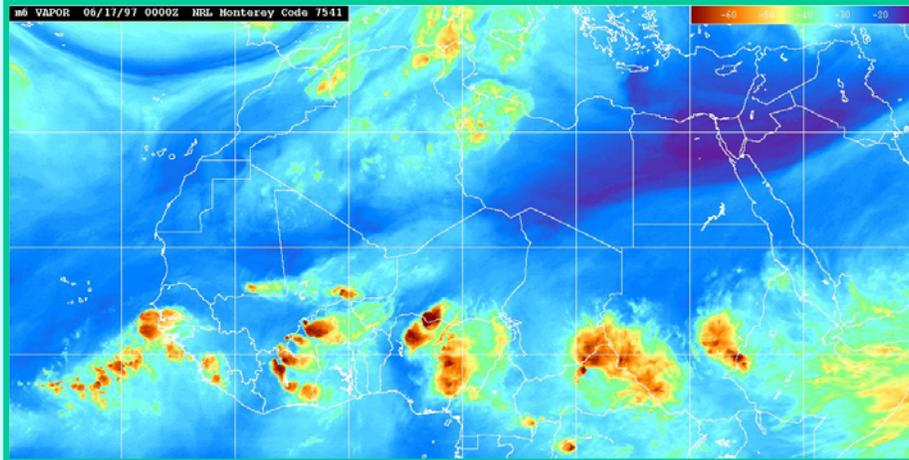
Januar





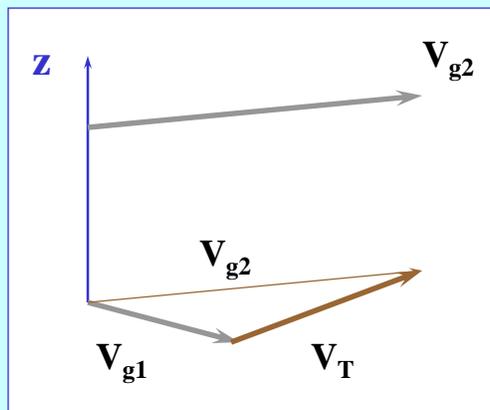


Easterly waves over Africa

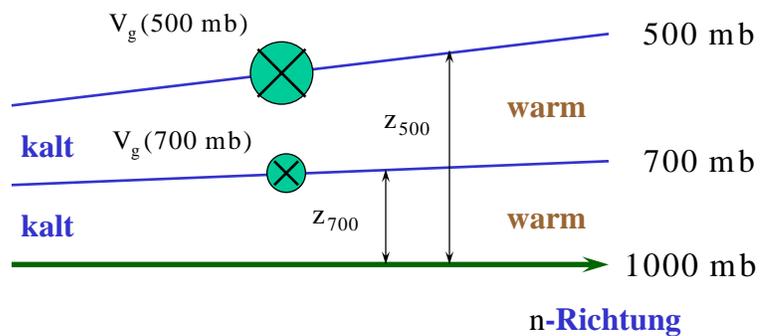


WV Imagery 17 June 1997 00Z

Die Änderung des geostrophischen Windes zwischen zwei Druck- bzw. Höhenflächen (oberhalb der Reibungsschicht) bezeichnet man auch als **thermischen Wind**.



Wie sieht die Situation in Druckkoordinaten aus?



zur Erinnerung: $\Delta z = (RT / g) \ln(p_2 / p_1)$

$$\Rightarrow \left. \frac{\partial z}{\partial n} \right|_{500 \text{ mb}} > \left. \frac{\partial z}{\partial n} \right|_{700 \text{ mb}} \Rightarrow$$

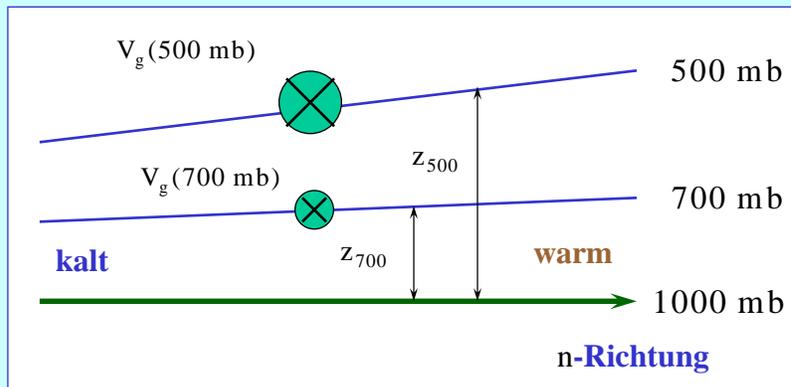
$$V_{500 \text{ mb}} = \frac{g}{f} \left. \frac{\partial z}{\partial n} \right|_{500 \text{ mb}} > V_{700 \text{ mb}} = \frac{g}{f} \left. \frac{\partial z}{\partial n} \right|_{700 \text{ mb}}$$

Der thermische Wind zwischen 700 mb und 500 mb ergibt sich zu

$$V_T = V_{500 \text{ mb}} - V_{700 \text{ mb}} = \frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial n} (z_{500 \text{ mb}} - z_{700 \text{ mb}}) = \frac{g}{f} \frac{\partial D}{\partial n}$$

$D = z_{500 \text{ mb}} - z_{700 \text{ mb}}$ gibt die Schichtdicke zwischen den zwei Druckflächen an.

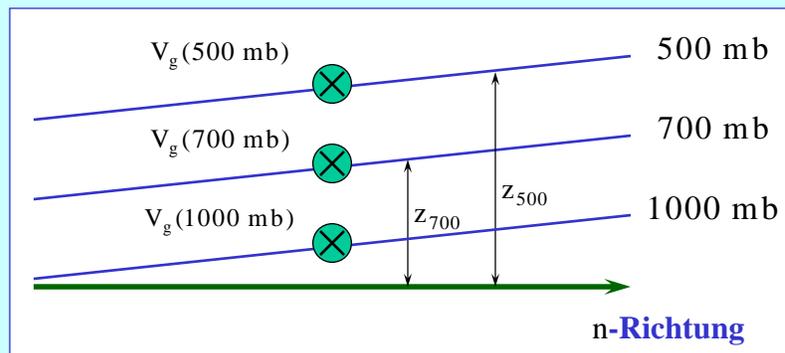
Hier $\frac{\partial D}{\partial n} > 0 \quad \rightarrow \quad V_T = \frac{g}{f} \frac{\partial D}{\partial n} > 0$



die geostrophische Windgeschwindigkeit nimmt mit der Höhe zu.

barotrope Schichtung

$$\left. \frac{\partial z}{\partial n} \right|_{500 \text{ mb}} = \left. \frac{\partial z}{\partial n} \right|_{700 \text{ mb}} = \left. \frac{\partial z}{\partial n} \right|_{1000 \text{ mb}}$$



$\rightarrow \frac{\partial D}{\partial n} = 0 \quad \rightarrow \quad V_T = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} = 0$

Die allgemein gültige Beziehung für den thermischen Wind lautet

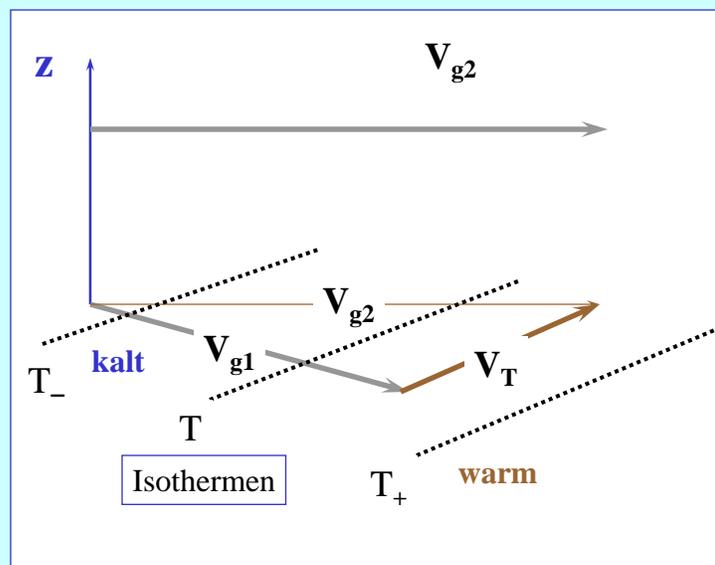
$$\mathbf{V}_T = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 = \frac{\sigma g}{f} \mathbf{k} \wedge \nabla_p (z_2 - z_1) = \frac{\sigma g}{f} \mathbf{k} \wedge \nabla_p D$$

➤ hat die gleiche Form wie die für den geostrophischen Wind

$$\mathbf{V}_g = \frac{\sigma g}{f} \mathbf{k} \wedge \nabla_p Z$$

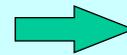
Analog zum geostrophischen Wind, der thermische Wind bläst parallel zu den Schichtdickenlinien (gemittelten Isothermen), oder - anders ausgedrückt, im rechten Winkel zum Temperaturgradienten.

Auf der Nordhalbkugel liegen die niedrigen Schichtdickenwerte (tiefen Temperaturen) zur Linken.

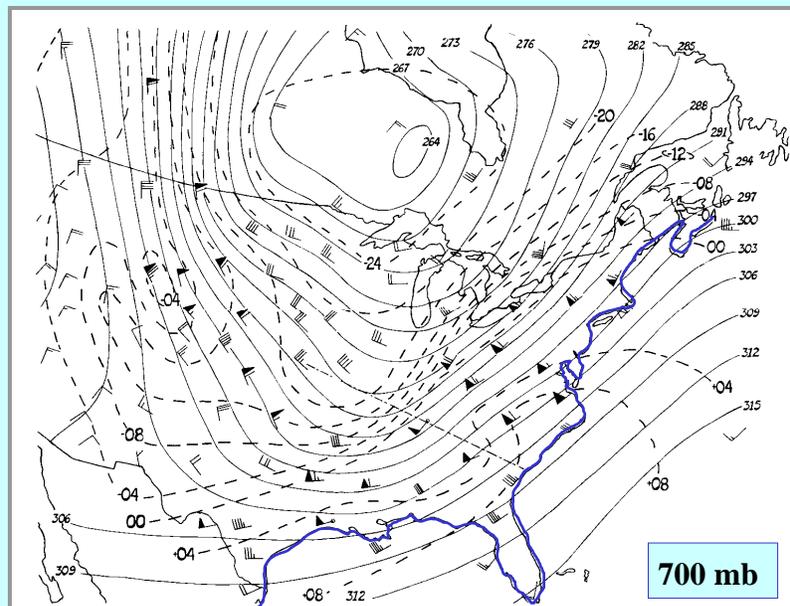


Luftbewegungen bei äquivalent-barotroper Schichtung

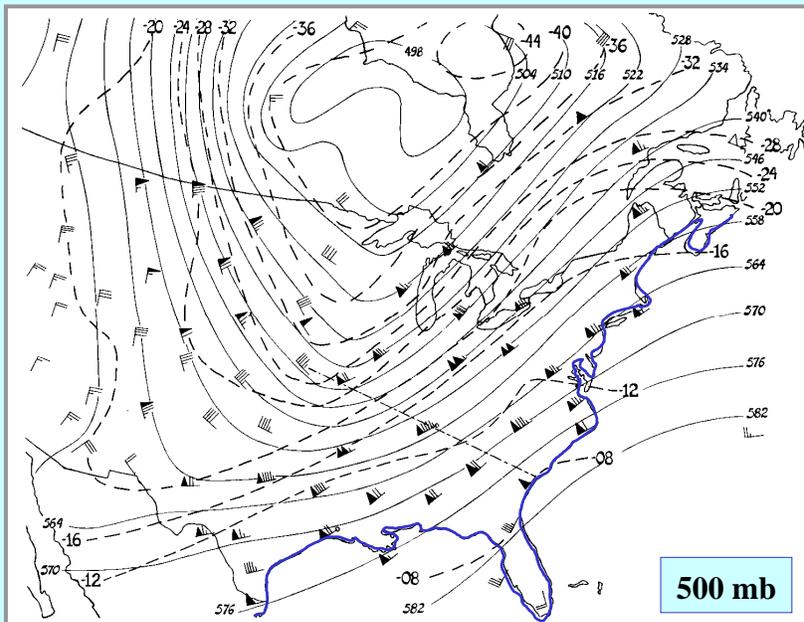
- In erster Näherung sind viele Störungen in der Erdatmosphäre äquivalent-barotrop geschichtet.
- Beispiele: Hurrikane, Tiefdruckgebiete und Frontalzonen der mittleren Breiten.
- Im folgenden Bildern verlaufen die Isothermen und Isohypsen im Bereich der Frontalzone in allen Druckflächen annähernd in gleicher Richtung - von Südwesten nach Nordosten.



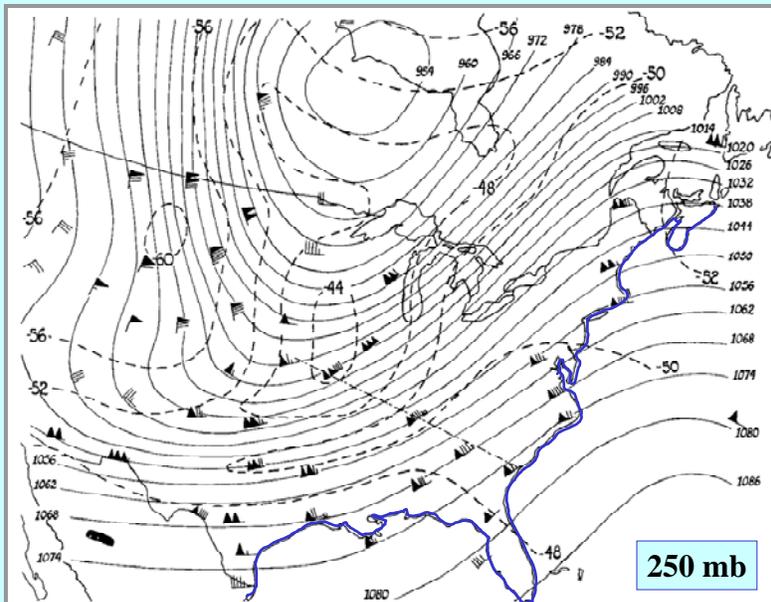
Isohypsen im 700 mb Niveau am 20 November 1964, 12 Z



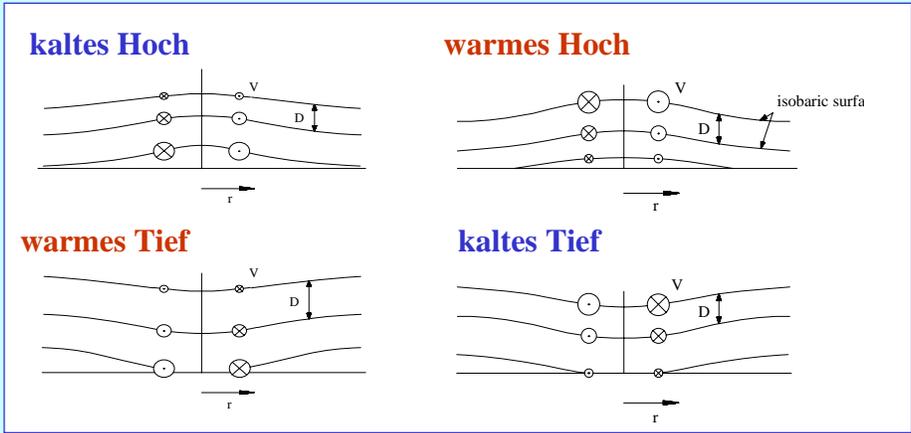
Isohypsen im 500 mb Niveau am 20 November 1964, 12 Z



Isohypsen im 250 mb Niveau am 20 November 1964, 12 Z

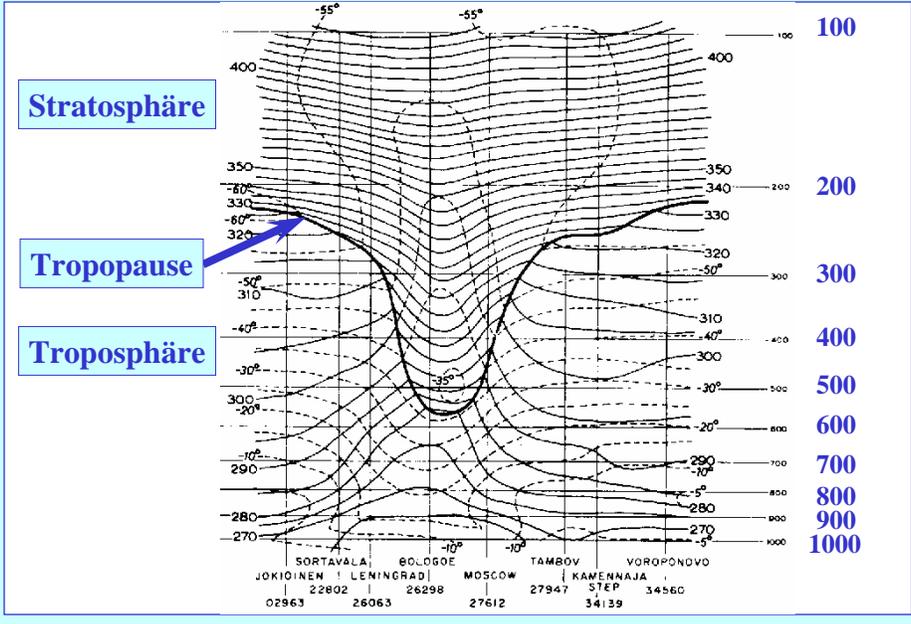


bilancierte Wirbeln



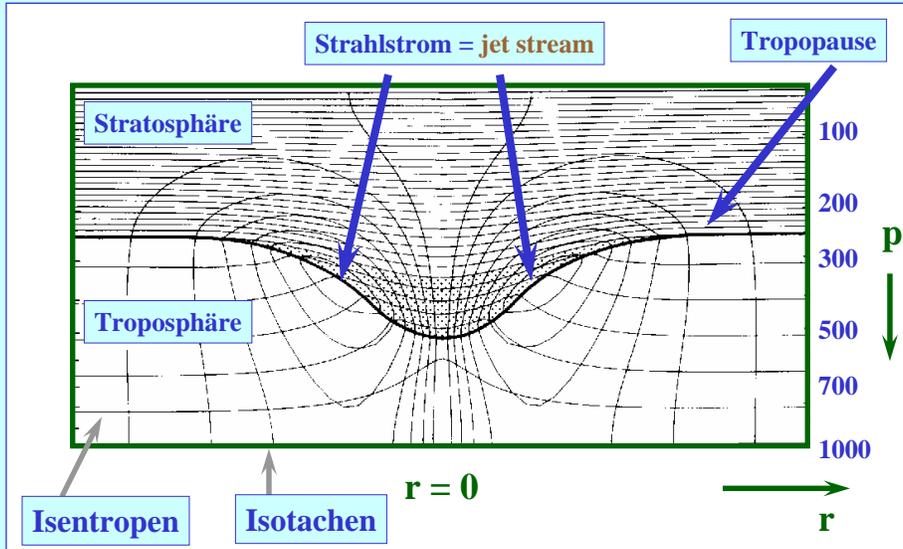
Dieser Querschnitt ist senkrecht zu den Isothermen und Isohypsen orientiert. Deshalb liegt er senkrecht zur geostrophischen Windrichtung.

Struktur eines hohen kalten Tiefs bzw. Höhentrog

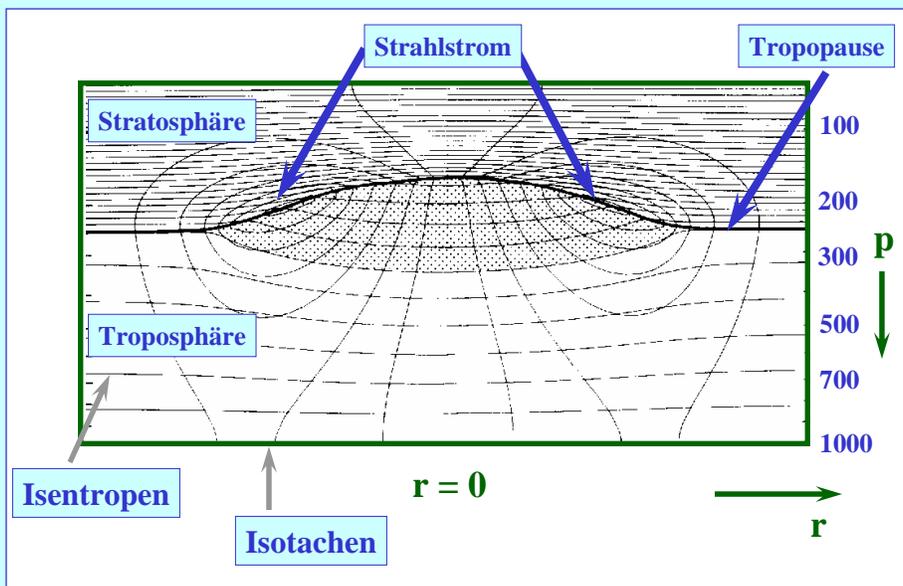


Struktur eines hohen kalten Tiefs bzw. Höhentrog

Cut-off low oder upper trough auf englisch



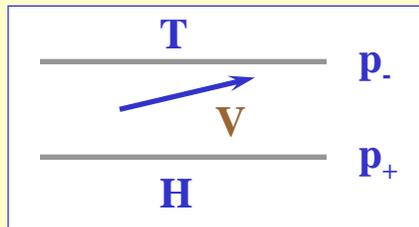
Struktur eines hohen warmen Hochs, bzw. Höhenrückens



Zusammenfassung 1

1. Der Auswirkung von Reibung

Innerhalb der planetarischen Grenzschicht bzw. Reibungs-schicht bewirkt die Reibungskraft eine Abbremsung des Windes unter den geostrophischen Wert. In dieser Schicht bläst der Wind mit einem Komponent in Richtung tieferen Druck.



Die planetarische Grenzschicht hat typischerweise eine Dicke von etwa 1 - 1.5 km (bis zu 4 km in Wüstengebieten während des Tages auf Grund der thermischen Mischung).

Zusammenfassung 2

2. Thermische Windgleichung (differentielle Form)

$$f \frac{\partial V_g}{\partial z} = \frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{f V_g}{T} \frac{\partial T}{\partial z}$$

vertikale
Scherung

horizontale
Temperaturgradient

relativ klein
aber nicht
vernachlässigbar
für eine dicke
Schicht

Zusammenfassung 3

3. Die thermische Windgleichung (Lösung in Druckkoordinaten)

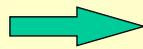
$$\mathbf{V}_T = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 \qquad \mathbf{V}_T = \frac{g}{f} \mathbf{k} \wedge \nabla_p D$$

Vergleich: $\mathbf{V}_g = \frac{g}{f} \mathbf{k} \wedge \nabla_p Z$

4. Barotrop

 $\mathbf{V}_T = \mathbf{0}$

5. Äquivalent Barotrop - Isothermen und Isohypsen sind in allen Druckflächen in gleicher Richtung

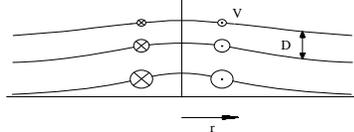


$\mathbf{V}(p)$ ändert seine Richtung nicht

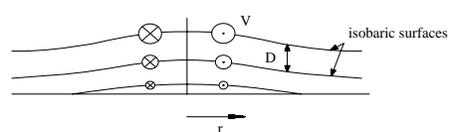
Zusammenfassung 4

6. Bilanzierte Wirbeln

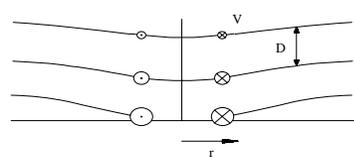
kaltes Hoch



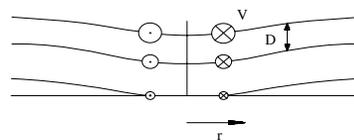
warmes Hoch



warmes Tief



kaltes Tief





Ende