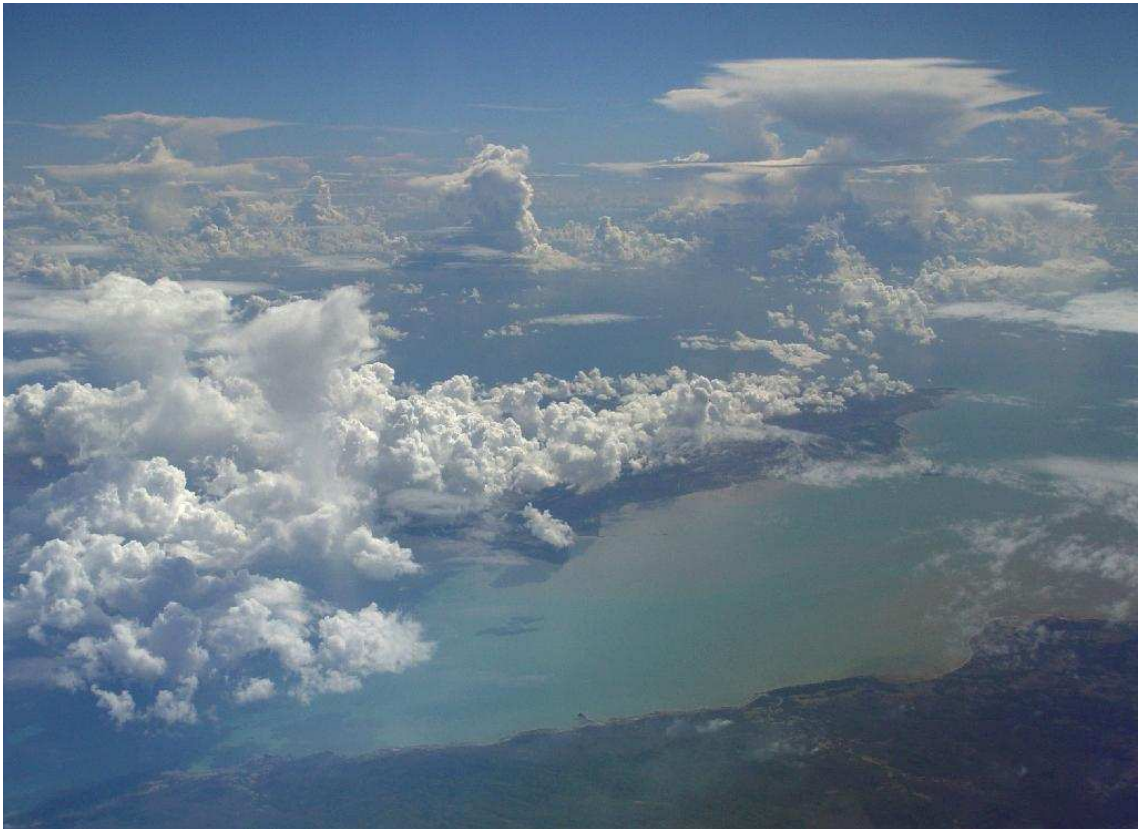


Einführung in die Meteorologie: Teil II

Roger K. Smith

Fassung: 2. Mai 2005



Inhaltsverzeichnis

1	Synoptische Analyse außertropischer Wettersysteme	4
1.1	Die Luftströmung im 500 hPa-Niveau	4
1.2	Bodenbeobachtungen	7
1.2.1	Wind und Luftdruck:	7
1.2.2	Temperatur; Fronten:	9
1.2.3	Taupunkt:	12
1.2.4	Niederschlag:	14
1.2.5	Druckänderung:	16
1.3	Synoptische Bodenbeobachtungen	16
1.3.1	Die Bodenwetterkarte:	17
1.3.2	Zeitreihen:	19
1.3.3	Die Entwicklungsstadien einer Polarfrontzyklone:	22
1.3.4	Okklusionen:	24
1.4	Der Strömungsverlauf in der freien Atmosphäre	25
1.4.1	Höhenwetterkarten:	25
1.4.2	Vertikale Temperaturverteilung:	29
1.4.3	Vertikalschnitte:	30
1.5	Schichtdicke und vertikale Temperaturverteilung	31
1.5.1	Schichtdicke 500/1000 hPa:	33
1.5.2	Schichtdicke 100/250 hPa:	36
2	Dynamik der Atmosphäre	39
2.1	Mathematische Herleitung der Coriolisbeschleunigung	45
2.2	Das 2. Gesetz von Newton in einem rotierenden Bezugssystem	48
2.3	Effektive Schwerkraft	49
2.4	Geostrophische Bewegung	51
2.5	Der Druck als vertikale Koordinate	53
2.6	Gradientwind	55
2.7	Die Wirkung der Reibungskraft	60
2.8	Der thermische Wind	61
2.9	Luftbewegungen bei äquivalent-barotroper Schichtung	63
2.10	Luftbewegung bei barokliner Schichtung	65
2.11	Die Vorhersage von Strömungen in der Atmosphäre	69

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	3
2.12 Totale Ableitung, Advektion	69
2.13 Temperaturadvektion	71
2.14 Schichtdickenadvektion	71
2.15 Die thermodynamische Gleichung	73
2.16 Lokale Temperaturänderung	75
2.17 Die Kontinuitätsgleichung	75
2.18 Übungen zur Einführung in die Meteorologie II	81
3 FRONTEN	86
3.1 Das Margules Modell	86

Kapitel 1

Synoptische Analyse außertropischer Wettersysteme

In mittleren und hohen Breiten bestimmen Hoch- und Tiefdruckgebiete sowie die mit ihnen in Verbindung stehenden Fronten das tägliche Wettergeschehen. Um ihre räumliche Verteilung und zeitliche Änderung zu erfassen, werden zu international vereinbarten Terminen Beobachtungen und Messungen meteorologischer Elemente (Druck, Temperatur, Bewölkung, Wind, Niederschlag usw.) durchgeführt. Die Daten werden dann möglichst rasch über ein globales Fernmeldenetz verbreitet und anschließend in Boden- und Höhenwetterkarten dargestellt. Durch diese großräumige “Zusammenschau” (Synopsis) der Meßwerte entsteht mehrmals am Tag eine Momentaufnahme des dreidimensionalen Zustandes der Atmosphäre. In den folgenden Abschnitten soll an einem Beispiel demonstriert werden, wie man mit Hilfe der synoptischen Wetteranalyse die Entwicklung und den vertikalen Aufbau eines Tiefdruckwirbels untersuchen kann. Dafür wurde ein Tief über Nordamerika ausgewählt, das an der Grenze von zwei sehr unterschiedlichen Luftmassen entstand (in dieser Region ein relativ häufiger Vorgang) und deshalb besonders ausgeprägt war. Die charakteristischen Wettererscheinungen am Boden und in der Höhe beobachtet man aber auch in Europa, wie die Beispiele am Ende des Kapitels zeigen.

1.1 Die Luftströmung im 500 hPa-Niveau

Zu bestimmten Terminen (meist 00 Uhr UTC und 12 Uhr UTC) werden gleichzeitig an mehreren hundert Stationen auf der gesamten Nordhalbkugel Radiosondenaufstiege durchgeführt. Die Radiosonden messen u.a. die Höhe, in der ein Druck von 500 hPa herrscht.

Abb. 1.1 zeigt die Linien gleicher Höhe (*Isohypsen*), die aus den Meßwerten vom 20. November 1964, 00 Uhr UTC ermittelt wurden. Die Höhen der Isohypsen sind in geopotentiellen Dekametern (z. B. 582 gpdam = 5820 gpm) angegeben. In der Troposphäre unterscheiden sich die Zahlenwerte von geopotentielltem Meter und Meter nur wenig (vgl. Teil I, Tab. 3.1).

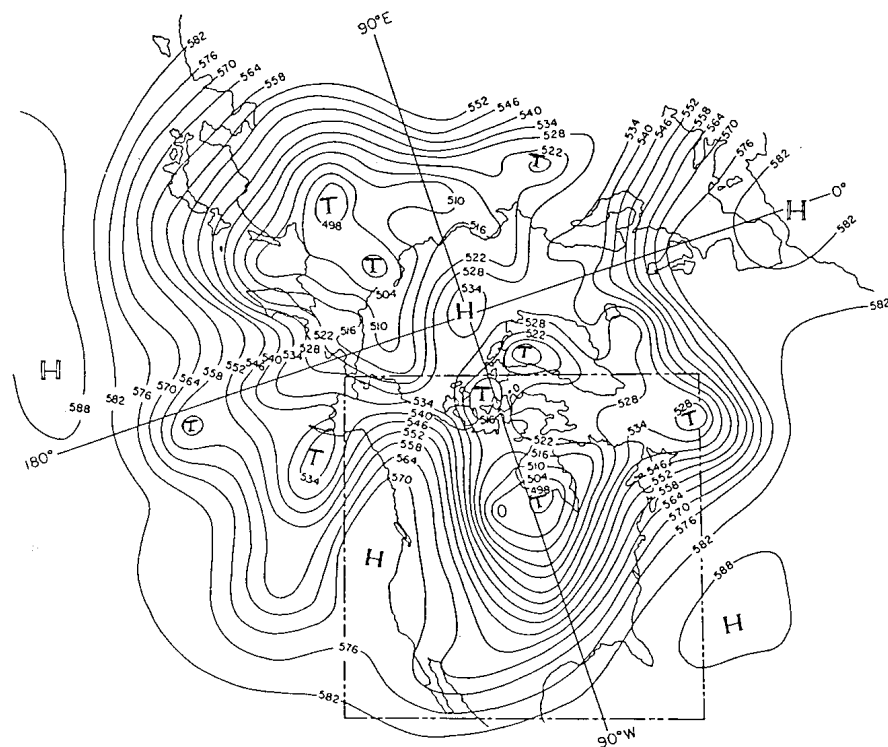


Abbildung 1.1: Isohypsen im 500 hPa-Niveau am 20. November 1964, 00 Uhr UTC.

Wie im nächsten Kapitel gezeigt wird, bläst der Wind parallel zu den Isohypsen, und zwar auf der Nordhalbkugel so, dass niedrige Geopotentialwerte zur Linken liegen. Je kleiner der Abstand zwischen zwei benachbarten Isohypsen ist, desto größer ist die Windgeschwindigkeit. Das Strömungsmuster im 500 hPa-Niveau ändert sich oft einige Tage lang (manchmal auch einige Wochen lang) nur wenig und bestimmt deshalb die Großwetterlage. Die Tiefdruckgebiete am Boden werden durch die Geschwindigkeit und Richtung des Höhenwindes gesteuert.

Abb. 1.2 zeigt die Isohypsen in der 500 hPa-Fläche am 19. und 20. November 1964 im Gebiet des in Abb. 1.1 eingetragenen Rechtecks.

In der Höhenströmung erkennt man kleinere Einbuchtungen (*Troglinien*), die in einem Bogen um das zentrale Tief über Kanada herum ziehen. Der Trog B verstärkt sich während seiner Verlagerung nach Süden. In den Trog A wird ein kleines Höhentief (s. Abb. 1.2a) einbezogen, dann zieht die Troglinie nach Nordosten und erreicht am 20. November um 12 Uhr UTC die kanadische Grenze. Zunächst werden die im Bereich von A am Boden beobachteten Wettererscheinungen beschrieben. Weitere Höhenwetterkarten und Querschnitte sollen danach den vertikalen Aufbau veranschaulichen.

KAPITEL 1. SYNOPTISCHE ANALYSE AUSSERTROPISCHER WETTERSYSTEME 6

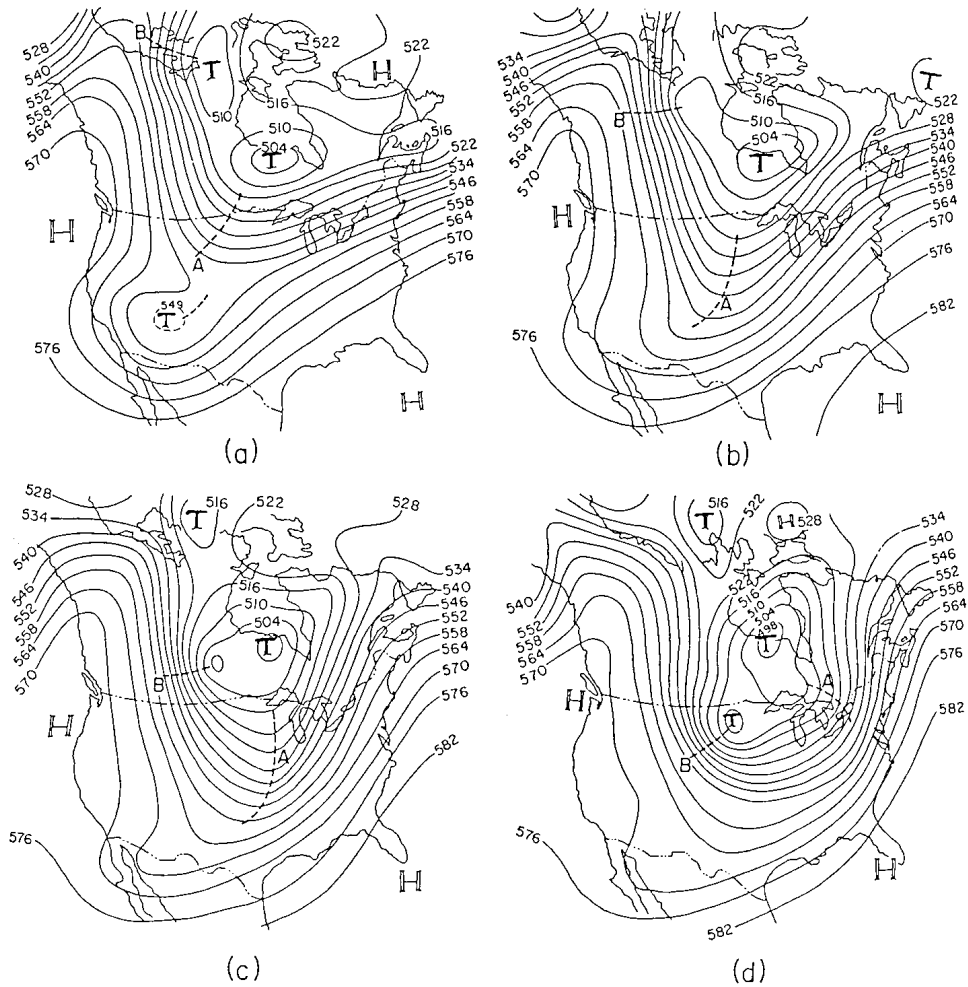


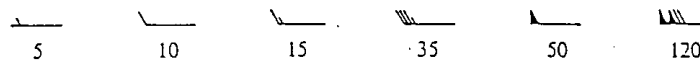
Abbildung 1.2: Isohypsen im 500-hPa-Niveau in 12-Stunden-Abständen vom 19. November 1964, 00 Uhr UTC (a) bis 20. November 1964, 12 Uhr UTC (d).

1.2 Bodenbeobachtungen

Da eine synoptische Bodenwetterkarte eine Vielzahl von Wetterbeobachtungen enthält und auf den ersten Blick deshalb unübersichtlich erscheint, werden zunächst die Wetterelemente Wind und Luftdruck, Temperatur, Taupunkt, Niederschlag und Druckänderung getrennt betrachtet. In diesem Abschnitt wird auch erläutert, wie man mit Hilfe der Wettermeldungen die Lage einer Luftmassengrenze ("Front") erkennen kann.

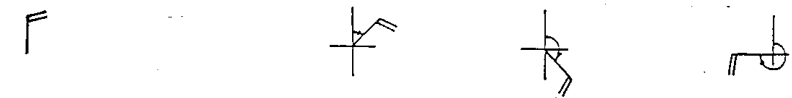
Wetterkartensymbole - Fortsetzung

Windgeschwindigkeit



in Knoten ($1 \text{ kn} \approx 0,5 \text{ ms}^{-1} \approx 1,8 \text{ km h}^{-1}$), die Striche weisen in Richtung des tieferen Luftdruckes

Windrichtung



Nord
(Wind aus Norden)
(0° oder 360°)

Nordost
(45°)

Südost
(135°)

West
(270°)

(Südhälfte: beachte die Orientierung der Striche)

Abbildung 1.3: Darstellung (a) der Windgeschwindigkeit durch Symbole in Kn und (b) der Windrichtung nach der 360° -Richtungsskala.

1.2.1 Wind und Luftdruck:

In Abb. 1.6 sind zu den gleichen Terminen wie in Abb. 1.2 die Bodenwindmeldungen verschiedener Stationen zusammengefaßt (Erläuterung der Symbole s. Abb. 1.3, kleine Kreise stehen für Windstille). Aus den Luftdruckmessungen wurden die Isobaren im 4 hPa-Abstand ermittelt. Gestrichelt sind zusätzlich einige Isobaren im 2 hPa-Abstand eingetragen.

Wetterkartensymbole - Fortsetzung














Bedeckungsgrad					
					
wolkenlos	einzelne Wolken	wolkig	bedeckt	Bedeckungsgrad nicht angebar (der äußere Kreis bedeutet Windstille)	
Wetter					
					
anhaltender Regen (geringe Intensität)	anhaltender Schneefall (mäßige Intensität)	Regenschauer	Sprühregen in der letzten Stunde	Gewitter	Nebel
					
Graupel oder Hagel	gefrierender Sprühregen				

Abbildung 1.4: Darstellung (a) des Gesamtbedeckungsgrades und (b) des Wetterzustandes (Niederschlag und Wettererscheinungen) durch Symbole.

Der Wind bläst fast parallel zu den Isobaren, mit dem tiefen Druck zur Linken, hat aber auch eine Komponente quer zu den Isobaren. Diese Strömung von höherem zu tieferem Druck entsteht durch Reibungseinflüsse.

Auf der ersten der drei Karten erkennt man zwischen den Hochdruckgebieten im Nordwesten und Südosten eine Zone tieferen Druckes ("Trog"). Die Troglinie ist gleichzeitig eine Konfluenzlinie, an der Luftmassen aus Nordosten und Südwesten zusammenfließen.

Während der nächsten 12 Stunden entwickelten sich an der Konfluenzlinie zwei wellenförmige Deformationen (Abb. 1.6b). Allgemein ist eine Druckabnahme an der Troglinie zu beobachten; an den Wellenscheiteln entstanden Druckminima (mit "T" gekennzeichnet). Im Westen bewegte sich die Konfluenzlinie südwärts, der östliche Teil verlagerte sich dagegen etwas nach Norden.

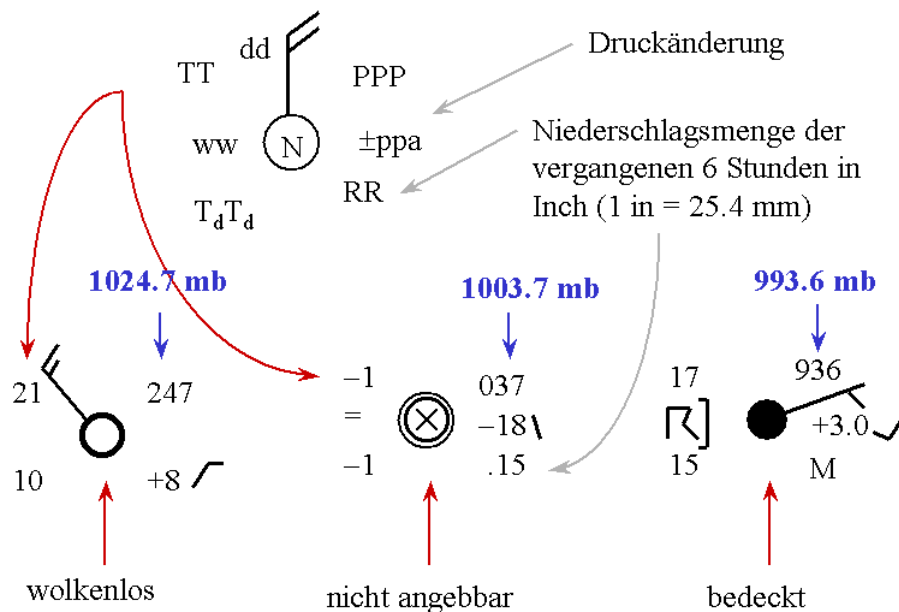


Abbildung 1.5: Das Stationsmodell als (a) Eintragungsschema und (b) Beispiele.

Bis 00 Uhr UTC am 20. November 1964 (Abb. 1.6c) verstärkte sich die östliche der beiden Wellen und wanderte nordostwärts. Dabei fiel der Luftdruck um 10 hPa und es bildete sich ein Tiefdruckzentrum. Das Zentrum wird gegen den Uhrzeigersinn (zyklonal) umströmt, wobei Luft vom Golf weit nach Norden und auf der Rückseite der Konfluenzlinie Luft aus Norden bis zur mexikanischen Grenze gelangt. Ein zweites Tiefdruckzentrum befindet sich im Nordwesten. In seinem Bereich ist eine Winddrehung von West (pazifische Luft) auf Nord (arktische Luft) zu beobachten.

1.2.2 Temperatur; Fronten:

Die am 19. und 20. November 1964 jeweils um 00 Uhr UTC (nach Ortszeit ungefähr 6 Stunden früher) gemessenen Temperaturen sind in Abb. 1.8 eingetragen. Zusätzlich wurde die Lage der Konfluenzlinie aus Abb. 1.6a bzw. c übernommen. Die Temperaturen liegen südlich der Konfluenzlinie in der über dem Golf von Mexiko aufgewärmten Luftmasse bei für die Jahreszeit recht hohen Werten. Auch in der Nähe der Konfluenzlinie war es noch fast genauso warm wie an der Golfküste, der horizontale Temperaturgradient in der Warmluft ist also sehr klein. Dagegen nimmt in einem 100 bis 200 km breiten Streifen auf der Nordseite der Konfluenzlinie die Temperatur von 20°C auf 10°C ab. Nördlich dieser Zone mit großem horizontalen Temperaturgradienten, der sog. Frontalzone oder baroklinen Zone, ist die Temperaturverteilung wieder eher einheitlich, auch wenn die Temperaturen nach Norden hin leicht absinken.

Die Konfluenzlinie markiert die Grenze zwischen der homogenen Warmluft und

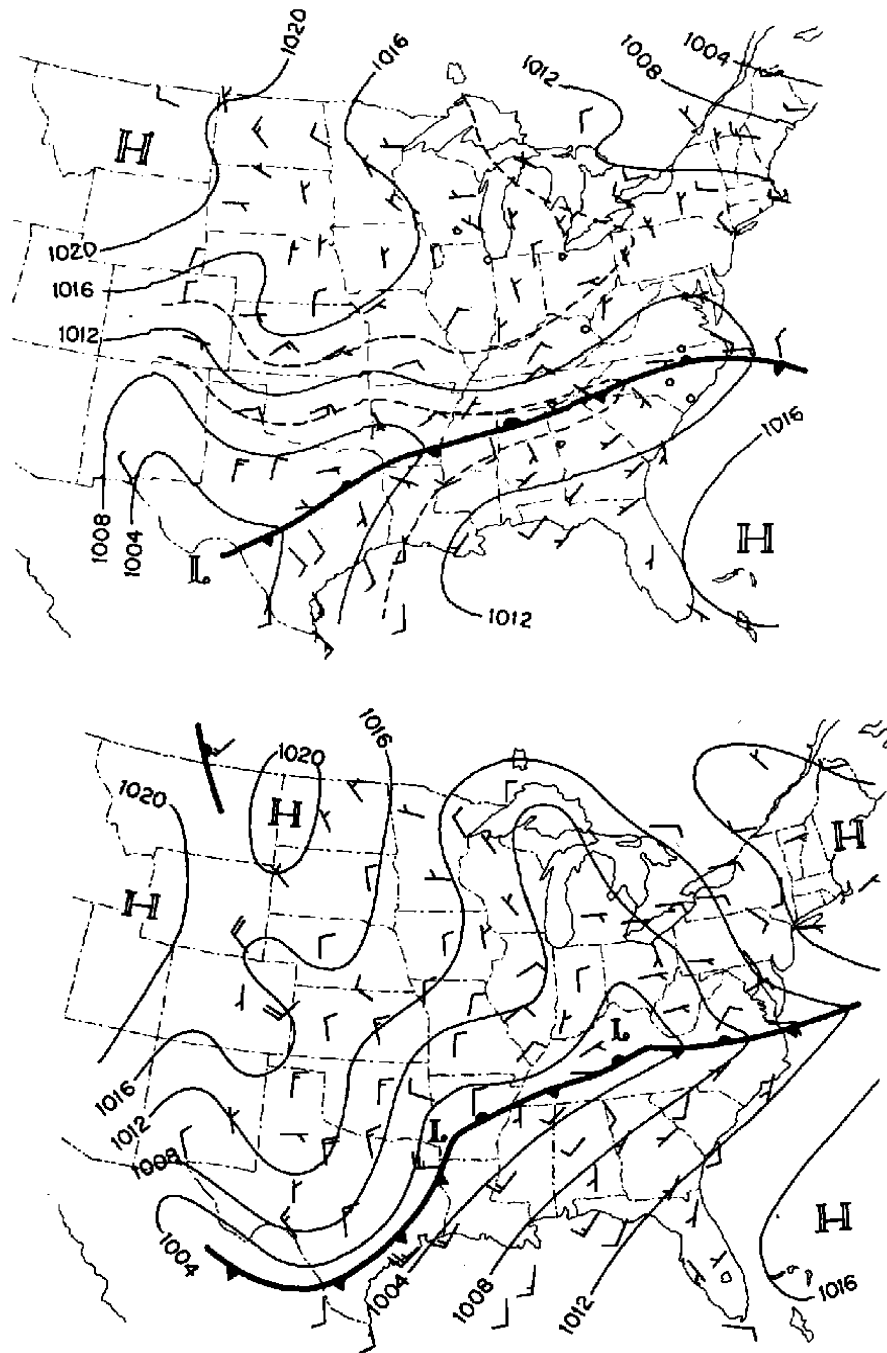


Abbildung 1.6: Luftdruck (auf Meereshöhe reduziert) und Bodenwinde am 19. November 1964, (oben) 00 Uhr UTC, (unten), 12 Uhr UTC, und (nächste Seite) 20. November 1964, 00 Uhr UTC.

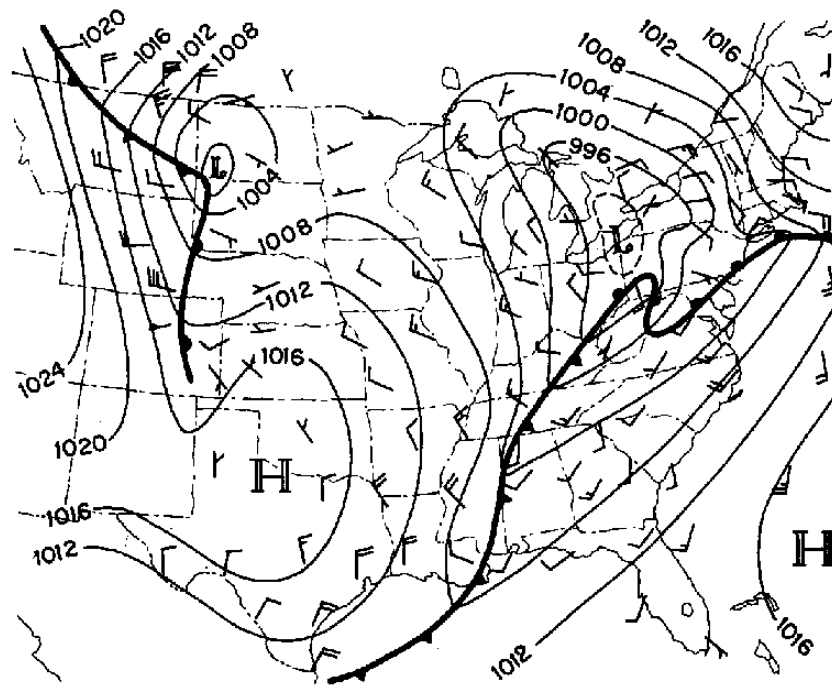


Abbildung 1.6c

der Frontalzone im Übergangsbereich zur Kaltluft. Eine derartige Trennungslinie bezeichnet man als Front. Es ist nicht ganz richtig, die Begriffe "Front" und "Luftmassengrenze" gleichzusetzen, denn Warm- und Kaltluft sind durch die Frontalzone und nicht durch die Front getrennt. Die Front liegt auf der warmen Seite der Frontalzone und fällt mit der Konfluenzlinie im Windfeld zusammen.

Je nach Verlagerungsrichtung der Front unterscheidet man *Warmfronten*, die vom warmen zum kalten Gebiet wandern, und *Kaltfronten*, die vom kalten zum warmen Gebiet vordringen. Wehen die Winde frontparallel, bleibt die Front oder Frontalzone ortsfest, man spricht dann von einer stationären Front. Die symbolmäßige Kennzeichnung der Frontarten (Halbkreise für Warmfronten, Dreiecke für Kaltfronten) ist in Abb. 1.7 wiedergegeben. In einem Laborversuch würde warme Luft im Gleichgewichtszustand über der kälteren liegen und die Grenzfläche wäre horizontal. In der Atmosphäre ist die Grenzfläche im Gleichgewichtszustand geneigt, die kalte Luft liegt keilförmig unter der wärmeren (s. Abb. 1.7). Ursache dafür ist die Erdrotation, wie in Kapitel 6 noch gezeigt werden wird. Der Neigungswinkel der Frontfläche gegenüber der Erdoberfläche beträgt ungefähr 1:100.

In recht guter Näherung verhalten sich Fronten wie materielle Grenzflächen in der Atmosphäre, d. h. es strömt nur wenig Luft durch die Frontfläche hindurch. Die Verlagerungsgeschwindigkeit der Fronten wird deshalb von der frontensenkrechten Komponente des Bodenwindes bestimmt (vgl. die Verlagerung der Kaltfront in Abb.

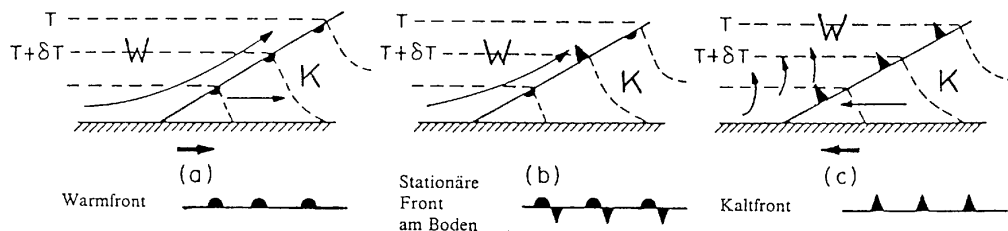


Abbildung 1.7: Idealisierte Querschnitte durch Frontalzonen. Eingetragen sind Isothermen und Relativbewegungen in einem mit der Front wandernden Bezugssystem.

1.6b und c nach Südosten). Außerdem muß jede Bewegung, welche die Front kreuzen würde, in eine Gleitbewegung entlang der geneigten Frontfläche umgewandelt werden. Meist gleitet die leichtere Warmluft bei der Frontverlagerung auf die schwerere Kaltluft auf.

Durch die Windzunahme innerhalb der atmosphärischen Reibungsschicht ("Grenzschicht"; Höhe etwa 1000 m) wird eine Kaltfrontfläche bei ihrer Verlagerung immer mehr aufgerichtet, während umgekehrt die Warmfront eine flachere Lage als normal einnimmt. Das Voreilen der Kaltluft führt zu einer Labilisierung der Schichtung und zu einer vertikalen Umlagerung, bei der die Bodenfront beschleunigt wird. Bei den Warmfronten kann sich dagegen die Reibung voll auswirken, so daß die Bodenfront gegenüber der Höhenfront weit zurückbleibt. Die Verlagerungsgeschwindigkeit von Warmfronten ist demnach kleiner als die von Kaltfronten.

Bei der Interpretation der Bodenwetterkarte muß man berücksichtigen, daß sich auch der Tagesgang der Sonneneinstrahlung, der Bedeckungsgrad, die Höhenlage der Wetterstationen oder die Nähe zum Meer auf die Temperaturverteilung auswirken. Der Einfluß dieser Faktoren kann die Temperaturdifferenz zwischen zwei Luftmassen kompensieren. Besonders über Ozeanen, wo die Lufttemperatur höchstens ein paar Grad von der Wassertemperatur abweicht, und in Gebieten mit großen Höhenunterschieden, ist das Lokalisieren der Frontalzone oft sehr schwierig. Zur Analyse der Frontenlage untersucht man dann weitere meteorologische Elemente wie Taupunkt, Niederschlag oder Druckänderung.

1.2.3 Taupunkt:

Frontalzonen können nicht nur durch große horizontale Temperaturgradienten, sondern auch durch starke Änderungen der Taupunkttemperaturen gekennzeichnet sein. Wird beispielsweise feuchtwarme Meeresluft von trockenwarmer Kontinentalluft verdrängt, beträgt die Abnahme der Taupunkttemperatur bis zu 10K, die Lufttemperatur ändert sich dabei jedoch kaum. In größeren Höhen kann der Temperaturunterschied dennoch recht groß sein; mit dem Luftmassenwechsel ändert sich

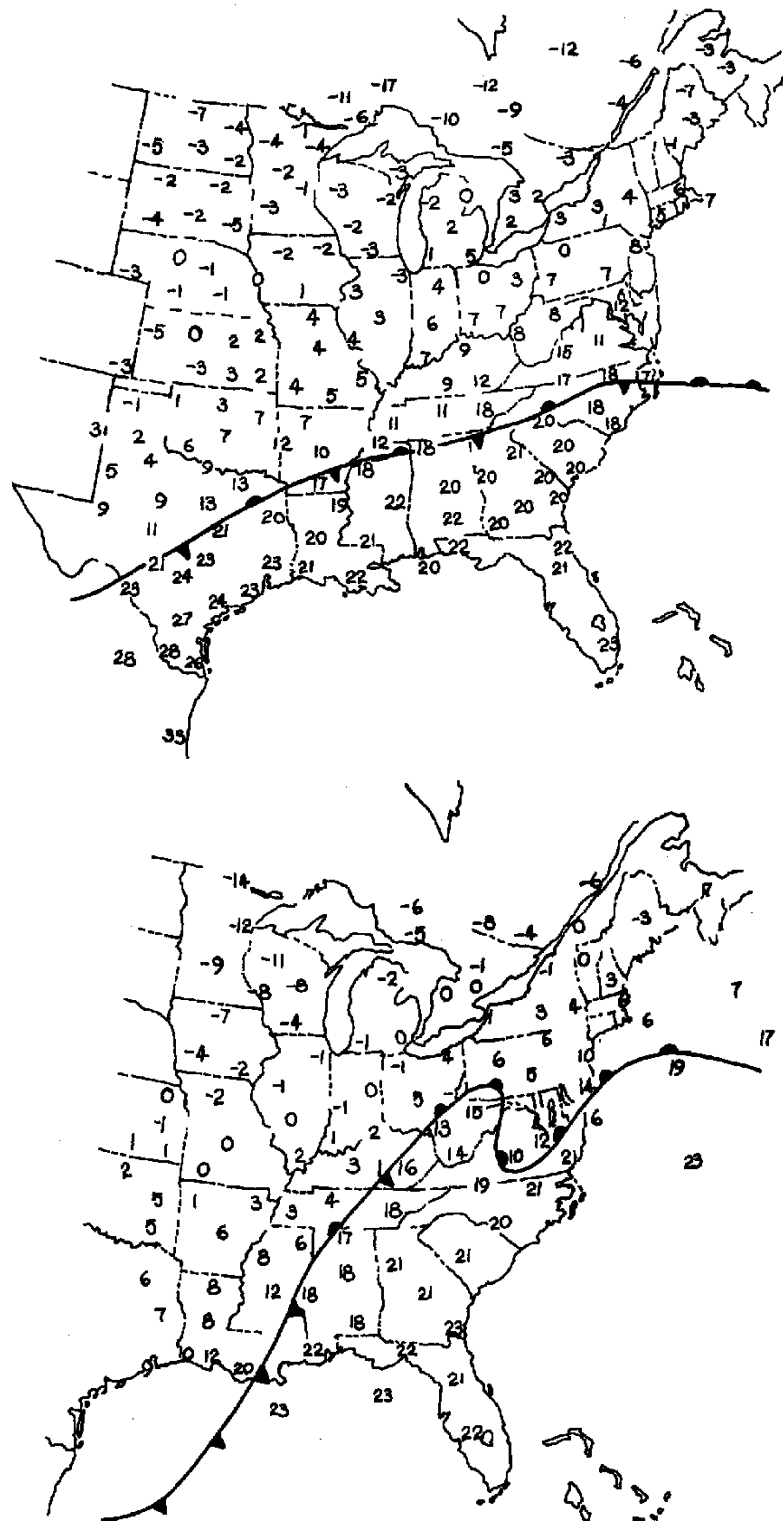


Abbildung 1.8: Temperaturen in °C und Lage der Fronten am 19. November 1964, 00 Uhr UTC (oben) und 20. November 1964, 00 Uhr UTC (unten).

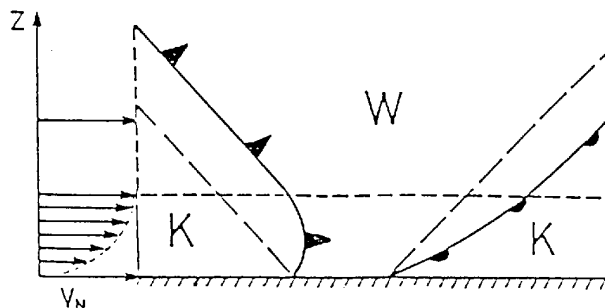


Abbildung 1.9: Veränderung der Frontneigung innerhalb der atmosphärischen Grenzschicht.

nämlich die vertikale Schichtung: Die Warmluft ist stabil geschichtet, die Kaltluft dagegen labil (größere vertikale Temperaturabnahme). Ab einer bestimmten Höhe (meist ca. 1000 m über Grund, entspricht ca. 850 hPa) sind daher Taupunkt- und Lufttemperatur in der Kaltluft geringer als in der Warmluft.

Man benützt zur Festlegung der Frontlage deshalb häufig neben der Bodenwetterkarte auch die 850 hPa-Höhenwetterkarte. Bei der Wetterlage vom 19./20. November 1964 waren Temperatur- und Taupunktverteilung sehr ähnlich, weshalb auf die Darstellung der Taupunktswerte in einer eigenen Abbildung verzichtet wird.

1.2.4 Niederschlag:

Auch die Verteilung von Niederschlag und Nebel gibt Hinweise auf die Lage einer Front. In Abb. 1.10a erkennt man einen breiten Streifen mit Regen- bzw. Schneefällen leichter Intensität. Er befindet sich nördlich der stationären Front, weil hier die warme Luft auf die kalte aufgleitet und dabei gehoben wird (vgl. Abb. 1.7b). An den Rocky Mountains kommt es wegen der östlichen Luftströmung in diesem Bereich zu einer zusätzlichen Hebung der Luft und deshalb zu einer Ausdehnung des Niederschlagsgebietes weit nach Norden.

Bis zum 20. November 1964, 00 Uhr UTC (Abb. 1.10b) verstärkte sich der Niederschlag noch und erreichte die kanadische Grenze im Norden. Ursache ist das Aufgleiten von warmer Luft in der Höhe über kalte Luft in Bodennähe auf der Vorderseite der Warmfront (vgl. Abb. 1.7a). Direkt an der Warmfront entstand ein Nebelfeld. Die warme, feuchte Luft strömt dort über den kalten Untergrund und kühlt sich bis zum Taupunkt ab. Das Niederschlagsband an der Kaltfront ist relativ schmal, örtlich regnete es beim Durchzug der Kaltfront aber sehr stark, wie die 6-stündigen Niederschlagsmengen zeigen. Dies ist eine Folge der starken Hebung auf der Vorderseite der Kaltfront (vgl. Abb. 1.7c). Von vielen Stationen in der Nähe der Front wurden

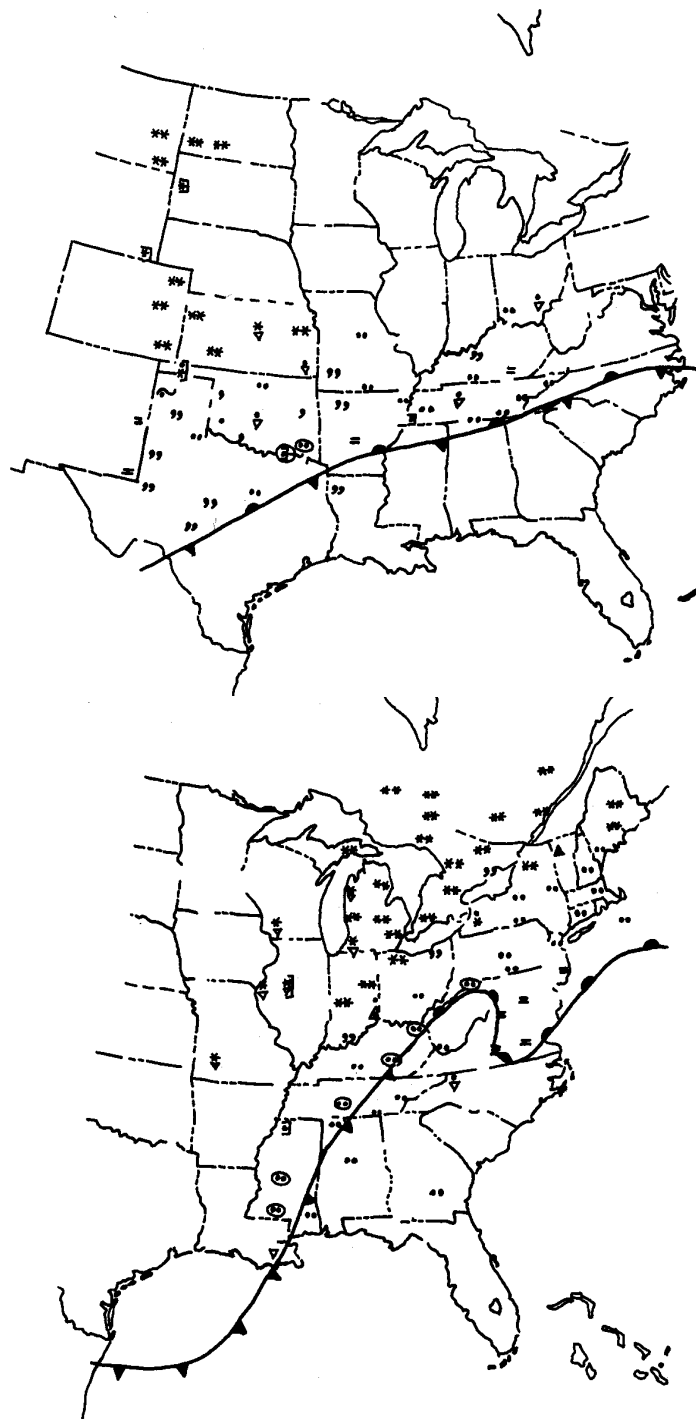


Abbildung 1.10: Niederschlagsverteilung und Frontenlage am 19. November 1964, 00 Uhr UTC (oben) und 20. November, 00 Uhr UTC (unten). Zur Erläuterung der Symbole s. Abb. 1.4; Kreise und Symbole bedeuten 6-stündige Niederschlagsmengen von 10 mm und mehr.

Gewitter gemeldet.

1.2.5 Druckänderung:

Die Werte der Druckänderung während der letzten 3 Stunden vor einem Meßtermin sind ein Hilfsmittel für die Vorhersage der Zugrichtung und Intensitätsänderung von Fronten oder Tiefdruckgebieten. Aus dem charakteristischen Verlauf der Druckänderung vor und nach einer schnell ziehenden Front kann man die Lage der Front leicht ermitteln. Nähert sich beispielsweise eine Warmfront einer Station, so wird die Schicht der kühlen, relativ dichten Luft in Bodennähe immer dünner und gleichzeitig steigt die Temperatur vor der Front langsam an. Dadurch verringert sich der (hydrostatische) Druck am Boden. Nach dem Durchzug der Warmfront bleibt der Luftdruck häufig gleich oder fällt nur leicht. Auf ähnliche Weise kann man den Druckanstieg nach einer Kaltfront erklären. Da die Frontneigung von Kaltfronten größer als die von Warmfronten ist, fällt der Druck vor Warmfronten relativ langsam und steigt nach dem Kaltfrontdurchgang zunächst stark an.

Die Verteilung der 3-stündigen Druckänderungen am 20. November 1964 um 00 Uhr UTC zeigt Abb. 1.11. Die Linien gleicher Druckänderung nennt man *Isallobaren*. Vor der Warmluft wurde in einem großen Gebiet Druckfall beobachtet und auf der Rückseite der Kaltfront in einem schmalen Streifen sehr starker Druckanstieg.

Mit Hilfe der Meßwerte der Druckänderung in der Nähe von Tief- bzw. Hochdruckzentren kann man entscheiden, ob sich die Systeme in naher Zukunft abschwächen oder verstärken. Die beiden Tiefdruckgebiete in Abb. 1.11 werden sich noch intensivieren, denn im Bereich der Zentren wurde Druckfall gemessen. Gleichzeitig wird sich auch die zyklonale Zirkulation in den nächsten Stunden verstärken, d. h. die Windgeschwindigkeiten werden zunehmen. Analog kann man aus Druckanstieg im Bereich eines Hochdruckgebietes schließen, daß es sich aufbaut. Die Lage der Isallobaren gibt auch Hinweise auf die Verlagerungsrichtung der Tief- und Hochdruckgebiete. Die Zentren ziehen in Richtung des stärksten Druckfalls bzw. -anstiegs; das Tief südlich der Großen Seen bewegt sich also nach Nordosten. Kleine Druckänderungen entstehen oft nicht durch synoptische Veränderungen in der Atmosphäre, sondern durch Erwärmung oder Abkühlung der Luft je nach Sonnenstand. Insbesondere wirkt sich der Tagesgang der Temperatur bei der Reduktion des Luftdrucks auf Meereshöhe aus (s. Glg. 3.25). Bei der Analyse der Bodenwetterkarte berücksichtigt man deshalb nur 3-stündige Druckänderungen von mehr als 1 hPa.

1.3 Synoptische Bodenbeobachtungen

In einer synoptischen Bodenwetterkarte sind die bisher getrennt betrachteten meteorologischen Elemente (Wind, Druck, Temperatur, Taupunkt, Niederschlag, Druckänderung) zusammengefaßt. Nach internationaler Vereinbarung wird dabei ein festgelegtes Eintragungsschema ("Stationsmodell") benutzt. Eine vereinfachte Version enthält Abb. 1.3. In den vollständigen Wettermeldungen kommen Angaben über Sichtweite,

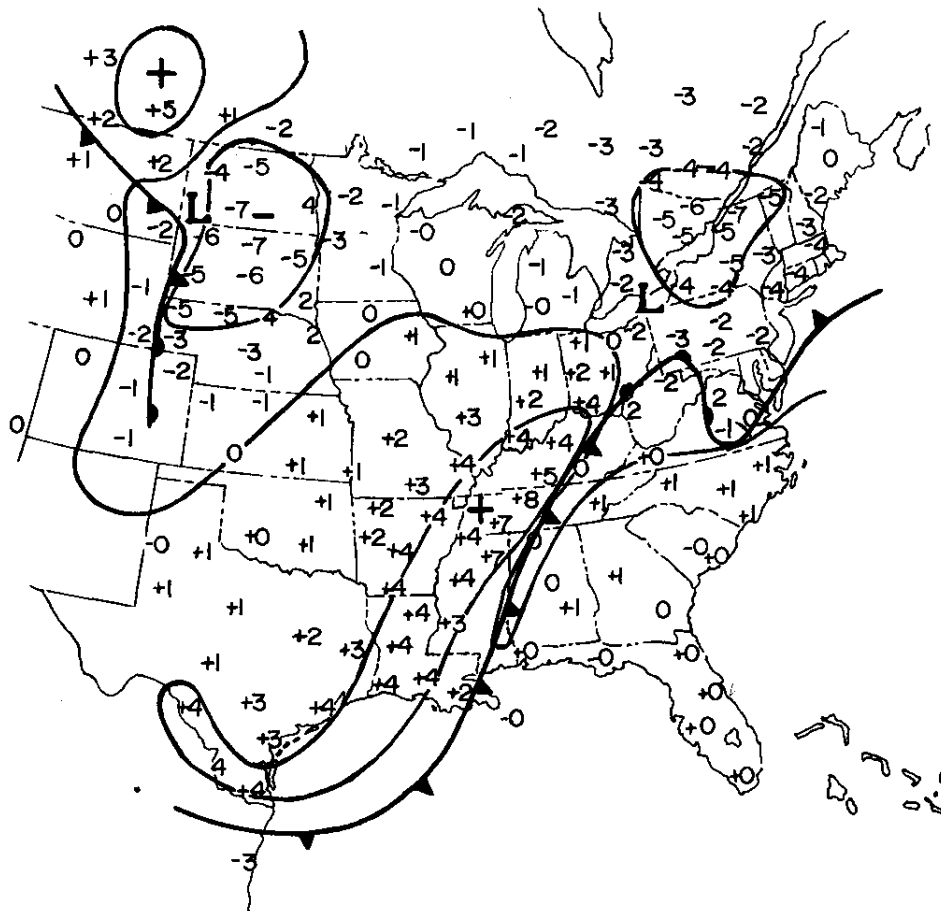


Abbildung 1.11: 3-stündige Druckänderung (in Hektopascal) am 20. November 1964, 00 Uhr UTC; Isallobaren in Abständen von 4 hPa/3h.

Wolkenarten und Untergrenze der tiefsten Wolken hinzu. Auch gibt es noch zahlreiche weitere Symbole zur genauen Beschreibung des Wetterzustandes und der Sichtverhältnisse (z. B. Dunst, Nebel, Staubtrübung). Diese zusätzlichen Informationen sind besonders bei der Anwendung der Bodenwetterkarte in der Luftfahrt nützlich. In Wettermeldungen von Schiffen ist außerdem noch die Wassertemperatur und der gegenwärtige Schifffkurs enthalten.

1.3.1 Die Bodenwetterkarte:

Neben den Wettermeldungen der einzelnen Stationen sind in einer ausgewerteten Bodenwetterkarte die Isobaren (Linien gleichen Luftdrucks, auf Meereshöhe reduziert), Fronten und Hoch- bzw. Tiefdruckzentren eingetragen. Bewölkungs- und Niederschlagsgebiete sowie besondere Wettererscheinungen (Gewitter, Nebel u.a.) werden mit unterschiedlichen Farbstiften hervorgehoben. Mit Hilfe der analysierten Boden-

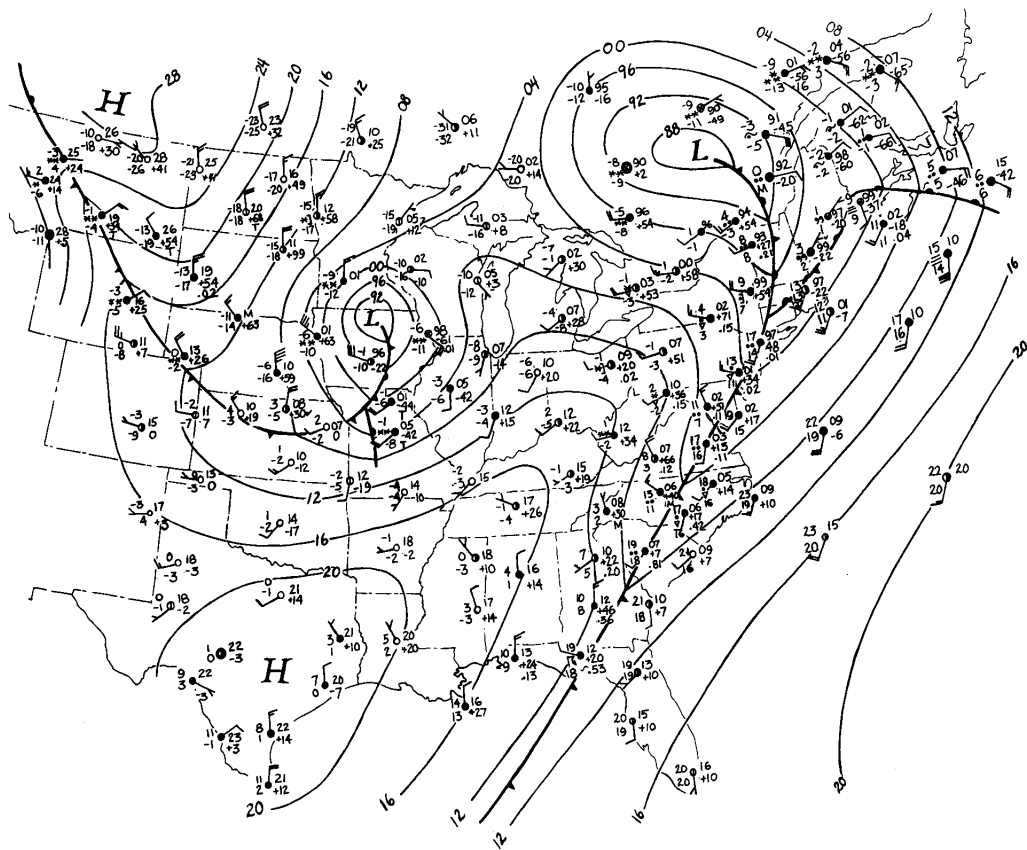



Abbildung 1.12: Die Bodenwetterkarte vom 20. November 1964, 12 Uhr UTC.

wetterkarte und den Höhenwetterkarten kann man sich dann ein Bild vom aktuellen Zustand der Atmosphäre machen. Die Prozesse in der Atmosphäre laufen kontinuierlich ab. Deshalb sollen sich Karten verschiedener Beobachtungstermine logisch aneinander anschließen. In der Praxis verwendet man daher bei der Analyse einer Bodenkarte die letzte (meist 3 bis 6 Stunden alte) Wetterkarte als Vorlage für Fronten- und Isobarenpositionen. In Gebieten mit geringer Stationsdichte (z. B. über Ozeanen) werden Fronten und Tiefdruckwirbel an Hand von Satellitenbildern festgelegt.

Die Bodenwetterkarte vom 20. November 1964, 12 Uhr UTC zeigt Abb. 1.12. Seit 00 Uhr UTC (s. Abb. 1.6c) verlagerte sich das östliche der beiden Tiefdruckzentren nach Nordosten und vertiefte sich um 6hPa. Die Kaltfront zog schnell ostwärts und nähert sich jetzt der Atlantikküste.

Während der Entwicklung des Tiefs entfernte sich das Tiefdruckzentrum immer weiter von der Frontalzone, wo es ursprünglich entstanden war. In Abb. 1.12 liegt der tiefste Druck bereits innerhalb der Kaltluft. Bis zu dem Punkt, an dem sich Warm- und Kaltfront schneiden, verläuft eine Front, auf deren Vorderseite die gleichen Wettererscheinungen wie vor einer Warmfront (Temperaturanstieg, östlicher

Wind, Druckfall) beobachtet werden; westlich der Front ist der Wetterablauf dagegen wie nach dem Durchzug einer Kaltfront (Temperaturrückgang, abnehmender Niederschlag, böiger westlicher Wind, starker Druckanstieg). Charakteristische Merkmale dieser Front sind also Temperaturmaximum, Druckminimum und Windrichtungsänderung. Die Frontalzone auf beiden Seiten der Front ist in der Nähe des Schnittpunktes von Warm- und Kaltfront (“Okklusionspunkt”) stärker ausgeprägt als im Bereich des Tiefdruckzentrums. Derartige Fronten entstehen häufig durch den Zusammenschluß von Warm- und Kaltfront. Man nennt sie *Okklusionen* (Symbol ); ihre Entstehung und vertikale Struktur wird noch behandelt (s. Abb. 1.16).

1.3.2 Zeitreihen:

Die Wettermeldungen einiger ausgewählter Stationen vom 19. und 20. November 1964 sind in Abb. 1.14 als Zeitreihen dargestellt. Die Stationen wurden nach der geographischen Breite geordnet; die nördlichste Station (NB) liegt in Südkanada, die südlichsten (LC, BR) am Golf von Mexiko (s. Abb. 1.13).

Die Stationsmeldungen in Abb. 1.14 zeigen deutlich, wie groß die Luftmassengesätze am 19. November 1964 über den östlichen USA waren und wie dann die polare Kaltluft nach Süden strömte:

- Die Stationen an der Golfküste BR (Brownsville, Texas), LC (Lake Charles, Louisiana) und JA (Jackson, Mississippi) befinden sich zunächst in einer warmen Südströmung. Beim Durchzug der Kaltfront dreht der Wind auf Nord, Luft- und Taupunkttemperaturen sinken; gleichzeitig steigt der Druck. Beim Frontdurchgang fällt in BR kein Niederschlag, in LC gibt es dagegen Gewitter und Schauer, in JA anhaltenden Regen.
- NA (Nashville, Tennessee) und HT (Huntington, West Virginia) liegen anfangs in der Frontalzone nördlich der stationären Front. Zwischen 12 und 18 Uhr UTC steigen Temperatur und Taupunkt leicht, gleichzeitig fällt der Druck. Ursache ist die Verlagerung der Frontalzone nach Norden. Für kurze Zeit dreht der Wind nach dem Durchgang der Warmfront auf Südwest und es wird ungefähr 6K wärmer. Die Kaltfront kurz vor bzw. kurz nach 00 Uhr UTC bringt dann starke Abkühlung. In NA sinkt innerhalb von 3 Stunden die Temperatur von 18 C auf 4 C!
- Das noch etwas nördlicher gelegene PI (Pittsburgh, Pennsylvania) erreicht die Warmluft nicht mehr. Der Wetterablauf ist zunächst ähnlich wie in HT und NA vor dem Warmfrontdurchgang. Zwischen 00 und 03 Uhr UTC am 20. November überquert eine Front die Station; dann wurde, wie in HT und NA nach der Kaltfront, starker Temperaturrückgang und Druckanstieg beobachtet. Bei dieser Front handelt es sich also um eine Okklusion. Sie verläuft in der 00 Uhr UTC-Bodenkarte etwas westlich von PI bis zum Tiefdruckzentrum bei BU, wurde aber in Abb. 1.63c nicht eingezeichnet.

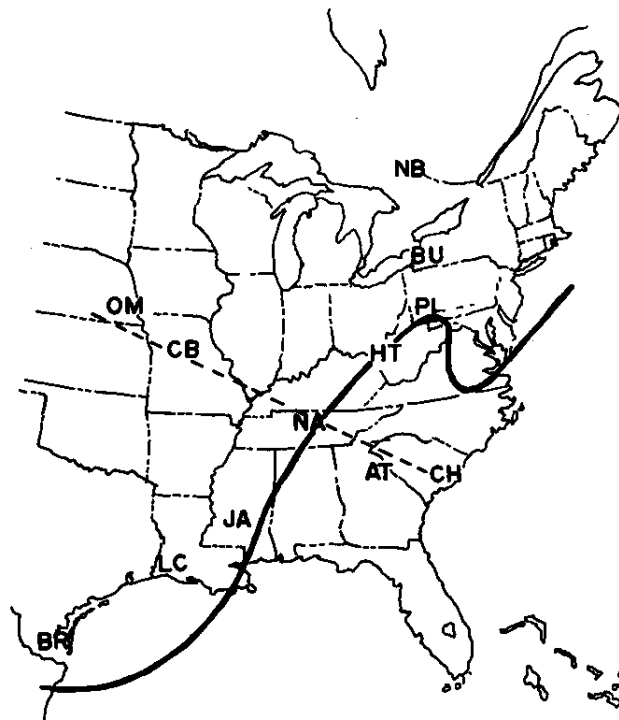


Abbildung 1.13: Lage der für die Zeitreihen (Abb. 1.14), Radiosondenaufstiege (Abb. 1.22) und Vertikalschnitte (Abb. 1.23 und 1.24) ausgewählten Stationen; Verlauf des Vertikalschnitts (- - -); Frontenlage am 20. November 1964, 00 Uhr UTC (- - -) zum Zeitpunkt der Radiosondenaufstiege; Ortsnamen s. Text.

- Für BU (Buffalo, New York) ist die Interpretation der Wettermeldungen nicht ganz so eindeutig wie für PI. Um 03 Uhr UTC dreht der Wind von östlichen auf westliche Richtungen, der Druck erreicht gleichzeitig ein Minimum, die Temperatur steigt jedoch nur geringfügig. Auffällig ist dagegen, daß der Niederschlag von Schnee in Regen und schließlich wieder in Schnee übergeht. Die Erwärmung im Bereich der Front muß demnach in höheren Luftschichten größer als am Boden sein. Der Wetterablauf in BU kann als Durchgang einer schwachen Okklusion, weit entfernt vom Okklusionspunkt, interpretiert werden.
- NB (North Bay, Ontario) bleibt während der gesamten Beobachtungsperiode innerhalb der Kaltluft. Dennoch wird um 09 Uhr UTC am 20. November ein Druckminimum und eine Winddrehung auf West gemessen. Zu diesem Zeitpunkt überquert NB keine Front sondern das Zentrum des Tiefdruckgebietes.

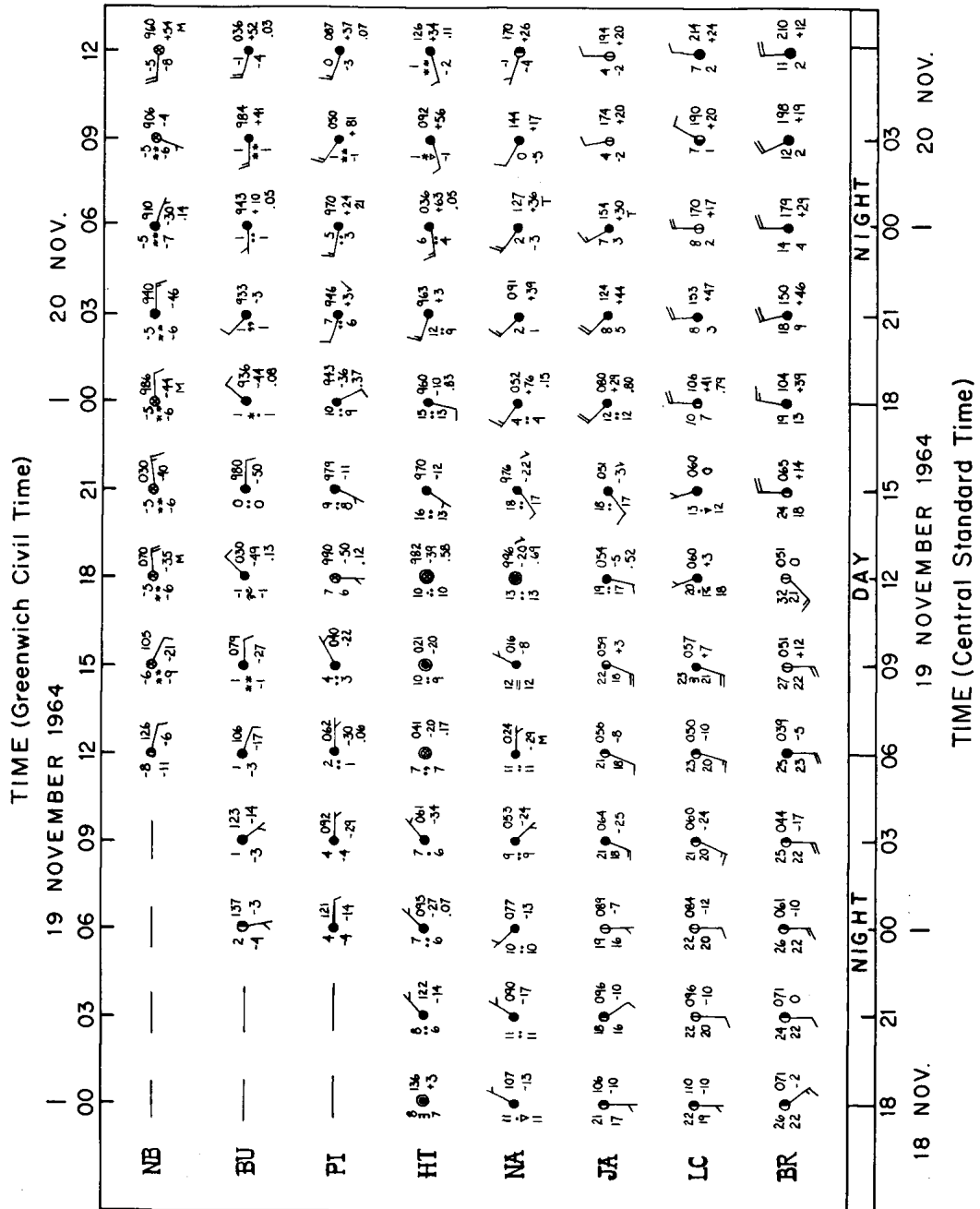


Abbildung 1.14: Der Wetterlauf an einigen ausgewählten Stationen vom 19. November 1964, 00 Uhr UTC bis 20 November 1964, 12 Uhr UTC; zur Lage der Stationen s. Abb. 1.13; Symbole wie auf Seite Abb. 1.4. Entwicklung eines Tiefdruckgebietes im Bodendruckfeld; die Pfeile an den Isobaren geben die Richtung des geostrophischen Windes an (aus Palmn und Newton, 1969).

1.3.3 Die Entwicklungsstadien einer Polarfrontzyklone:

Obwohl der Prozeß der Zyklogese (Entwicklung von Tiefdruckgebieten) in vielfältiger Form ablaufen kann, zeigen die meisten Tiefdruckgebiete einen ähnlichen Lebenslauf, wie er in den letzten Abschnitten beschrieben wurde. Die wichtigsten Entwicklungsstadien einer Polarfrontzyklone sind:

- Wellenbildung an einer stationären Front (z. B. Polarfront). Am Wellenscheitel setzt Druckfall ein, dadurch entsteht eine zyklonale Zirkulation um den Wellenscheitel; die Verwirbelung der Frontalzone beginnt und es bildet sich die sogenannte
- Warmsektorzyklone. Die Warmluft strömt auf der Vorderseite der Zyklone nach Norden, die Kaltluft auf der Rückseite nach Süden. Dabei bilden sich Warmfront und Kaltfront mit ihren typischen Wettererscheinungen. Für die weitere Entwicklung ist charakteristisch, daß die Kaltfront schneller vordringt als die Warmfront. Der Warmsektor (Bereich zwischen Warmfront und Kaltfront) wird dadurch immer schmaler. Schließlich holt die Kaltfront die Warmfront ein, das Tief befindet sich im
- Okklusionsstadium. Zu Beginn dieser Phase erreicht die Zyklone gewöhnlich ihren tiefsten Kerndruck und ihre größte Intensität, was die auftretenden Windgeschwindigkeiten betrifft. Mit fortschreitendem Okklusionsprozeß wandelt sich das Tiefdruckgebiet in einen kalten Wirbel um, die Temperaturgegensätze gleichen sich in Kernnähe immer mehr aus. Damit wird die Energiezufuhr für die zyklonale Rotation geringer. Durch die Bodenreibung, die einen Massenfluß zum Zentrum hin bewirkt, löst sich das Tief langsam auf. Am Okklusionspunkt oder an der langgestreckten Kaltfront, wo wegen des Temperaturkontrastes noch potentielle Energie (Hebung der Warmluft, Absinken der Kaltluft) verfügbar ist, kann es zur Bildung neuer Tiefdruckgebiete kommen.
- Abb. 1.15 zeigt Isobaren und Fronten in der Bodenwetterkarte für die einzelnen Entwicklungsstadien. Diese Entwicklungsstadien erkannten J. Bjerknes und H. Solberg in den Jahren nach dem Ersten Weltkrieg auf Grund des Studiums zahlreicher Zyklonenentwicklungen im Bereich des west- und nordeuropäischen Stationsnetzes (damals nur Bodenbeobachtungen). Einige der ursprünglichen Vorstellungen mußten in den folgenden Jahrzehnten korrigiert werden, sobald Radiosondendaten und damit Informationen über die Strömung in der freien Atmosphäre verfügbar waren. Die Grundzüge der sogenannten "Polarfronttheorie" (Entwicklung der Zyklonen an der Grenze von Polarluft und Subtropikluft) sind jedoch bis heute gültig und werden immer noch bei der Interpretation der Bodenwetterkarte verwendet.

Nur selten verläuft eine Zyklogese so exakt nach der Polarfronttheorie wie in dem Beispielfall vom 19./20. November 1964. Besonders im letzten Entwicklungsstadium sind die Warmfronten oft nur schwach ausgebildet (wie z. B. beim westlichen der

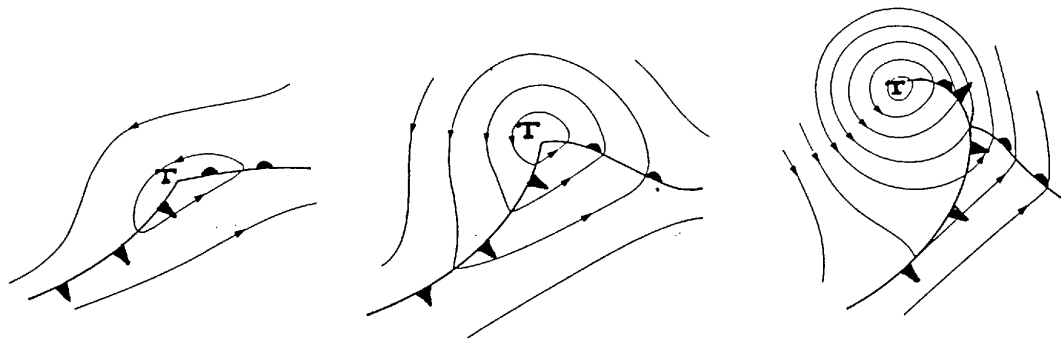


Abbildung 1.15: Entwicklung eines Tiefdruckgebietes im Bodendruckfeld; die Pfeile an den Isobaren geben die Richtung des geostrophischen Windes an (aus Palmn und Newton, 1969).

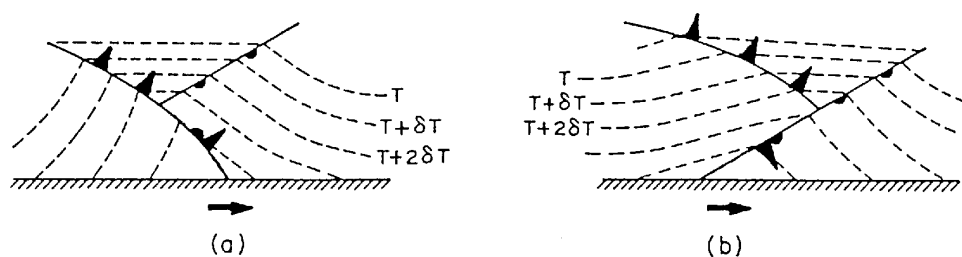


Abbildung 1.16: Idealisieretes Modell einer Kaltfrontokklusion (a) und einer Warmfrontokklusion (b); Querschnitte senkrecht zur Verlagerungsrichtung mit dem Verlauf der Frontflächen (—) und Isothermen (---), Verlagerungsrichtung der Fronten von links nach rechts.

beiden Tiefdruckgebiete in Abb. 1.12). Durch orographische Einflüsse können sich an bestimmten Stellen Fronten neu bilden. Die Fronten können aber auch abgeschwächt oder verlangsamt werden (vgl. Abb. 1.6c: durch die kleinere Verlagerungsgeschwindigkeit der Warmfront im Bereich der Appalachen entsteht eine Ausbuchtung nach Süden). Außerdem muß nicht jede Welle, die sich an einer stationären Front bildet, den gesamten Lebenszyklus durchlaufen und sich zur großen okkludierten Zyklone entwickeln, sondern die Entwicklung kann in jedem Stadium enden. Um zu entscheiden, bis zu welchem Stadium eine Entwicklung führt, benötigt man neben der Bodenwetterkarte auch Höhenwetterkarten.

1.3.4 Okklusionen:

Nach der Polarfronttheorie schrumpft während der Zyklogense der Warmsektor des Tiefs immer mehr, bis schließlich die schneller ziehende Kaltfront die Warmluft einholt. Die resultierende Front wird Okklusion genannt. Die Warmluft und damit auch die Warmfront ist dann nur noch in der Höhe vorhanden, während am Boden zwei Kaltluftmassen, die der Vorderseite und die der Rückseite des Tiefs, aneinandergrenzen. Im Idealfall sind die Wettererscheinungen auf der Vorderseite der Okklusion wie an einer Warmfront und auf der Rückseite wie an einer Kaltfront. Meist weisen die beiden Kaltluftmassen unterschiedliche Temperaturen auf, so daß entweder der Kaltfront- oder der Warmfrontcharakter überwiegen. Ist die nachfolgende Kaltluft kälter als die vorlaufende, entsteht eine "Kaltfrontokklusion", die in den unteren Luftschichten rückwärts geneigt ist (Abb. 1.16a). Diese Form tritt im Mitteleuropa häufig im Sommer auf. Bei einer "Warmfrontokklusion", wie sie als Folge des im Vergleich zum Festland warmen Atlantiks bei uns im Winter öfter auftritt, liegt die kälteste Luft vorderseitig des Tiefs. Die Frontfläche der Warmfrontokklusion ist wie die einer Warmfront nach vorn geneigt (Abb. 1.16b).

Abb. 1.16 zeigt außerdem, daß beim Durchzug einer Kaltfrontokklusion die Luftschichtung stabiler, beim Durchzug einer Warmfrontokklusion dagegen labiler wird. Die Okklusionsfront ist jeweils durch ein Temperaturmaximum markiert, eine Folge der Frontalzone auf beiden Seiten der Front. Gut läßt sich der Verlauf einer Okklusionsfront mit Hilfe einer Schichtdickenkarte festlegen (vgl. Abb. 1.23c).

Okklusionsartige Frontstrukturen können auch durch die Vereinigung zweier Frontenzüge entstehen. Das ist der Fall bei einer alternativen Form der Zyklogense, bei der zu Anfang zwei Kaltfronten existieren. Wenn die nördliche, schneller wandernde Kaltfront mit einer Welle an der vorderen Front verschmilzt, kann es zu einer raschen und kräftigen Zyklogense kommen. Der thermische Aufbau des Bodentiefs weist dann alle Merkmale einer okkludierten Zyklone auf, ohne daß ein echter Okklusionsprozeß stattgefunden hätte.

1.4 Der Strömungsverlauf in der freien Atmosphäre

An der Entstehung der meisten Wettervorgänge sind nicht nur die bodennahen Luftschichten, sondern auch höhere Schichten der Atmosphäre beteiligt. Für die Beschreibung der Wetterlage benötigt man daher neben der Bodenwetterkarte auch Höhenwetterkarten. Es wurde beispielsweise beobachtet, daß die Tiefdruckgebiete am Boden vom Wind in der Mitte der Troposphäre (in ca. 500 hPa) gesteuert werden. Außerdem hat die Druckverteilung in den oberen Luftschichten Einfluß auf die Intensivierung oder Abschwächung der Tief- und Hochdruckgebiete in Bodennähe und auf die damit verbundenen Niederschläge.

1.4.1 Höhenwetterkarten:

Da die Radiosonden Temperatur und Wind in Abhängigkeit vom Druck messen, ist es zweckmäßig, die Höhen bestimmter Druckflächen zu berechnen und die Meßwerte auf das jeweilige Druckniveau zu beziehen. In den Höhenwetterkarten sind also keine Isobaren sondern Isohypsen (Linien gleicher geopotentieller Höhe) eingetragen. Die Abbildungen 1.17, 1.18 und 1.19 zeigen die Isohypsen und Isothermen für den 20. November 1964, 00 Uhr UTC auf den Druckflächen 850, 700, 500, 250 und 100 hPa.

In der 850 hPa-Karte (Abb. 1.17a) gibt es einige Unterschiede im Vergleich zur Bodenkarte (Abb. 1.6c):

- Statt abgeschlossener Tiefdruckzentren findet man im 850 hPa-Niveau Tröge.
- Die Windgeschwindigkeiten sind größer als am Boden; der Wind bläst annähernd parallel zu den Isohypsen, im Gegensatz zur Windkomponente quer zu den Isobaren in der Bodenkarte.
- LC und NA liegen in der Bodenkarte bereits auf der Rückseite der Kaltfront; dagegen erreicht in der 850 hPa-Karte die Front (definiert als der warme Rand der Frontalzone) gerade LC und NA. Die Frontfläche ist demnach rückwärts geneigt, die Kaltluftschicht wird erst nach Frontdurchgang vertikal mächtiger (vgl. Abb. 1.8c).
- Die Warmfront ist im 850 hPa-Niveau stärker ausgeprägt als in der Bodenwetterkarte und liegt weiter nördlich. Im Bereich der Appalachen, wo die Warmfront am Boden nur langsam nach Norden zieht (s. Ausbuchtung an der Warmfront in Abb. 1.7b), reicht die kühle Luftschicht anscheinend nur einige hundert Meter hoch.

In der 700 hPa-Fläche, deren Höhe zwischen 2640 m (im Zentrum des Tiefs) und 3150 m (im Südosten) schwankt, kann man folgendes erkennen (Abb. 1.17b):

- Die Krümmung der Isohypsen an der Troglinie ist schwächer als im 850 hPa-Niveau, die Troglinie verläuft noch etwas stromaufwärts.

- An den meisten Stationen nehmen die Windgeschwindigkeiten mit der Höhe zu.
- Die Kaltfront liegt weiter nordwestlich als in 850 hPa, denn sie hat NA und LC noch nicht erreicht.
- Die Position der Warmfront ist deutlich nach Norden verschoben. Der meiste Niederschlag fällt an der Warmfront im Bereich der Frontalzone in 700 hPa (vgl. Abb. 7.7b).
- Der Temperaturgradient an der Frontalzone ist nicht auf so engem Raum konzentriert wie in 850 hPa oder am Boden, z. B ist es schwierig, den Südteil der Kaltfront im 700 hPa-Niveau festzulegen.

Im 500 hPa-Niveau (Abb. 1.18) wurden örtlich Windgeschwindigkeiten von über 100 kn (ca. 180 km/h) gemessen. Die Troglinie und die Frontalzone liegen noch ein Stück westlicher (stromaufwärts) als in der 700 hPa-Karte. Die Neigung der Frontfläche in Richtung Kaltluft läßt sich also bis in größere Höhen verfolgen. Die Front erscheint in der 500 hPa- Fläche jedoch nicht als richtige Frontalzone sondern als Gebiet mit hohem Temperaturgradienten.

In Kapitel 2 (Abb. 2.9, Seite 15) wurde bereits erwähnt, daß die Tropopause keine einheitliche Fläche bildet. Typisch ist ein Tropopausenbruch in mittleren Breiten zwischen der hohen, kalten subtropischen Tropopause und der tiefen, warmen polaren Tropopause. Wie Abb. 2.9 zeigt, treten im klimatologischen Mittel an dieser Bruchstelle die höchsten Windgeschwindigkeiten (im Extremfall bis zu 600 km/h) auf. Man nennt dieses Starkwindband Strahlstrom oder oft auch Jetstream. Die in Abb. 1.18b dargestellte 250 hPa-Karte schneidet den Tropopausenbruch in Höhe des Jetstreams. Nordwestlich des Jetstreams befindet sich die 250 hPa-Fläche in der unteren Stratosphäre, südöstlich des Jets dagegen in der oberen Troposphäre. Die höchsten Temperaturen wurden in der Nähe des Troges auf der nördlichen Seite des Strahlstroms gemessen. Die Radiosondenaufstiege zeigen, daß in diesem Gebiet die Tropopause besonders niedrig ist.

Die 100 hPa-Fläche (Abb. 1.19) liegt deutlich über Jetstream und Tropopause. In der Stratosphäre nehmen die Windgeschwindigkeiten ab und die Temperaturverteilung kehrt sich um: Im Süden (Florida) ist es kälter als im Norden (Kanada). Im 100 hPa-Niveau ändert sich außerdem das Strömungsmuster. Man kann keine Tröge und Frontalzone wie in der Troposphäre erkennen, sondern nur eine große wellenförmige Deformation in der Höhenströmung. Die Wellen in der stratosphärischen Strömung verlagern sich nur sehr langsam und haben eine Wellenlänge von mehr als 10 000 km (1 bis 3 Wellen pro Hemisphäre). Sie werden planetarische Wellen genannt. Diese Wellen gibt es auch in der mittleren und oberen Troposphäre, sind aber hier von Wellen kleinerer Wellenlänge, die in Zusammenhang mit den synoptischen Systemen stehen, überlagert.

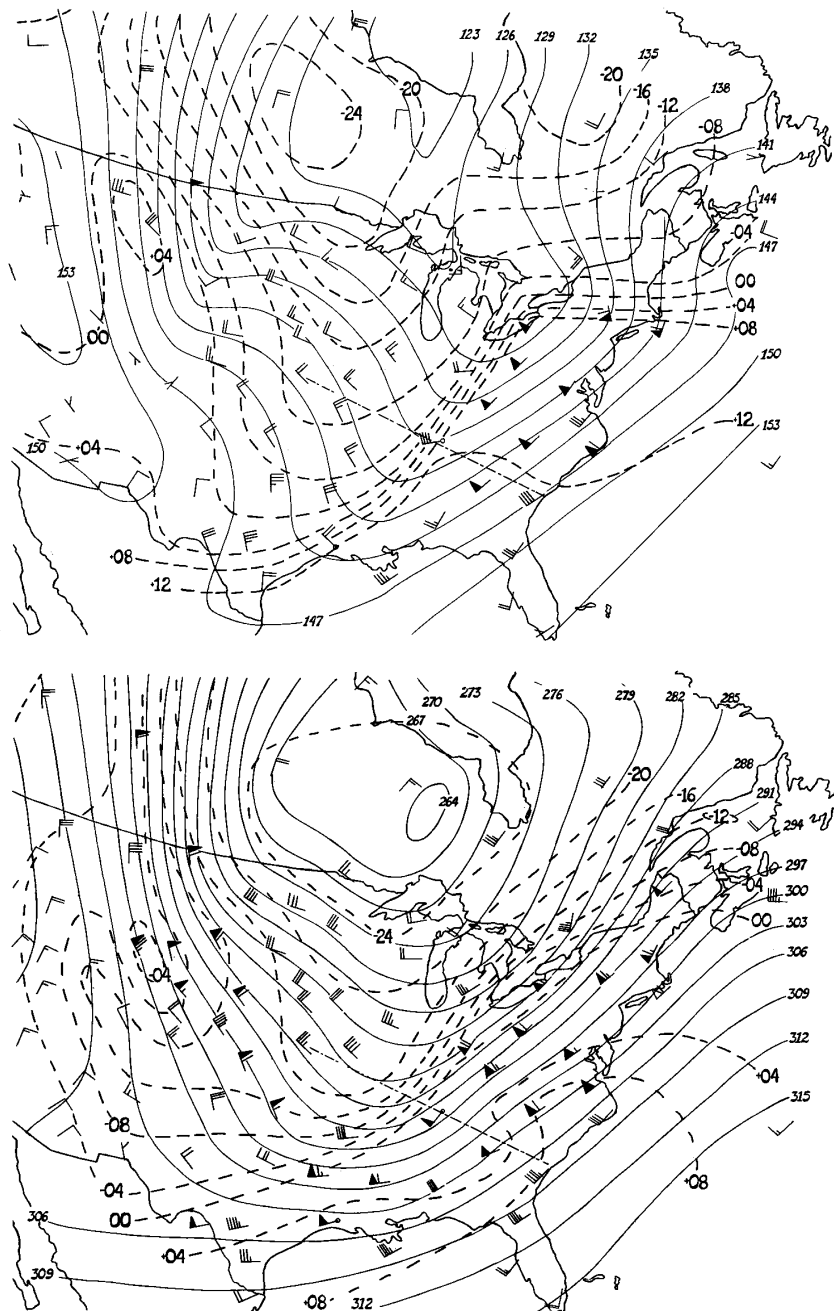


Abbildung 1.17: Höhenwetterkarte vom 20 November 1964, 00 Uhr UTC für die untere Troposphäre (oben), 850 hPa, (unten) 700 hPa:

- (——) Isohypsen in Abständen von 3 geopotentiellen Dekametern,
- (- - - -) Isothermen in Abständen von 4°C,
- (●) Lage der Stationen LC und NA.

KAPITEL 1. SYNOPTISCHE ANALYSE AUSSERTROPISCHER WETTERSYSTEME28

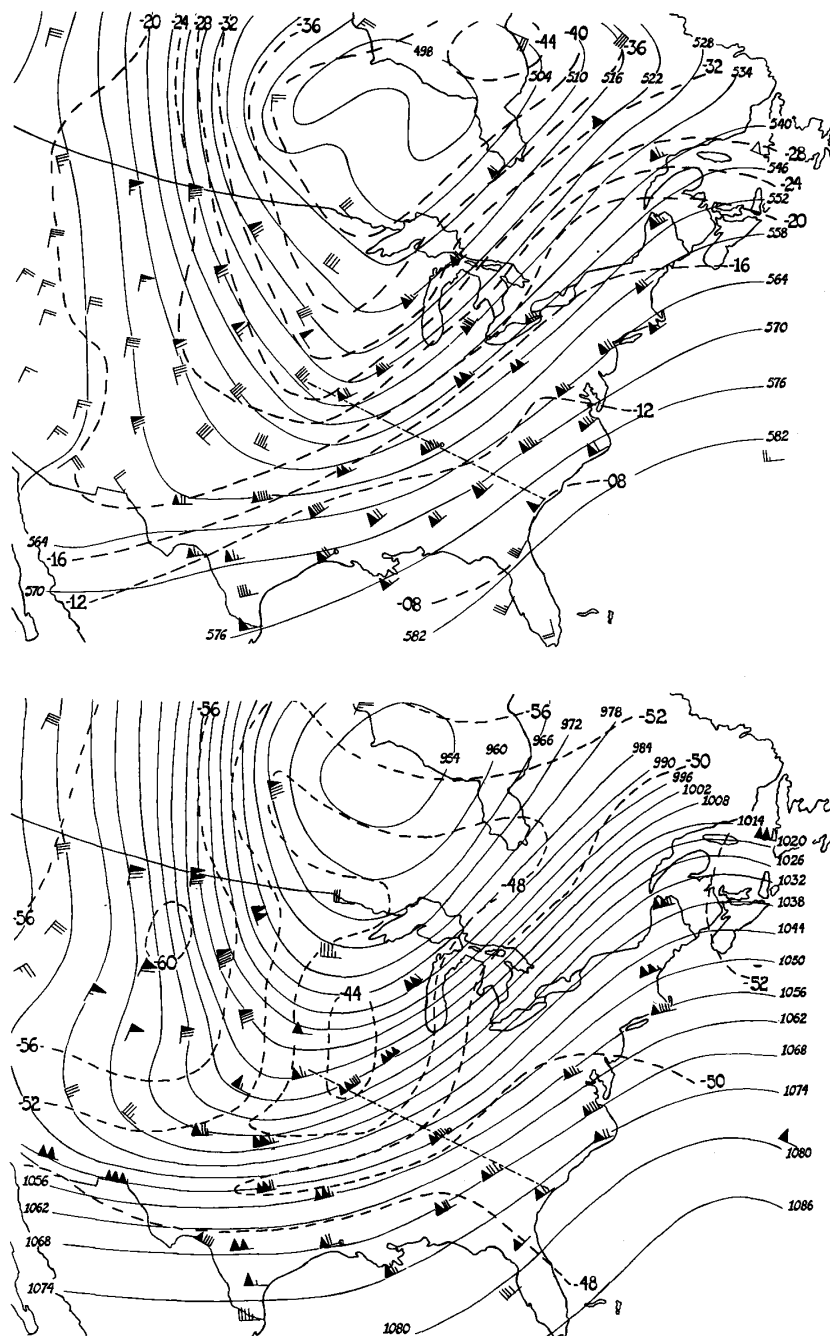


Abbildung 1.18: Höhenwetterkarte vom 20 November 1964, 00 Uhr UTC: (oben) für die mittlere Troposphäre (500 hPa) und (unten) in Tropopausennähe (250 hPa):

- (——) Isohypsen in Abständen von 6 geopotentiellen Dekametern,
- (- - - -) Isothermen in Abständen von 4°C,
- (●) Lage der Stationen LC und NA.

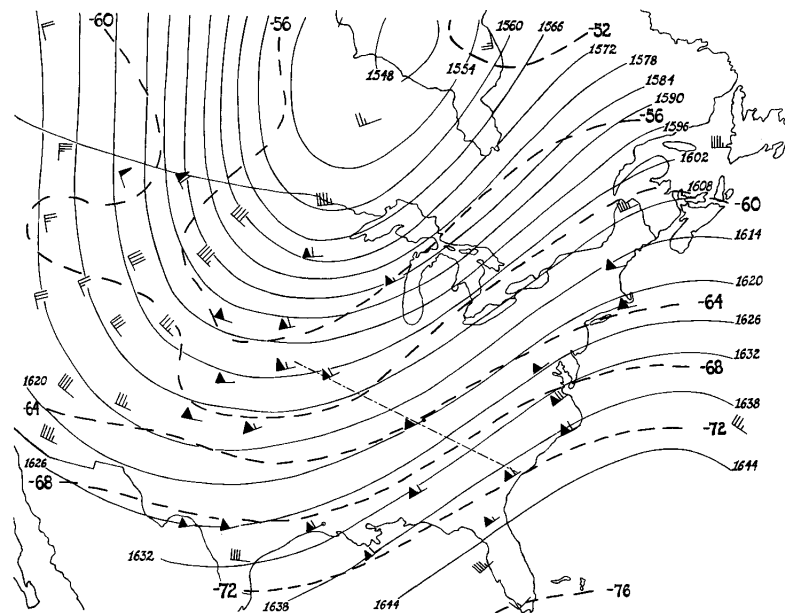


Abbildung 1.19: Höhenwetterkarten vom 20. November 1964, 00 Uhr UTC für die untere Stratosphäre:

- (——) Isohypsen in Abständen von 6 geopotentiellen Dekametern,
- (- - - -) Isothermen in Abständen von 4°C,
- (•) Lage der Stationen LC und NA.

1.4.2 Vertikale Temperaturverteilung:

Die Temperaturkurven der Radiosondenaufstiege an vier Stationen, die auf einer Linie senkrecht zur Kaltfront liegen (s. Abb. 1.13), sind in Abb. 1.20 dargestellt.

Der Aufstieg von Athens, Georgia (AT) zeigt ein für subtropische Warmluft typisches Temperaturprofil. Abgesehen von ein paar schwachen Inversionen nimmt die Temperatur in der gesamten Troposphäre gleichmäßig mit der Höhe ab. Die Höhe der Tropopause kann man an der Verringerung der vertikalen Temperaturabnahme in 180 hPa (ca. 13 km) erkennen. In tropischer Luft liegt die Tropopause in 100 hPa (ca. 16 km), wo im Aufstieg von AT noch einmal eine deutliche Änderung des vertikalen Temperaturgradienten gemessen wurde.

Die vertikale Temperaturverteilung ist in Nashville, Tennessee (NA) oberhalb von 850 hPa ähnlich der von AT. In den untersten Luftschichten hat sich aber bereits die kältere Luft auf der Rückseite der Kaltfront durchgesetzt. Die Front liegt an der Obergrenze der Inversion, zum Zeitpunkt des Radiosondenaufstiegs also in 850 hPa. Dies steht in Übereinstimmung zur 850 hPa-Höhenwetterkarte (Abb. 1.17), in der NA gerade der Rand der Frontalzone erreicht.

An der Station Columbia, Missouri (CB) wurden innerhalb der Kaltluft bis 300 hPa wesentlich niedrigere Temperaturen als in AT oder NA gemessen. Der vertikale

Temperaturgradient verringert sich beim Übergang von der Troposphäre zur Stratosphäre kontinuierlich, so daß man die Tropopausenhöhe nicht genau festlegen kann. Über 300 hPa ist die Luft vergleichsweise warm.

Omaha, Nebraska (OM) liegt in der Nähe des 500 hPa-Troges in hochreichend kalter Luft. Der vertikale Temperaturverlauf weist in ungefähr 350 hPa (8,5 km) einen wesentlichen Unterschied im Vergleich zu CB auf. In dieser Höhe befindet sich die Tropopause, erkennbar am starken Rückgang der vertikalen Temperaturabnahme. Im langjährigen Mittel sinkt selbst an den Polen die Tropopause nicht auf 350 hPa ab (vgl. Abb. 2.9). Derartig niedrige Tropopausenhöhen treten nur in der Umgebung von starken Trögen in der oberen Troposphäre auf. Für diese Gebiete sind sehr niedrige Temperaturen in der gesamten Troposphäre und sehr hohe Temperaturen direkt über der Tropopause in der unteren Stratosphäre charakteristisch. Die Tatsache, daß sich die Temperatur in der Stratosphäre meist gegenläufig zur Temperatur in der Troposphäre verhält, wird als Gegenläufigkeitsprinzip oder stratosphärische Kompensation bezeichnet.

1.4.3 Vertikalschnitte:

Die vertikale Schichtung der Atmosphäre in der Umgebung der Frontalzone zeigt Abb. 1.21. (s. Seite 32). Zur Konstruktion der Vertikalschnitte wurden die Temperatur- und Windmessungen an den fünf Radiosondenstationen und die Höhenwetterkarten (Abb. 1.17 - 1.19) herangezogen. Die Isotachen (Linien konstanter Windgeschwindigkeit) geben die Windkomponente senkrecht zum Querschnitt an. (Genaugenommen handelt es sich um den geostrophischen Wind; der Unterschied zwischen geostrophischem und tatsächlichem Wind wird im Kapitel 6 erklärt, kann aber hier bei der qualitativen Diskussion vernachlässigt werden). Der Querschnitt liegt annähernd senkrecht zur Frontfläche und zum Jetstream. In Abb. 1.21a wird der vertikale Aufbau der Frontalzone sichtbar:

- Die Frontalzone ist in der unteren Troposphäre sehr gut ausgeprägt und in Richtung Kaltluft geneigt. Die Frontposition läßt sich nur bis knapp südöstlich der Station CB eindeutig bestimmen. Der Radiosondenaufstieg von CB (s. Abb. 1.20, Seite 31) zeigt zwischen 600 hPa und 500 hPa nur eine etwas verringerte vertikale Temperaturabnahme.
- Innerhalb der Frontalzone verlaufen die Isotachen besonders dicht gedrängt. In diesem Bereich nimmt der Wind mit der Höhe stark zu. Der vertikale Gradient des Horizontalwindes ist groß, man spricht von einer starken vertikalen Windscherung.
- Zwischen tiefer polarer und höherer subtropischer Tropopause befindet sich der Jetstream. Wie bereits in den Erläuterungen zu Abb. 1.18b erwähnt, schneidet die 250 hPa-Fläche den Jetstream und liegt nordwestlich davon in der unteren Stratosphäre. Der Querschnitt macht deutlich, daß die Radiosondenaufstiege

in der Umgebung des Jetstreams keine eindeutige Tropopausenhöhe ergeben können.

- In der Stratosphäre kehrt sich das Temperaturgefälle um.

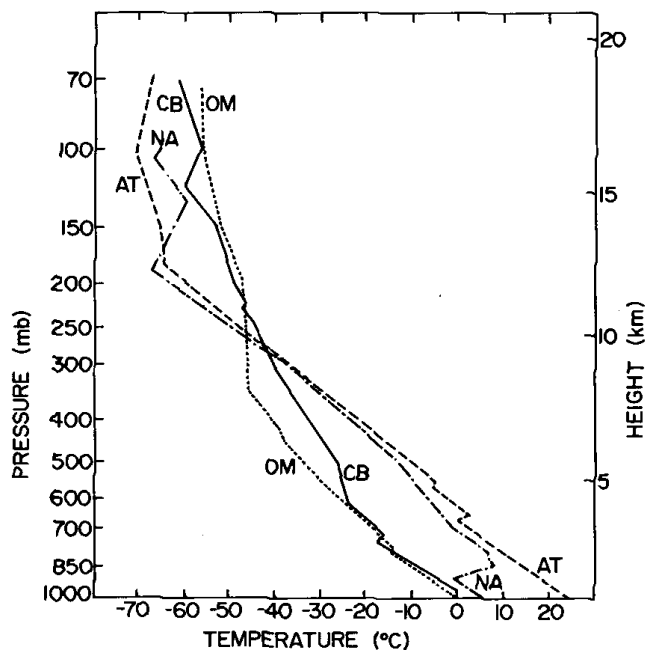


Abbildung 1.20: Vertikale Temperaturverteilung am 20. November 1964, 00 Uhr UTC (zur Lage der Stationen s. Abb. 1.13).

Manchmal ist es günstiger, Isentropen (Linien gleicher potentieller Temperatur) statt Isothermen in einen Vertikalschnitt einzutragen (Abb. 1.21b). Bei adiabatischen Bedingungen können aus der Lage der Isentropen Rückschlüsse auf die Luftbewegungen gezogen werden. Die Stabilität der Schichtung steht in direktem Verhältnis zum vertikalen Abstand der Isentropen. In den Bereichen mit dicht gedrängten Linien (wie z. B. in der Stratosphäre und in der Frontalzone) ist die Stabilität sehr hoch.

1.5 Schichtdicke und vertikale Temperaturverteilung

Bisher wurde in den Höhenwetterkarten immer die absolute Höhe einer bestimmten Druckfläche über dem Meeresniveau angegeben. Es gibt aber auch die Möglichkeit, den relativen Höhenunterschied zwischen zwei beliebigen Druckflächen ("Schichtdicke"; vgl. Kapitel 3, Seite 31) in eine Karte einzutragen. In beiden Kartendarstellungen gleichen die Isohypsen den Höhenlinien auf einer topographischen Karte

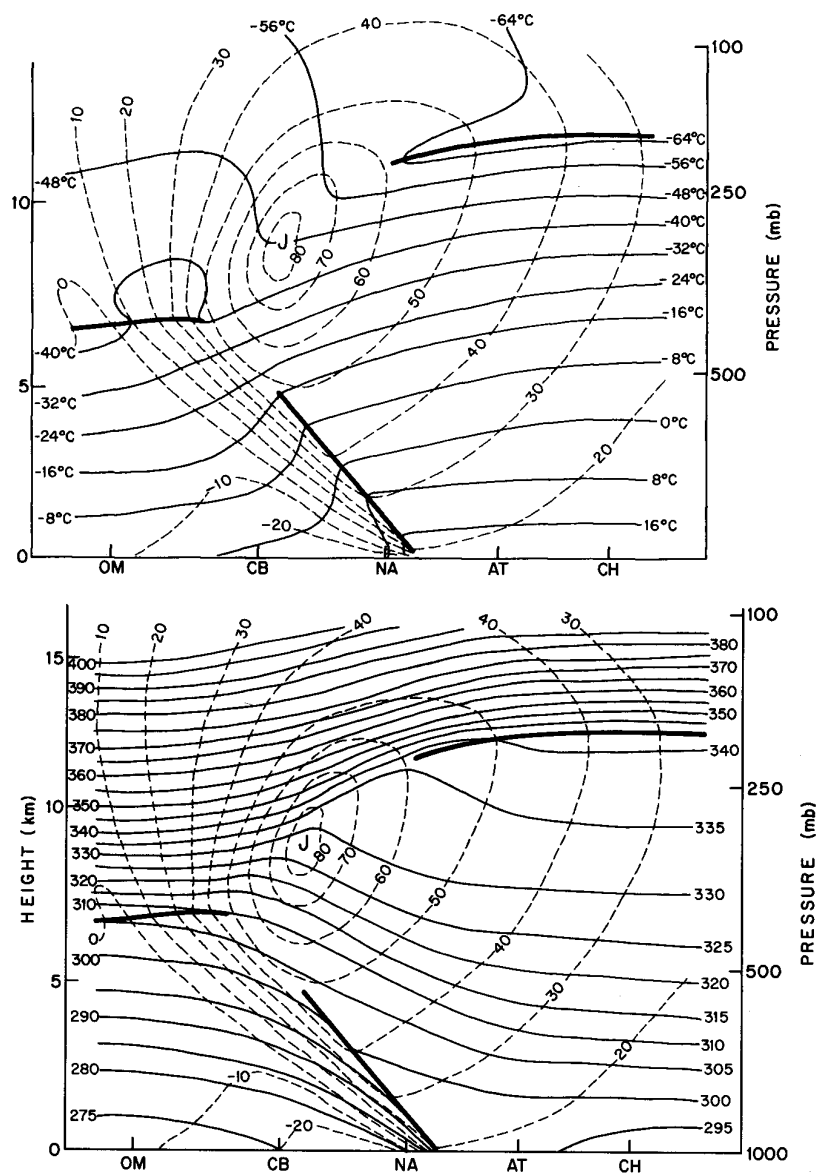


Abbildung 1.21: Vertikalschnitte durch die Frontalzone am 20. November 1964, 00 Uhr UTC (Stationen auf der in Abb. 1.13 eingezeichneten Linie);

- (———) Lage von Kaltfront und Tropopause
- (- - - - -) Isotachen der geostrophischen Windkomponente senkrecht zum Vertikalschnitt
(in ms^{-1} ; positive Werte bedeuten Windrichtung in die Zeichenebene hinein, entspricht Südwestwind; J: Jetachse)
- (———) (oben) Isothermen in Abständen von $8^{\circ}C$,
(unten) Isentropen in Abständen von 5K.

der Erdoberfläche. Man bezeichnet deshalb Höhenwetterkarten auch als Topographien und unterscheidet absolute Topographien (z. B. 500 hPa-Karte) von relativen Topographien (z. B. Schichtdickenkarte 500/1000 hPa). Aus den absoluten Höhen zweier Druckflächen läßt sich durch graphische Subtraktion eine relative Topographie gewinnen, vorausgesetzt die beiden Karten liegen in gleichem Maßstab vor und die Isohypsen sind in ganzzahligen Vielfachen von z. B. 6 gpdam eingezeichnet. Man legt die Karten übereinander und bildet an jedem Schnittpunkt der Isohypsen die Differenz zwischen den geopotentiellen Höhen der oberen und der unteren Druckfläche. An diesen Schnittpunkten ergeben sich durch 6 gpdam teilbare Schichtdickenwerte. Damit sind die Schichtdickenlinien bereits festgelegt: Man muß nur den Linienverlauf zwischen den Schnittpunkten interpolieren, denn alle passenden Schichtdickenlinien im Abstand von 6 gpdam kreuzen die absoluten Isohypsen ausschließlich an ihren Schnittpunkten. Ein Beispiel folgt im nächsten Abschnitt.

1.5.1 Schichtdicke 500/1000 hPa:

In Abb. 1.22 ist die Schichtdicke zwischen 1000 hPa und 500 hPa am 20. November 1964, 00 Uhr UTC dargestellt (gestrichelte Linien). Zusätzlich eingetragen sind die Höhe der 500 hPa-Fläche (dick ausgezogene Linien) und der auf Meereshöhe reduzierte Luftdruck (dünn ausgezogene Linien). Da in Meereshöhe 1 hPa Druckunterschied 8 m Höhenunterschied entsprechen, gilt folgende Umwandlung mit einem Fehler von weniger als 10 %:

$$\begin{aligned} 992 \text{ hPa} &= -6 \text{ gpdam} \\ 1000 \text{ hPa} &= 0 \text{ gpdam} \\ 1008 \text{ hPa} &= 6 \text{ gpdam usw.} \end{aligned}$$

Auf diese Weise lassen sich die Isobaren der Bodenkarte direkt in Isohypsen im 1000 hPa-Niveau umrechnen. Aus der graphischen Subtraktion der geopotentiellen Höhen im 1000 hPa-Niveau von den Werten in 500 hPa erhält man dann die Schichtdickenlinien in Abb. 1.22. Es ergeben sich nur dreifache Schnittpunkte. An jedem der Schnittpunkte liefert die Addition von 1000 hPa-Höhe und relativer Höhe 500/1000 hPa die 500 hPa-Höhe. Entlang einer beliebigen Isohypse auf der 500 hPa-Fläche nimmt die Schichtdicke um 6 gpdam zu, wenn sich die Höhe der 1000 hPa-Fläche um den gleichen Betrag verringert. Über dem Bodentief ist die Schichtdicke auf einer bestimmten Isohypse daher am größten.

Eine Schichtdickenkarte zeigt Maxima dort, wo die Luft warm ist, und Minima, wo die Luft kalt ist, denn der Abstand zwischen zwei Druckflächen hängt nur von der mittleren virtuellen Temperatur der dazwischenliegenden Luftschicht ab (folgt aus Gleichung (3.22) in Kapitel 3, Seite 31). Eine Erhöhung der Schichtdicke um 6 gpdam ist gleichbedeutend mit einer Zunahme der mittleren virtuellen Temperatur von 3K. Der Verlauf der Schichtdickenlinien in Abb. 1.22 steht deshalb mit der

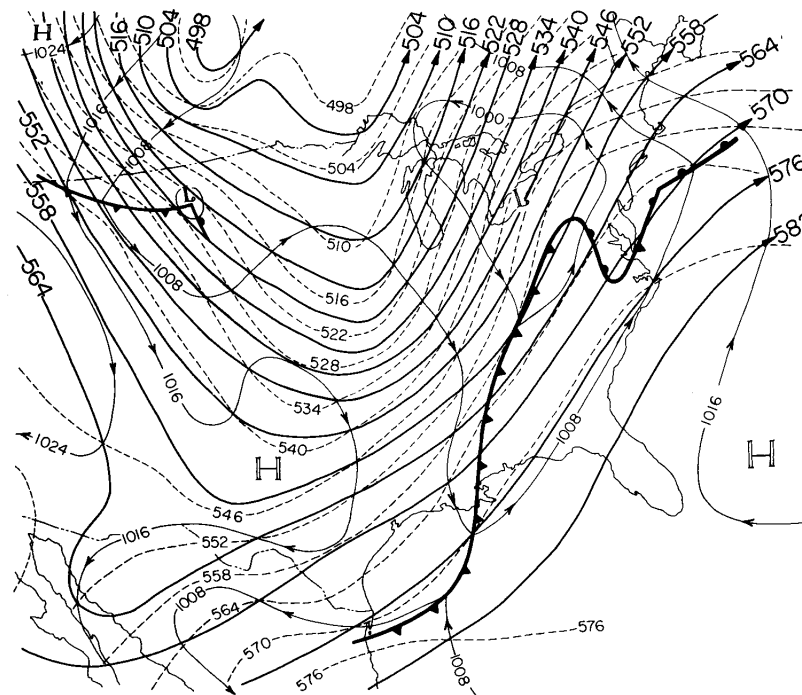


Abbildung 1.22:

Bodendruck (—→—) in hPa, Isohypsen 500 hPa (————→) und Schichtdicke 500/1000 hPa (- - - -) in gpdam am 20. November 1964,00 Uhr UTC. Pfeile geben die Richtung des geostrophischen Windes an. Die Buchstaben H und T bezeichnen Maxima bzw. Minima im Bodendruckfeld.

Temperaturverteilung in 850 hPa, 700 hPa und 500 hPa (s. Abb. 1.17 und 1.18) in Zusammenhang. Wegen der vertikalen Mittelung ist die Lage der Frontalzone in der relativen Topographie zwar nicht so deutlich sichtbar wie z. B. in der 850 hPa-Karte, man erkennt aber dennoch eine Drängungszone der Schichtdickenlinien auf der kalten Seite der Bodenfronten. Da die 1000 hPa-Fläche im Vergleich zur 500 hPa-Fläche relativ eben ist, sind die Schichtdickenkarte und die 500 hPa-Karte sehr ähnlich. Beispielsweise stehen die niedrigen Geopotentialwerte im 500 hPa-Niveau über Kanada mit der geringen Schichtdicke 500/1000 hPa in Zusammenhang, sind also eine Folge der sehr kalten Luft in diesem Gebiet.

Auf der Rückseite des Tiefs über den östlichen Großen Seen strömt ein Teil der kanadischen Kaltluft weit nach Süden. Dadurch bildet sich in diesem Bereich ein ausgeprägter "Trog" in der Schichtdickenkarte. Dieser Trog ist die Ursache dafür, daß der Trog in der 500 hPa-Karte ein ganzes Stück westlich des Tiefdruckzentrums am Boden liegt. Auch hinter der Kaltfront des Tiefs im Nordwesten des Kartenausschnitts folgt eine trogförmige Ausbuchtung in den Schichtdickenlinien, wodurch ein Trog im 500 hPa-Niveau stromaufwärts (nordwestlich) des Bodentiefs entsteht. Die Neigung der Achse des tiefsten Druckes nach Westen (stromaufwärts) beobachtet

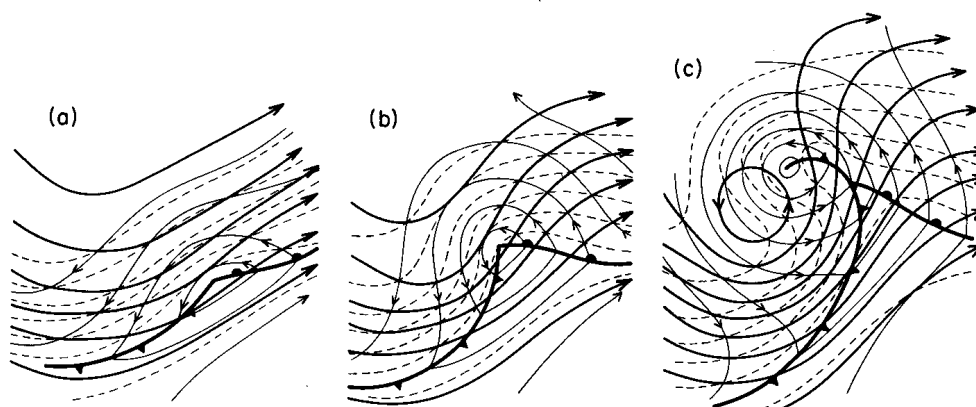


Abbildung 1.23:

Temperaturverteilung und Verlauf der Höhenströmung während der verschiedenen Stadien einer Zyklonenentwicklung (a) Wellenbildung, (b) Warmsektorzyklone und (c) Okklusionsstadium: Bodendruck (—→—), Isohypsen 500 hPa (—→—), Schichtdicke 500/1000 hPa (- - -). (aus Palmén 1969).

man häufig bei den Tiefdruckgebieten der mittleren Breiten. Sie ist eine Folge der Deformation des troposphärischen Temperaturfeldes, die sich ausbildet, wenn auf der Vorderseite des Bodentiefs Warmluft nach Norden transportiert wird und dahinter Kaltluft nach Süden gelangt. Die Kaltluftschicht wird nach dem Durchgang der Kaltfront vertikal immer mächtiger, die Schichtdicke verringert sich und, weil diese Schichtdickenabnahme meist nicht durch den Druckanstieg auf der Rückseite der Bodenfront kompensiert wird, nimmt die absolute geopotentielle Höhe (z. B. im 500 hPa-Niveau) bis zum Durchzug des Schichtdickentroges ab.

In Abb. 1.23 ist die Veränderung der thermischen Struktur während der verschiedenen Entwicklungsstadien eines Tiefdruckgebietes schematisch dargestellt. Wie in Abb. 1.22 sind die Schichtdickenlinien 500/1000 hPa den Isohypsen im 1000 hPa- und 500 hPa-Niveau überlagert. Im Stadium der Wellenbildung (Abb. 1.23a) liegt das Tief auf der warmen Seite der Frontalzone, die hier an der Drängungszone der Schichtdickenlinien erkennbar ist. Aus der Überlagerung von Isohypsen und Isothermen (Schichtdickenlinien) erkennt man, daß vor dem Wellenscheitel Warmluftadvektion und hinter ihm Kaltluftadvektion einsetzt. Der Transport von Kaltluft nach Süden und von Warmluft nach Norden verstärkt sich bei der Weiterentwicklung des Tiefdruckgebietes zur Warmsektorzyklone (Abb. 1.23b). Dadurch wird das Temperaturfeld immer mehr deformiert und die Isothermen der Mitteltemperatur nehmen eine Wellenform an. Abb. 5.20b macht außerdem deutlich, daß die Schichtdickenadvektion Hinweise auf die Lage von Warm- und Kaltfront gibt. Bei der Entwicklung zur Warmsektorzyklone nähert sich der Bodenkern der Achse des Jetstreams von der warmen Seite. Die Zyklonogenese erreicht ihren Höhepunkt, wenn das Bodentief genau unter dem Jetstream liegt. Während des Okklusionsprozesses entfernen sich

Kern und Jetstream wieder voneinander, wobei sich das Tiefdruckzentrum jetzt unter der kalten Seite des Jets befindet und die Jetachse über den Okklusionspunkt hinwegführt. Im Okklusionsstadium (Abb. 1.230c) wird der warme Rücken in der Temperaturwelle immer schmaler und beginnt nach hinten überzukippen, wobei die Isothermen über der Okklusion Zungenform annehmen. Der Okklusionspunkt bleibt auf der warmen Seite der Frontalzone. Gegen Ende der Entwicklung nähert sich das Bodentief dem Trog (oder abgeschlossenen Tief) im 500 hPa-Niveau. Die anfangs weit nach hinten geneigte Achse der Zyklone richtet sich immer weiter auf, bis sie schließlich senkrecht steht. Die Isohypsen in 1000 hPa und in 500 hPa sowie die Schichtdickenlinien verlaufen dann parallel.

1.5.2 Schichtdicke 100/250 hPa:

Abb. 1.24 zeigt die Isothermen der Mitteltemperatur für die Schicht zwischen 250 hPa und 100 hPa am 20. November 1964, 00 Uhr UTC. Die Schichtdickenkarte gleicht qualitativ der Temperaturverteilung in 100 hPa (s. Abb. 1.19) und ist sehr ähnlich zur 500/1000 hPa-Schichtdickenkarte. In der unteren Stratosphäre zwischen 250 hPa und 100 hPa erkennt man jedoch eine Umkehrung des Temperaturgradienten. Das Maximum der Schichtdicke, d. h. die wärmste Luft, liegt über den Großen Seen, also dort, wo in der Troposphäre die geringsten Schichtdickenwerte auftreten. Die Gegenläufigkeit der Temperaturverteilung in der Troposphäre und in der unteren Stratosphäre wurde bereits im letzten Abschnitt erwähnt. Hier soll noch etwas genauer darauf eingegangen werden.

Direkt über der Tropopause kehrt sich das Temperaturfeld um: Im Bereich der Tröge (der abgeschlossenen Tiefs) herrschen relativ hohe Temperaturen, während die Rücken kälter als die Umgebung sind. Diese Lage der Schichtdickenanomalien führt dazu, daß in der Stratosphäre die Tröge mit zunehmender Höhe aufgefüllt, die Rücken dagegen abgebaut werden. Auf den Druckflächen verringern sich deshalb die geopotentiellen Höhenunterschiede und damit auch die Windgeschwindigkeiten. Man beobachtet bei den Tiefdruckgebieten der mittleren Breiten, daß Druckgradient (bzw. Höhengradient) und Windgeschwindigkeit im Tropopausenniveau maximal sind und in größeren Höhen schnell kleiner werden. Die synoptischen Störungen sind im 100 hPa-Niveau nicht mehr zu erkennen. Es bleiben nur Störungen mit großer Wellenlänge (planetarische Wellen) übrig, deren vertikaler Aufbau sich stark von dem in diesem Kapitel beschriebenen Aufbau der troposphärischen Wellen unterscheidet.

Die Umkehrung des Temperaturgradienten an der Grenze zwischen Troposphäre und Stratosphäre läßt sich folgendermaßen erklären: Im Gegensatz zu den troposphärischen Temperaturgradienten, die durch die unterschiedliche Erwärmung der Erdoberfläche je nach geographischer Breite (Äquator-Pol) und Bodenbeschaffenheit (Land-See) entstehen, werden Temperaturgradienten in der unteren Stratosphäre durch adiabatische Vertikalbewegungen verursacht. Absinken führt zur Erwärmung der Luft und bewirkt niedrige Tropopausenhöhen über kalter Luft in der Troposphäre. Aufsteigende Luft kühlt sich dagegen ab, wodurch die Tropopause über den tro-

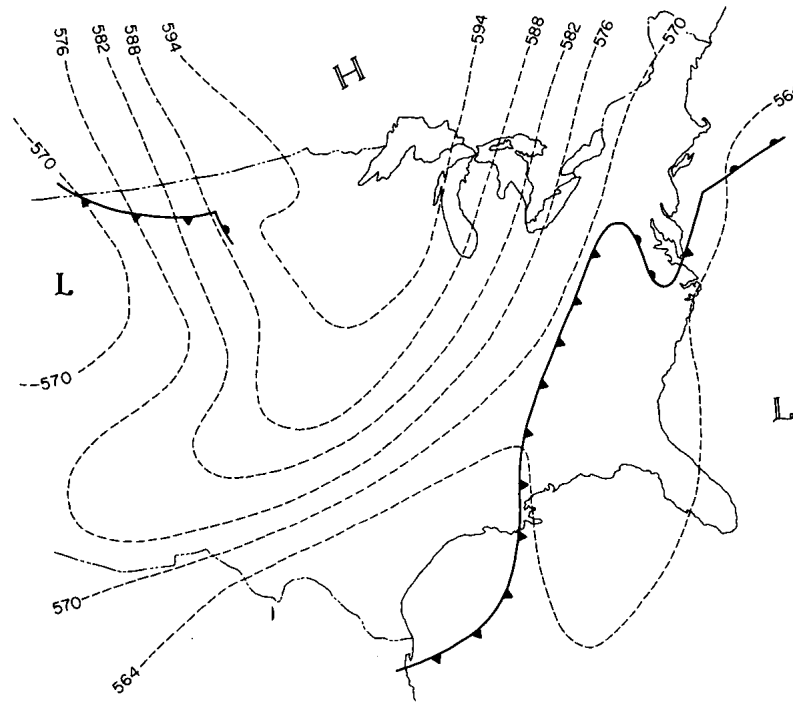


Abbildung 1.24: 100/250 hPa-Schichtdickenkarte für den 20. November 1964, 00 Uhr UTC (Höhenangaben in Dekametern); zusätzlich eingetragen ist die Position der Bodenfronten.

posphärischen Warmluftmassen angehoben wird (s. Abb. 1.25).

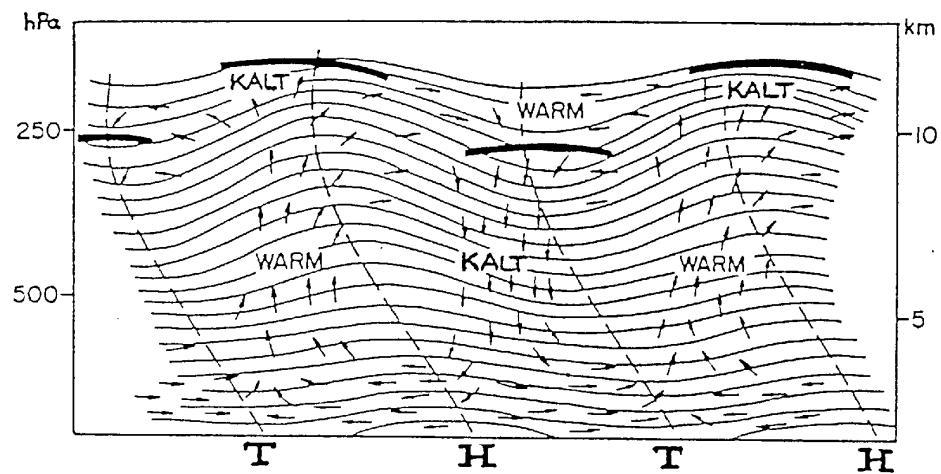


Abbildung 1.25:

Achsenneigung (- - - -), Vertikalbewegungen (————→) und Tropopausenhöhe (————) in den Hochdruck- und Tiefdruckgebieten der mittleren Breiten. Die Neigung der Druckflächen ist fünffach überhöht dargestellt.

Kapitel 2

Dynamik der Atmosphäre

Bewegungsvorgänge in der Atmosphäre entstehen, wenn Kräfte auf die Luftteilchen wirken. Die Abhängigkeit der Bewegungen von den Kräften beschreibt die “Dynamik der Atmosphäre”, ein Teilgebiet der theoretischen Meteorologie.

Die Atmosphäre besteht aus Gasen, für Luftströmungen gelten daher die Gesetze der Hydrodynamik. Von fundamentaler Bedeutung ist das 2. Gesetz von Newton

$$\text{Masse} \times \text{Beschleunigung} = \text{Kraft} \quad (2.1)$$

Anders als bei der Bewegung eines Festkörpers muß bei der Strömung eines Gases (oder einer Flüssigkeit) noch eine zusätzliche Bedingung erfüllt sein: die Kontinuitätsgleichung oder Massenerhaltungsgleichung. Wird beispielsweise Wasser durch ein Rohr gepumpt, kann am Ende des Rohres nicht mehr Wasser ausströmen als einfließt. Die Lösung der Bewegungsgleichung wird schwieriger als für das Festkörperproblem, denn die Wirkung der “Kraftfelder genauer des “Kraftfeldes” hängt in einer Strömung von den Randbedingungen ab. Auch wenn die Pumpe (= Kraft) konstant arbeitet, fließt das Wasser an den Engstellen im Rohr schneller als bei großem Rohrquerschnitt (= Randbedingungen). Für Luftbewegungen gibt es ebenfalls Randbedingungen, z. B. strömt keine Luft durch die Erdoberfläche und im allgemeinen nur wenig durch die Tropopause. Zusätzlich wird die Aufstellung einer Bewegungsgleichung für Luftströmungen dadurch erschwert, daß sich die Erde um die Erdachse mit einer Winkelgeschwindigkeit von $\Omega = 2\pi/\text{Tag} \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ dreht. Ein mit der Erdoberfläche verbundenes Koordinatensystem ist deshalb kein Inertialsystem, in dem man die Beschleunigung mit (2.1) berechnen könnte. Angenommen ein Luftpaket hat pro Volumeneinheit (1m^3) die Beschleunigung \mathbf{a} in einem Inertialsystem und \mathbf{a}' in einem Bezugssystem, das sich mit der Erde mitbewegt. Sei $\mathbf{a}'' = \mathbf{a} - \mathbf{a}'$, die Differenz der beiden Beschleunigungen. Dann gibt es für (2.1) folgende zwei Schreibweisen:

$$a) \quad \rho \mathbf{a} = \rho \mathbf{a}' + \rho \mathbf{a}'' = F$$

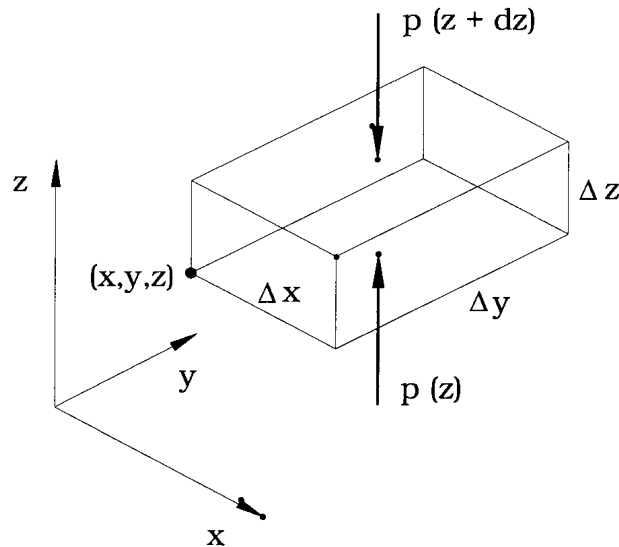


Abbildung 2.1:

$$b) \rho \mathbf{a}' = F - \rho \mathbf{a}'' \quad (2.2)$$

wobei F die Kraft ist, die auf das Luftpaket wirkt. Nach Gleichung (2.2a) muß man im rotierenden Koordinatensystem einen zusätzlichen Beschleunigungsterm $\rho \mathbf{a}''$ auf der linken Seite der Newtonschen Gleichung hinzufügen, um die Beschleunigung des Bezugssystems zu "korrigieren". Eine andere Möglichkeit ist, diesen Term wie in (2.2b) auf die rechte Seite der Gleichung zu stellen. Dann interpretiert man ihn nicht als Beschleunigung sondern als Kraft. Diese Kraft wird in der Literatur "Scheinkraft" genannt, eine unglückliche Bezeichnung, denn für den Beobachter im rotierenden System ist die Kraft genauso "real" wie alle anderen Kräfte. Da die Beobachtungen in der Meteorologie von der Erde aus durchgeführt werden, wählt man für die Darstellung der atmosphärischen Bewegungen ein mit der rotierenden Erde verbundenes Koordinatensystem und gibt in ihm die Beschleunigung an. Die zusätzlich auftretenden Terme interpretiert man dann häufig als Kräfte. Bevor diese näher beschrieben werden, geht es darum, welches Kraftfeld F auf das Luftpaket wirkt.

Um einen mathematischen Ausdruck für (2.2b) herzuleiten, betrachtet man üblicherweise ein kleines, quadratförmiges Luftpaket in einem kartesischen Koordinatensystem (Abb. 2.1). In der Meteorologie gilt folgende Konvention für die Achsenorientierung: Die x -Achse weist nach Osten, die y -Achse nach Norden und die z -Achse vertikal nach oben.

Hat das Luftpaket die Kantenlängen Δx , Δy , Δz erhält man für das Volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$ und für die Masse $\rho \Delta x \Delta y \Delta z$ mit ρ als mittlerer Dichte im Luftvolumen (zur Erinnerung: Dichte = Masse pro Volumeneinheit).

Die Kräfte auf das Luftpaket können in drei verschiedene Arten unterteilt werden: Körperkräfte, Druckkräfte und Reibungskräfte.

Als *Körperkräfte* oder *Volumenkräfte* bezeichnet man Kräfte, die zur Masse proportional sind. Zu den Körperkräften ist die Gravitationskraft zu rechnen, die nur von der Masse der Luft abhängt und nach unten gerichtet ist. In einem rotierenden System kommen noch Beiträge von $\rho \mathbf{a}''$ dazu. Weiter unten wird gezeigt, wie man diese Beiträge berechnen kann.

Druckkräfte sind Kräfte, die senkrecht auf die Seitenflächen des Luftpakets wirken. Druck ist nichts anderes als *Kraft pro Flächeneinheit*. Wenn die umgebende Luft gleichmäßig auf Boden und Deckel des Quaders drückt, beträgt die *Netto-Druckkraft*:

$$p(x, y, z)\Delta x\Delta y - p(x, y, z + \Delta z)\Delta x\Delta y.$$

Für kleine z gilt für die Netto-Druckkraft näherungsweise

$$-\frac{\partial p}{\partial z}\Delta x\Delta y\Delta z, \quad (2.3)$$

d. h. $\partial p/\partial z$ pro Volumeneinheit oder $-(1/\rho)\partial p/\partial z$ pro Masseneinheit.

Bei Luftpaketen *in Ruhe* steht diese nach oben gerichtete Kraft im Gleichgewicht zur Gravitationskraft $g\rho\Delta x\Delta y\Delta z$. Daraus erhält man die aus Kapitel 3 (Gleichung (3.17) auf Seite 28) bekannte hydrostatische Gleichung

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g. \quad (2.4)$$

Ist die Luft *in Bewegung*, sind meistens auch die übrigen Komponenten der Druckkraft (bzw. des Druckgradienten) von Bedeutung: in x-Richtung $-(\partial p/\partial x)\Delta x\Delta y\Delta z$ und in y-Richtung $-(\partial p/\partial y)\Delta x\Delta y\Delta z$. Die gesamte Druckkraft (Druckgradientkraft) auf das Luftpaket ist deshalb gleich dem *Vektor* $-\nabla p$ pro Volumeneinheit oder $-(1/\rho)\nabla p$ pro Masseneinheit.

Im Gegensatz zu den Druckgradientkräften haben *Reibungskräfte* sowohl parallele als auch senkrechte Komponenten zu den Seitenflächen des Luftquaders, weshalb ihre mathematische Formulierung recht kompliziert wird. Zum Glück kann man Reibungskräfte häufig in einer ersten Näherung im Vergleich zu anderen Kräften vernachlässigen. Vorerst sollen sie deshalb nicht detaillierter betrachtet werden. Bei vielen Bewegungen in der Atmosphäre ist die hydrostatische Gleichung (2.4) in sehr guter Näherung erfüllt, d. h. die vertikalen Beschleunigungen sind wesentlich kleiner als die Gravitationsbeschleunigung g . Dies gilt für Hoch- und Tiefdruckgebiete, Kalt- und Warmfronten und sogar für tropische Zyklonen. Dagegen können bei kleinräumigen Luftbewegungen, z. B. in den Aufwind- (Updraughts) und Abwindgebieten (Downdraughts) von Quellwolken oder Gewittern große vertikale Beschleunigungen auftreten. In diesen Fällen ist dann die hydrostatische Gleichung nicht anwendbar. In großräumigen Luftströmungen bewirkt jedoch im wesentlichen die horizontale Komponente der Druckgradientkraft die Entstehung von Wind. Horizontale Druckgradienten können verschiedene Ursachen haben. Zwei wichtige Beispiele

sind in Abb. 2.2 schematisch dargestellt: unterschiedlich hohe Gas- oder Flüssigkeitssäulen und horizontale Temperaturunterschiede.

In Abb. 2.2 wird angenommen, daß die Dichte überall konstant ist (homogenes Medium). Der Druckunterschied zwischen B und A erklärt sich durch das Gewicht der schraffierten Säule der Höhe H , das zusätzlich über B lastet, vorausgesetzt der Außendruck auf das Medium ist bei B und A gleich groß. Das Fluid strömt entgegengesetzt zur Richtung des Druckgradienten vom hohen zum tiefen Druck. In Abb. 2.2b sind zwar die Säulen über A und B gleich hoch, aber die Dichte ist in der wärmeren Säule über A niedriger. Über B lastet also wie in (a) das größere Gewicht, d. h. es herrscht dort der höhere Druck, weshalb auch in diesem Fall eine Strömung in Richtung A entsteht.

Horizontale Luftdruckgradienten können relativ leicht mit mehreren Barometern gemessen werden. Bei verschiedenen Stationshöhen muß man allerdings die Meßwerte auf ein gemeinsames Bezugsniveau reduzieren, um die vertikale Druckabnahme zu korrigieren. Der Druckunterschied zwischen dem Zentrum eines außertropischen Tiefdruckgebietes und dessen Umgebung beträgt ungefähr 10 hPa pro 1000 km. Daraus errechnet sich ein Druckgradient pro Masseneinheit Luft von $10^3 \text{ Pa}/10^6 \text{ m}$ dividiert durch die Dichte der Luft in Bodennähe $\rho = 1 \text{ kg}/\text{m}^3$, was 10^{-3} ms^{-2} ergibt. Wirkt ein Druckgradient dieser Größe auf 1kg Luft über einen Tag (ca. 10^5 s), würde dessen Geschwindigkeit auf 100 ms^{-1} anwachsen. Tatsächlich beobachtet werden jedoch nur 10 ms^{-1} . Ursache für diesen Unterschied ist der Einfluß der Erdrotation auf die großräumigen Luftströmungen. Ein großer Teil der Druckgradientkraft steht im Gleichgewicht mit einer Trägheitskraft, die durch die Erdrotation entsteht und die im Term $\rho \mathbf{a}''$ auf der rechten Seite der Gleichung (2.2b) enthalten ist. Vor der Herleitung einer mathematischen Formel soll ein Gedankenexperiment die Wirkung der Kraft veranschaulichen.

Angenommen man befindet sich im Zentrum eines Karussells, das sich gegen den Uhrzeigersinn mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit Ω dreht und rollt einen Ball zu einem Freund, der außerhalb des Karussells steht (Abb. 2.3). Vernachlässigt werden soll die Reibung und, da die Winkelgeschwindigkeit ω der Erde wesentlich kleiner als die des Karussells ist, auch die Erdrotation. Der Freund außerhalb des Karussells sieht den Ball auf einer geraden Linie mit konstanter Geschwindigkeit rollen. Daraus schließt er nach dem Gesetz von Newton, daß keine Kraft auf den Ball wirkt. Vom rotierenden Karussell aus beobachtet man jedoch, wie der Ball nach rechts abgelenkt wird, und folgert nach dem Gesetz von Newton, daß auf den Ball eine Kraft wirkt. Wer hat recht? Natürlich beide, denn im Inertialsystem außerhalb des Karussells (vorausgesetzt die Erdrotation wird vernachlässigt) ist das Newtonsche Gesetz in der Form (2.2a) gültig. Beobachtet man keine Beschleunigung, folgt $\mathbf{F} = 0$. Im rotierenden Koordinatensystem gilt zwar auch $\mathbf{F} = 0$; es gibt aber noch eine Kraft $\rho \mathbf{a}'$ (mit ρ als Masse des Balls), die die Ablenkung des Balls verursacht. Diese Kraft ist nach (2.2b) gleich der Kraft $-\rho \mathbf{a}''$ (für $F = 0$). Die Kraft, die auf der rechten Seite der Newtonschen Gleichung hinzugefügt werden muß, wenn die Beschleunigung in einem rotierenden Bezugssystem gemessen wird, nennt man *Corioliskraft*.

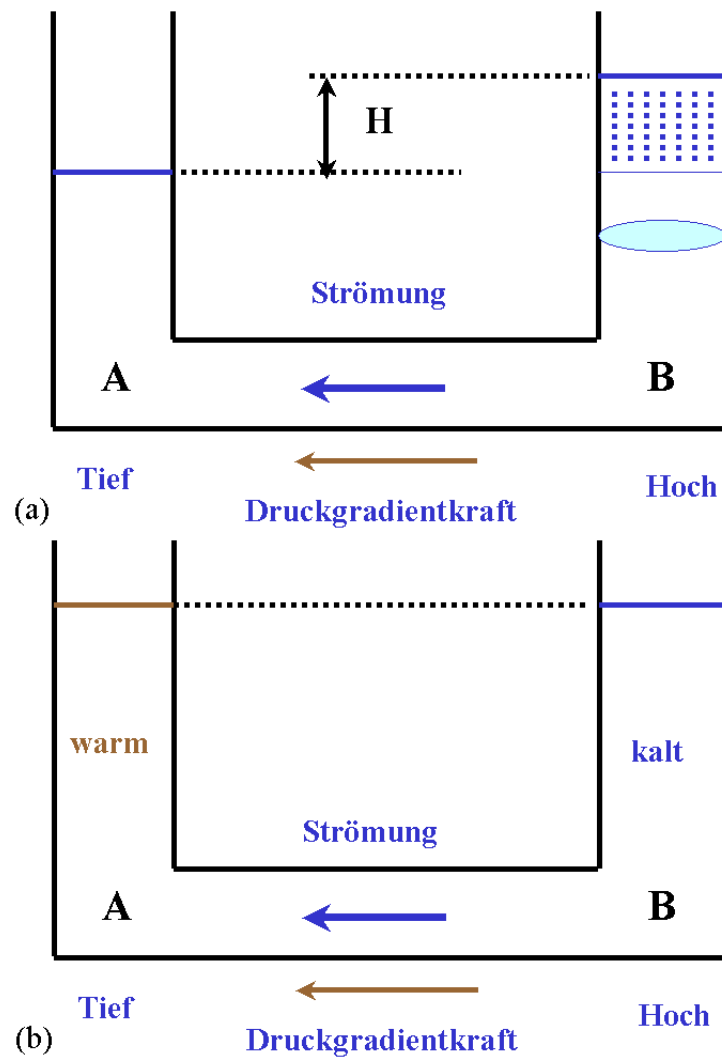


Abbildung 2.2: Zur Entstehung von horizontalen Druckgradienten: (a) homogene Flüssigkeit; (b) inhomogene Flüssigkeit.

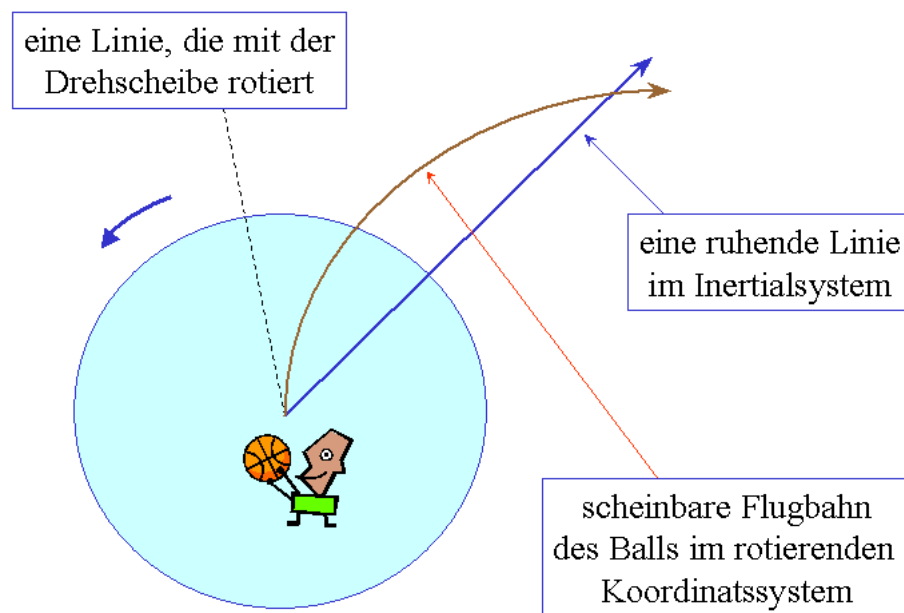


Abbildung 2.3:

Wenn sich das Karussell schneller dreht, die Geschwindigkeit des Balles aber gleichbleibt, erscheint die Bahn des Balles stärker gekrümmt; die Corioliskraft nimmt also mit der Winkelgeschwindigkeit zu. Aber Vorsicht! Man darf nicht analog weiter folgern, daß die Corioliskraft abnimmt, wenn der Ball schneller rollt, denn in Wahrheit wird sie größer. Die Krümmung der Flugbahn ist in diesem Fall kein Maß für die Corioliskraft, weil bei größerer Rollgeschwindigkeit V der Ball den Rand des Karussells schneller erreicht, d. h. die Zeit, in der die Corioliskraft wirken kann, nimmt ab. Eine exakte Herleitung der Corioliskraft wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

Die Corioliskraft kann man nicht nur beobachten, wenn man im Zentrum der Drehscheibe steht, sondern von jedem beliebigen Standpunkt auf der Scheibe aus. Es ist auch gleichgültig, in welche Richtung man den Ball rollt, der Ball wird immer nach rechts abgelenkt. Rotiert das Karussell im Uhrzeigersinn, erscheint in allen Fällen die Flugbahn nach links gekrümmt.

Wie noch gezeigt wird, wirkt die Corioliskraft immer senkrecht zur Bewegungsrichtung eines Luftpaketes. Es stellt sich heraus, daß die meisten atmosphärischen Bewegungsvorgänge nur von der horizontalen Komponente der Corioliskraft beeinflusst werden. In diesem Fall ist die Corioliskraft zur Vertikalkomponente von Ω proportional (Abb. 2.4).

Die vertikale Komponente der Winkelgeschwindigkeit der Erde in der Breite ϕ beträgt $|\Omega| \sin \phi$ (Abb. 6.5). Am Äquator ist $\phi = 0$, dort verschwindet die horizontale Komponente der Corioliskraft. Am Äquator wird also die horizontale Luftströmung von der Erdrotation nicht beeinflusst. Die Corioliskraft lenkt auf der *Nordhalbkugel* den Wind (oder einen Ball) nach rechts ab, denn vom Nordpol aus gesehen dreht sich

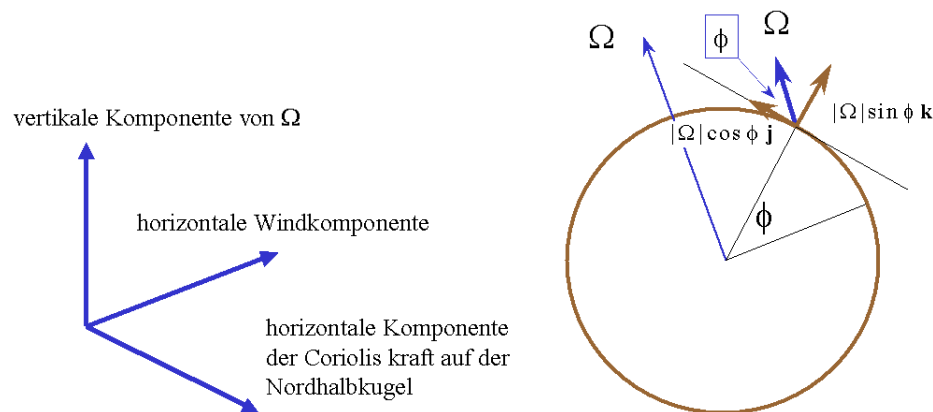


Abbildung 2.4:

die Erde gegen den Uhrzeigersinn (Abb. 2.5). Vom Südpol aus betrachtet, scheint die Erde dagegen im Uhrzeigersinn zu rotieren. Auf der *Südhalbkugel* wirkt die Corioliskraft daher auf Luftströmungen senkrecht zur Bewegungsrichtung *nach links*.

2.1 Mathematische Herleitung der Coriolisbeschleunigung

Im folgenden wird die zeitliche Änderung eines beliebigen Vektors $\mathbf{A}(t)$ untersucht. Die orthogonalen Einheitsvektoren im Inertialsystem sollen mit $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ bezeichnet werden, die Einheitsvektoren in einem rotierenden Koordinatensystem mit $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$. Die Winkelgeschwindigkeit des relativ zum Inertialsystem gleichförmig rotierenden Koordinatensystems betrage Ω (siehe Abb. 2.6).

Im Inertialsystem läßt sich für den Vektor \mathbf{A} schreiben

$$\mathbf{A}(t) = A_1 \mathbf{i} + A_2(t) \mathbf{j} + A_3(t) \mathbf{k} \quad (2.5)$$

und im rotierenden Bezugssystem

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}'_1(t) \mathbf{i}' + \mathbf{A}'_2(t) \mathbf{j}' + \mathbf{A}'_3(t) \mathbf{k}' \quad (2.6)$$

Die Ableitung von $\mathbf{A}(t)$ nach der Zeit kann man in (2.5) ohne Schwierigkeit bilden:

$$\frac{d_a \mathbf{A}}{dt} = \mathbf{i} \frac{dA_1}{dt} + \mathbf{j} \frac{dA_2}{dt} + \mathbf{k} \frac{dA_3}{dt} \quad (2.7)$$

Der Index "a" soll daran erinnern, daß sich die Ableitung auf das Inertialsystem bezieht. Bei der Bildung der Ableitung von (2.6) muß man berücksichtigen, daß die Einheitsvektoren $\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'$ ihre Richtung mit der Zeit ändern, d. h. $\dot{\mathbf{i}}' = \dot{\mathbf{i}}'(t)$ usw.

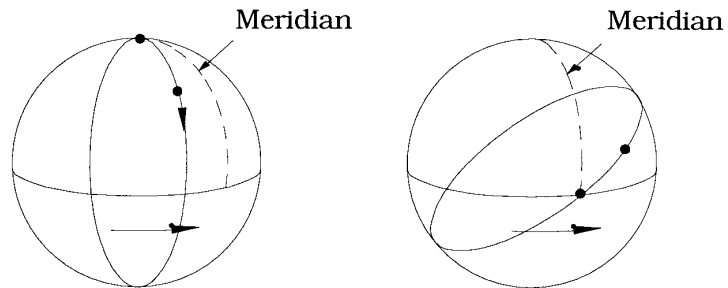


Abbildung 2.5: Bahn eines Luftkörpers von der Erde (---) und vom Weltraum aus (—) betrachtet: a) Bewegung vom Pol Richtung Äquator; b) Bewegung vom Äquator Richtung Pol, in diesem Fall hat der Luftkörper am Äquator relativ zum Weltraum eine Geschwindigkeitskomponente ΩR_e nach Osten (R_e sei der Erdradius am Äquator); Ursache ist die Winkelgeschwindigkeit Ω der Erde.

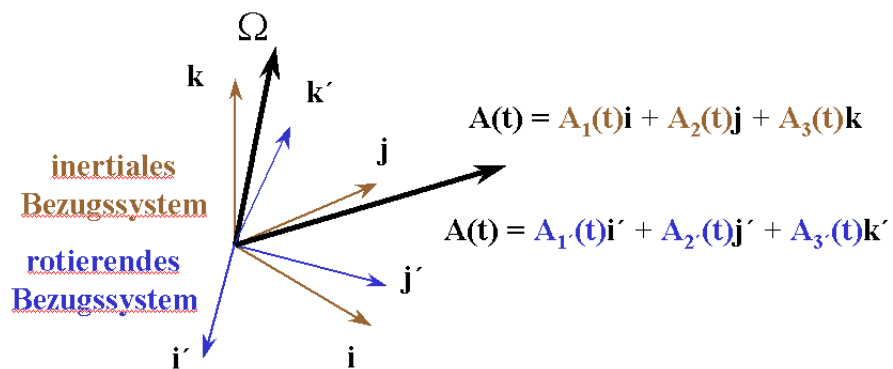


Abbildung 2.6:

Der Einheitsvektor \mathbf{i}' hat infolge der Rotation mit der Winkelgeschwindigkeit Ω die Geschwindigkeit $d\mathbf{i}'/dt$. Für $d_a\mathbf{A}/dt$ ergibt sich im rotierenden Bezugssystem:

$$\begin{aligned} \frac{d_a A}{dt} &= i' \frac{dA'_1}{dt} + A'_1 \frac{di'}{dt} + \dots \\ &= i' \frac{dA'_1}{dt} + A'_1 (\Omega \times i') + \dots \\ &= \left[\frac{d}{dt} + \Omega \times \right] (A'_1 i' + \dots). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Werden die Komponenten von \mathbf{A} im rotierenden Koordinatensystem gemessen, muß man bei der Berechnung von $d_a\mathbf{A}/dt$ den Term $\Omega \times \mathbf{A}$ hinzufügen.

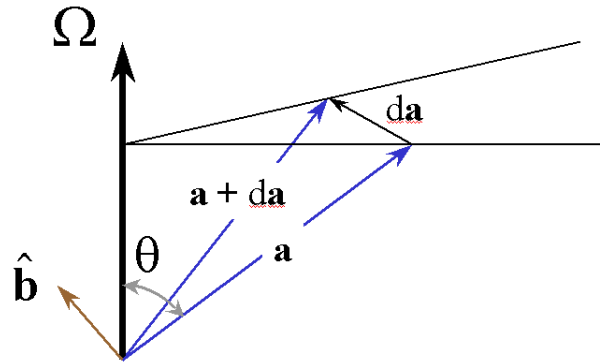


Abbildung 2.7:

Der Vektor $\mathbf{r}(t)$ gebe den Ort eines Luftpakets an (siehe Abb. 2.7). Die *absolute Geschwindigkeit* \mathbf{u}_a des Luftpakets, d. h. die Geschwindigkeit im Inertialsystem, sei $\mathbf{u}_a = d_a\mathbf{r}/dt$. Die *relative Geschwindigkeit* in einem rotierenden Bezugssystem betrage $\mathbf{u} = d\mathbf{r}/dt = (dr_1/dt)\mathbf{i}' + (dr_2/dt)\mathbf{j}' + (dr_3/dt)\mathbf{k}$. Nach (2.8) besteht dann zwischen \mathbf{u}_a und \mathbf{u} folgende Beziehung:

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{u} + \Omega \times \mathbf{r}. \quad (2.9)$$

Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung mit Abb. 6.6b. Der dort betrachtete Luftkörper startet relativ zur Erde nur mit einer Geschwindigkeit in Richtung Pol, relativ zum Weltraum dagegen noch mit einer zusätzlichen Geschwindigkeitskomponente ΩR_e nach Osten.

Um die Bewegung eines Luftpakets mit dem Gesetz von Newton beschreiben zu können, muß man die *absolute Beschleunigung* $d_a\mathbf{u}_a/dt$ kennen. Da aus den Messungen auf der Erde nur die relative Windgeschwindigkeit \mathbf{u} und damit die *relative Beschleunigung* $d\mathbf{u}/dt$ bekannt ist, benötigt man eine Formel zur Umrechnung der Beschleunigung zwischen den beiden Bezugssystemen. Aus (2.8) folgt für $\mathbf{A} = \mathbf{u}_a$

$$\frac{d_a \mathbf{u}_a}{dt} = \frac{d\mathbf{u}_a}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_a$$

und mit Hilfe von (2.9)

$$\frac{d_a \mathbf{u}_a}{dt} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}). \quad (2.10)$$

Die zusätzlichen Terme auf der rechten Seite von (2.10) nennt man Coriolisbeschleunigung ($2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}$) und Zentripetalbeschleunigung ($\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})$). Wird die Beschleunigung $d\mathbf{u}/dt$ in einem mit der rotierenden Erde verbundenen Koordinatensystem gemessen, ergibt sich durch Addition der *Coriolisbeschleunigung* und der Zentripetalbeschleunigung die absolute Beschleunigung $d_a \mathbf{u}_a/dt$ in einem Inertialsystem. Die Coriolisbeschleunigung wirkt senkrecht zum Rotationsvektor und senkrecht zur Bewegungsrichtung. Wie sich bereits im letzten Abschnitt ergab, ist sie direkt proportional zum Betrag von $\boldsymbol{\Omega}$ und \mathbf{u} . Für vorgegebene $|\boldsymbol{\Omega}|$ und $|\mathbf{u}|$ wird die Coriolisbeschleunigung maximal, wenn $\boldsymbol{\Omega}$ und \mathbf{u} senkrecht aufeinander stehen, und wird Null, wenn $\boldsymbol{\Omega}$ und \mathbf{u} parallel sind.

Zur Interpretation der *Zentripetalbeschleunigung* zerlegt man den Ortsvektor $\mathbf{r}(t)$ in Komponenten parallel und senkrecht zum Rotationsvektor $\boldsymbol{\Omega}$ (Abb. 2.8): $\mathbf{r} = (\mathbf{r} \cdot \hat{\boldsymbol{\Omega}}) \hat{\boldsymbol{\Omega}} + \mathbf{R}$ mit $\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \boldsymbol{\Omega}/|\boldsymbol{\Omega}|$. Die zu $\boldsymbol{\Omega}$ parallele Komponente des Ortsvektors liefert keinen Beitrag zur Zentripetalbeschleunigung, weil das Vektorprodukt in diesem Fall verschwindet. Es folgt daher

$$\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) = \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}) = -|\boldsymbol{\Omega}|^2 \mathbf{R}. \quad (2.11)$$

Die Zentripetalbeschleunigung ist also *nach innen*, zur Rotationsachse hin, gerichtet und hat für ein Luftpaket in der Entfernung R von der Rotationsachse den Betrag $\Omega^2 R$ (mit $\Omega = |\boldsymbol{\Omega}|$).

2.2 Das 2. Gesetz von Newton in einem rotierenden Bezugssystem

Für ein Luftpaket mit der Volumeneinheit 1 m^3 , d. h. mit der Masse ρ ($\rho = \text{Dichte}$), lautet das 2. Gesetz von Newton im rotierenden Koordinatensystem

$$\rho \left[\frac{d\mathbf{u}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \right] = \mathbf{F}. \quad (2.12)$$

Diese Form entspricht der Schreibweise (2.2a). Der zweite und dritte Term kann auch wie in (2.2b) auf die rechte Seite der Gleichung gestellt werden

$$\rho \left[\frac{d\mathbf{u}}{dt} \right] = \mathbf{F} - 2\rho\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}). \quad (2.13)$$

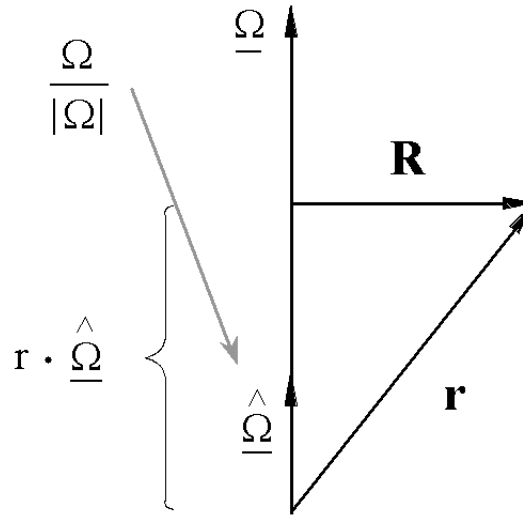


Abbildung 2.8:

Dann faßt man $-2\rho\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}$ als *Corioliskraft* und $-\rho\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})$ als *Zentrifugalkraft* auf.

2.3 Effektive Schwerkraft

Wäre die Erde eine nicht rotierende ideale Kugel, würde nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz nur die Gravitationskraft \mathbf{g}^* pro Masseneinheit in Richtung Erdmittelpunkt wirken. Wäre die Erde eine rotierende ideale Kugel, würde sich die *effektive Schwerkraft* \mathbf{g} aus der Vektoraddition der Gravitationskraft \mathbf{g}^* und der Zentrifugalkraft $\omega^2\mathbf{R}$ ergeben (s. Abb. 2.9a), d. h.

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}^* + \Omega^2\mathbf{R}. \quad (2.14)$$

Die effektive Schwerkraft hätte dann eine zum Äquator gerichtete Komponente parallel zur Erdoberfläche. Da aber die rotierende flüssige Erde auf Grund der Zentrifugalkraft nicht als Kugel erstarrte sondern mit einem Äquatorwulst und einer Abplattung am Pol (Radius am Äquator = Radius am Pol + 21 km), ist die Massenverteilung so, daß \mathbf{g} immer senkrecht zur Erdoberfläche steht (Abb. 2.9b). Nicht ganz korrekt wird die Schwerebeschleunigung \mathbf{g} oft auch als Gravitationsbeschleunigung bezeichnet.

Verwendet man \mathbf{g} statt \mathbf{g}^* , läßt sich die Gleichung (2.13) vereinfachen. Auf ein Luftpaket mit der Gravitationskraft $\rho\mathbf{g}^*$ pro Volumeneinheit wirke die Kraft $\mathbf{F} = \mathbf{F}' + \rho\mathbf{g}^*$. Unter Verwendung von (2.11) und (2.14) wird (2.13) zu

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{F}' + \rho\mathbf{g} - 2\rho\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}. \quad (2.15)$$

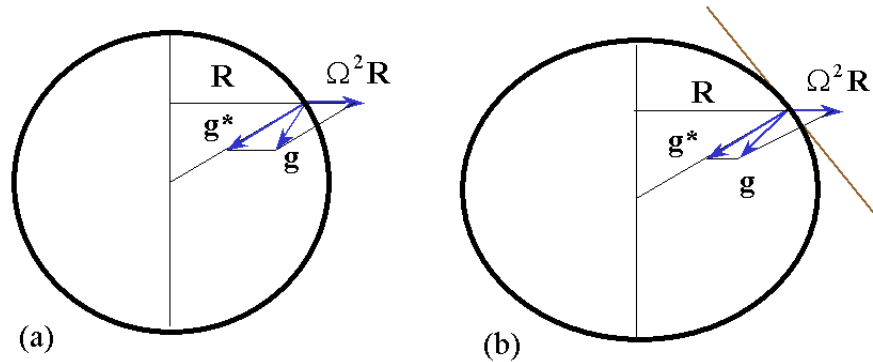


Abbildung 2.9: a) effektive Schwerkraft \mathbf{g} auf einer kugelförmigen Erde. b) effektive Schwerkraft auf einer leicht abgeplatteten Erde; \mathbf{g} steht überall senkrecht zur Erdoberfläche.

Die Zentrifugalkraft infolge der Erdrotation erscheint in der Gleichung nicht mehr explizit, sie ist in der effektiven Schwerkraft enthalten. Bereits bisher wurde $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$ und nicht \mathbf{g}^* als Schwerebeschleunigung (Gravitationsbeschleunigung) verwendet (z. B. in der hydrostatischen Gleichung (2.4)). Wenn Reibungskräfte vernachlässigt werden können, wirkt auf ein Luftpaket neben der Schwerkraft vor allem die Druckgradientkraft, d. h.

$$\mathbf{F}' = -\nabla p \text{ pro Volumeneinheit.}$$

Teilt man (2.15) durch ρ (alle Größen sind dann auf die Masseneinheit 1 kg bezogen), ergibt sich

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}. \quad (2.16)$$

In dieser Form beschreibt das 2. Newtonsche Gesetz die reibungsfreie Bewegung eines Luftpakets, dessen Geschwindigkeit \mathbf{u} in einem Bezugssystem auf der rotierenden Erde gemessen wird. Bei der Anwendung von (2.16) ist es günstig, die Gleichung in einem kartesischen Koordinatensystem mit Nullpunkt in der Breite ϕ zu betrachten. Die Einheitsvektoren \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} sollen so orientiert sein, daß \mathbf{i} nach Osten, \mathbf{j} nach Norden und \mathbf{k} nach oben zeigt (Abb. 2.10).

Der Vektor $\boldsymbol{\Omega}$ kann in diesem Koordinatensystem als $\Omega \cos \phi \mathbf{j} + \sin \phi \mathbf{k}$ geschrieben werden, weshalb folgt

$$2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = 2\Omega \sin \phi \mathbf{k} \times \mathbf{u} + 2\Omega \cos \phi \mathbf{j} \times \mathbf{u}. \quad (2.17)$$

Für Luftbewegungen in Zusammenhang mit den Tiefdruck- und Hochdruckgebieten der mittleren Breiten zeigt eine Abschätzung, daß nur der erste Term auf der rechten Seite von (2.17) von Bedeutung ist (siehe z. B. Holton, 1979, Kapitel 2.4). In guter Näherung gilt daher

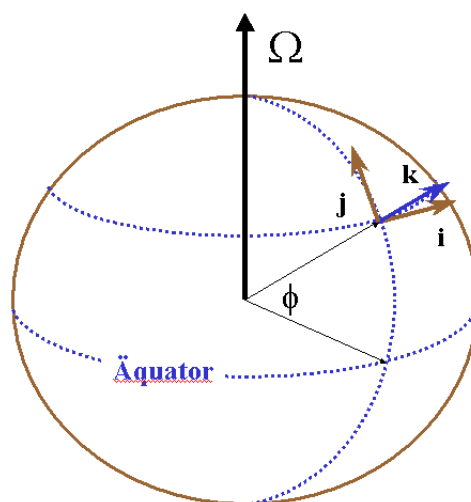


Abbildung 2.10:

$$2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = 2\Omega \sin \phi \mathbf{k} \times \mathbf{u} = \mathbf{f} \times \mathbf{u}. \quad (2.18)$$

Die Größe $f = 2\Omega \sin \phi$ ($\mathbf{f} = f\mathbf{k}$) bezeichnet man als *Coriolisparameter*. Die Corioliskraft beeinflusst nach (2.18) nur horizontale Luftströmungen. Außerdem ist sie von der Breite ϕ abhängig: In Äquaturnähe kann man die Wirkung der horizontalen Komponente der Corioliskraft vernachlässigen, in Richtung Pole wird sie dagegen immer größer.

2.4 Geostrophische Bewegung

Laborversuche ergeben, daß ein Gas vom hohen zum tiefen Druck strömt und daß dadurch alle Druckunterschiede ausgeglichen werden (vgl. Abb. 2.2). Die Corioliskraft hat in diesem Fall keinen Einfluß auf die Strömung, weil sie einige Größenordnungen kleiner als die Druckgradientkraft ist. Wie die Wetterkarten in Kapitel 5 (z. B. Abb. 1.17, 1.18) zeigen, erfolgt die großräumige Luftbewegung in der Atmosphäre nicht senkrecht sondern parallel zu den Isobaren (oder Isohypsen) kreisförmig um die Hochdruck- bzw. Tiefdruckzentren herum (abgesehen von der Reibungsschicht nahe der Erdoberfläche). Die Windgeschwindigkeit bleibt dabei konstant, solange sich der Druckgradient nicht ändert, d. h. die Strömung befindet sich in einem Gleichgewichtszustand. Deshalb kann die Beschleunigung eines Luftpakets $d\mathbf{u}/dt$ in Gleichung (2.16) gegenüber der Coriolisbeschleunigung $2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}$ vernachlässigt werden. Verwendet man außerdem für den Coriolisparameter die Näherung (2.18), folgt für die horizontalen Komponenten von (2.16)

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla_h p - \mathbf{f} \times \mathbf{u} \quad (2.19)$$

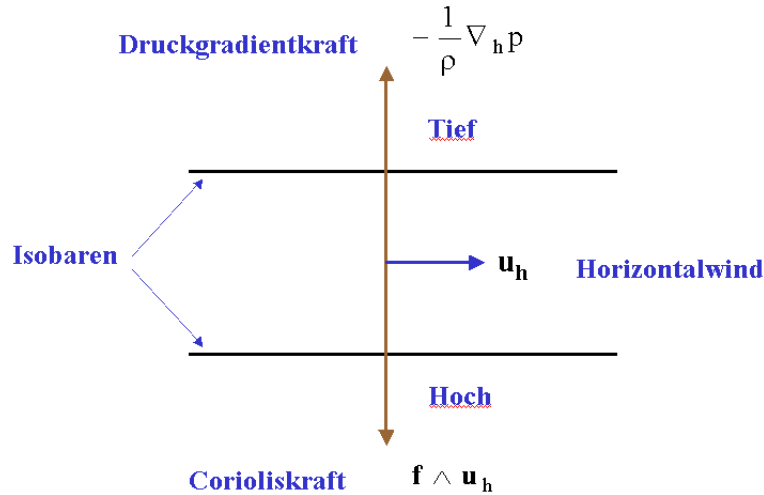


Abbildung 2.11: Definition des geostrophischen Windes auf der Nordhalbkugel

und für die vertikale Komponente

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g. \quad (2.20)$$

∇_h bezeichnet den horizontalen Anteil des z. B. ∇ -Operators, d. h. $\nabla_h = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, 0)$. Gleichung (2.20) sagt aus, daß die vertikale Komponente der Druckgradientkraft im Gleichgewicht zur Gewichtskraft des Luftpakets steht (hydrostatisches Gleichgewicht, siehe auch Gleichung (2.4)). Die horizontalen Bewegungsgleichungen (2.19) zeigen für den Fall einer großräumigen, reibungsfreien Luftströmung ein Gleichgewicht zwischen der horizontalen Druckgradientkraft $-(1/\rho)\nabla_h p$ und der Corioliskraft $\mathbf{f} \times \mathbf{u}$. Die Luftströmung befindet sich im *geostrophischen Gleichgewicht* (Abb. 2.11).

Der geostrophische Wind \mathbf{u}_h weht genau parallel zu den Isobaren und ist auf der Nordhalbkugel so gerichtet, daß der tiefe Luftdruck in Strömungsrichtung gesehen links liegt. Auf der Südhalbkugel bläst der geostrophische Wind mit dem tiefen Druck zur Rechten, da Ω und damit auch die Corioliskraft entgegengesetzt gerichtet ist. Auf die geostrophische Strömung wirkt keine Kraftkomponente; die Luftpakete werden daher bei ihrer Verlagerung nicht beschleunigt. Aus Gleichung (2.19) läßt sich \mathbf{u}_h bestimmen, indem man auf beiden Seiten das Vektorprodukt mit \mathbf{k} bildet, d. h.

$$\mathbf{k} \times (f\mathbf{k} \times \mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \mathbf{k} \times \nabla_h p. \quad (2.21)$$

Mit Hilfe des Entwicklungssatzes für dreifache Vektorprodukte $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$ und $\mathbf{u} = (u, v, w)$ wird die linke Seite zu $f[(\mathbf{k} \cdot \mathbf{u})\mathbf{k} - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{k})\mathbf{u}] = f[w\mathbf{k} - \mathbf{u}] = -f\mathbf{u}_h$. Damit erhält man aus (2.21)

$$\mathbf{u}_h = \frac{1}{\rho f} \mathbf{k} \times \nabla_h p \quad (2.22)$$

Es gilt daher

$$|\mathbf{u}_h| = \frac{1}{\rho f} |\nabla_h p| \quad (2.23)$$

d. h. zwischen dem geostrophischen Wind \mathbf{u}_h und dem Druckgradienten besteht eine lineare Abhängigkeit. Ein Blick auf eine Wetterkarte bestätigt dieses Ergebnis: je kleiner der Isobarenstand, desto stärker der Wind. Da der Coriolisparameter f in Richtung Äquator immer kleiner wird, hängt die geostrophische Windgeschwindigkeit auch von der geographischen Breite ab. In niederen Breiten ist bei gleichem Druckgradienten der Wind stärker als in höheren Breiten. Direkt am Äquator, wo f Null wird, wäre die Geschwindigkeit des geostrophischen Windes unendlich groß. In Äquatornähe kann man deshalb die geostrophische Näherung (2.19) oder (2.21) nicht anwenden. Die Luftströmung ist in diesen Gebieten nicht parallel sondern quer zu den Isobaren vom höheren zum tieferen Druck gerichtet.

Im Rechenbeispiel auf Seite 42 ergab sich bei einem Druckgradienten von 10 hPa/1000 km (oder $10^{-3} \text{kg m}^{-2} \text{s}^{-2}$) und $\rho = 1 \text{kg/m}^3$ für ein Luftpaket nach einem Tag die viel zu große Geschwindigkeit von 100ms^{-1} . Nimmt man dagegen geostrophisches Gleichgewicht bei $\phi = 45^\circ \text{C}$ ($f = 10^4 \text{s}^{-1}$) an, errechnet sich eine Windgeschwindigkeit von 10ms^{-1} . Dieser Wert stimmt ungefähr mit der beobachteten Windstärke überein.

2.5 Der Druck als vertikale Koordinate

Auf Wetterkarten für die freie Atmosphäre analysiert man nicht die Druckverteilung auf bestimmten Niveauflächen (z. B. Meeresniveau), sondern stellt die Höhenverteilung auf ausgewählten Druckflächen (z. B. 300 hPa) dar. Da diese Druckflächen nahezu horizontal sind, kann man die Luftbewegungen ohne allzu große Fehler mit der horizontalen Windkomponente gleichsetzen. Wie soll man jedoch das Newtonsche Gesetz anwenden, wenn definitionsgemäß auf einer Druckfläche kein Druckgradient besteht? In diesem Abschnitt wird gezeigt, daß bei der Transformation von "Höhenkoordinaten" (x, y, z) auf "Druckkoordinaten" (x, y, p) der horizontale Druckgradient in der Bezugshöhe z in einen quasi horizontalen Gradienten der geopotentiellen Höhe auf der jeweiligen Druckfläche übergeht. Die Koordinaten p und z können ineinander umgewandelt werden, weil die hydrostatische Beziehung zwischen Druck und Höhe in den meisten Fällen sehr gut erfüllt ist. Außerdem besteht zwischen p und z ein enger funktionaler Zusammenhang (nach Gleichung (2.7) bzw. (3.23) gibt es eine exponentielle Abhängigkeit).

Abb. 2.12 zeigt benachbarte Druckflächen $p + \Delta p$ ($\Delta p > 0$), die die Geopotentialfläche z in den Punkten A und B schneiden. Der geopotentielle Höhenunterschied zwischen den Druckflächen betrage am Punkt B Δz und die Entfernung zwischen A und B sei Δx .

Schreibt man die partielle Ableitung als Differentialquotient, ergibt sich

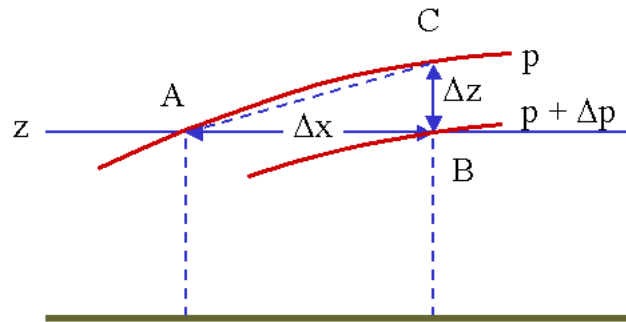


Abbildung 2.12:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{z=\text{const.}} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p_b - p_a}{\Delta x} \\
 &= \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta z \rightarrow 0}} \frac{p_b - p_c}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta x} \text{ weil } p_c = p_a; \\
 &= - \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{x=\text{const.}} \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{p=\text{const.}} \\
 &= \rho g \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{p=\text{const.}}
 \end{aligned}$$

In der letzten Zeile wurde die hydrostatische Gleichung (2.4) angewendet. Es gilt also die Beziehung

$$-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{z=\text{const.}} = -g \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{z=\text{const.}} \quad (2.24)$$

Beim Übergang von Höhenkoordinaten auf Druckkoordinaten muß man den horizontalen Druckgradient pro Masseneinheit durch die Neigung der Druckfläche, multipliziert mit g , ersetzen.

Die geostrophische Gleichung (2.19) lautet in Druckkoordinaten

$$\mathbf{f} \times \mathbf{V} = -g \nabla_p z \quad (2.25)$$

Der Index "p" soll daran erinnern, daß die Ableitungen im ∇ -Operator nicht bei konstantem z sondern bei konstantem p zu berechnen sind (d. h. $\partial z / \partial x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (z_c - z_a) / \Delta x$). Gleichung (2.25) zeigt, daß der geostrophische Wind im p -System parallel zu den Isohypsen bläst und daß dabei die niedrigeren Geopotentialwerte auf der Nordhalbkugel (Südhalbkugel) in Strömungsrichtung gesehen links (rechts) liegen. Analog zu (2.22) läßt sich aus (2.25) der geostrophische Wind \mathbf{V} berechnen

$$\mathbf{V} = \frac{g}{f} \mathbf{k} \times \nabla_p z \quad (2.26)$$

In dieser Beziehung erscheint die stark höhenabhängige Dichte nicht mehr explizit. Eine Schablone, mit deren Hilfe aus dem Isohypsenabstand \mathbf{V} bestimmt werden

kann, ist deshalb für *alle* Druckflächen verwendbar. Die Breitenabhängigkeit von \mathbf{V} bleibt jedoch auch im p-System erhalten. Die Druckflächen sind natürlich je nach Windgeschwindigkeit unterschiedlich stark geneigt, verlaufen aber auch bei großen \mathbf{V} nahezu horizontal. Für die sehr hohe Windgeschwindigkeit von 100ms^{-1} (200 kn) ergibt sich in mittleren Breiten ($f \approx 10^{-4}\text{s}^{-1}$) eine Neigung von 1:1000. Umgekehrt entspricht einer Neigung von 1:100 000 die relativ kleine Windgeschwindigkeit

$$|\mathbf{V}| = \frac{g}{f} |\nabla_p z| \approx \frac{10}{10^{-4}} \cdot \frac{1}{10^5} \text{ms}^{-1} = 1\text{ms}^{-1}.$$

Die geostrophische Näherung beschreibt in folgenden Bereichen der Atmosphäre die Luftströmungen hinreichend genau:

- außerhalb der Tropen,
- in der freien Atmosphäre über 1 km Höhe,
- in Gebieten mit nur schwach gekrümmten Isobaren bzw. Isohypsen.

“Hinreichend” genau bedeutet, daß unter diesen Voraussetzungen der geostrophische Wind ungefähr 85 % des beobachteten Windes erklärt. In den nächsten Abschnitten sollen die Strömungsverhältnisse bei gekrümmtem Isobarenverlauf sowie in der bodennahen Luftschicht unter 1 km Höhe erläutert werden.

2.6 Gradientwind

Das geostrophische Gleichgewicht zwischen Druckgradientkraft und Corioliskraft gilt nur für Luftströmungen entlang geradliniger Isobaren, wenn keine Zentrifugalkräfte wirken. In vielen Fällen sind die Bahnen der Luftteilchen in der freien Atmosphäre jedoch so schwach gekrümmt, daß der Wind annähernd geostrophisch ist. Bei stark gekrümmten Bahnen oder bei kreisförmiger Bewegung, z. B. in Tiefdruckgebieten, Tornados, Windhosen oder Staubeufeln kann man aber die Zentrifugalkräfte nicht vernachlässigen. Abb. 2.13 zeigt das Kräftegleichgewicht bei der Umströmung eines Tiefdruckzentrums und eines Hochdruckzentrums.

Die Druckgradientkraft pro Masseneinheit (P) ist in Polarkoordinaten gleich $-(1/\rho)(\partial p/\partial r)$. Die Corioliskraft (C) beträgt fV und wirkt senkrecht zur Richtung des Tangentialwindes V nach rechts. Hinzu kommt die Zentrifugalkraft (Z) V^2/r pro Masseneinheit, die immer radial nach außen gerichtet ist (Analog zur Unterscheidung von Coriolisbeschleunigung und Corioliskraft spricht man von Zentripetalbeschleunigung oder Zentrifugalkraft, je nachdem auf welcher Seite der Gleichung V^2/r gestellt wird). Mathematisch läßt sich das Gleichgewicht von Druckgradientkraft, Corioliskraft und Zentrifugalkraft folgendermaßen formulieren

$$fV + \frac{V^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (2.27)$$

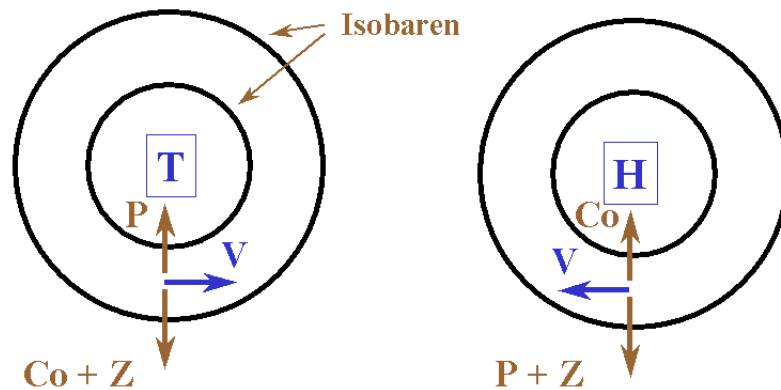


Abbildung 2.13: (Links) zyklonaler und (Rechts) antizyklonaler Gradientenwind.

V bezeichnet man als *Gradientwind*. Nach einer Konvention ist V in antizyklonal gekrümmten Strömungen negativ. Gleichung (2.27) wird Gradientwindgleichung genannt. In Druckkoordinaten lautet sie

$$fV + \frac{V^2}{r} = g \frac{\partial z}{\partial r}. \quad (2.28)$$

Ist der Druckgradient (Isobarenabstand) bekannt, ergibt sich V aus der Lösung der quadratischen Gleichung (2.27):

$$V = -\frac{1}{2}rf + \frac{1}{2} \left[r^2 f^2 + \frac{4r}{\rho} \frac{dp}{dr} \right]^{1/2} \quad (2.29)$$

Das Vorzeichen vor der Wurzel wurde so gewählt, daß bei großem Radius r , d. h. bei kleiner Zentrifugalkraft V^2/r , (2.29) wieder zur geostrophischen Gleichung wird. Für $r \rightarrow \infty$ erhält man

$$\begin{aligned} V &= -\frac{1}{2}rf + \frac{1}{2}rf \left[1 + \frac{4}{prf^2} \frac{dp}{dr} \right]^{1/2} \\ &\approx -\frac{1}{2}rf + \frac{1}{2}rf \left[1 + \frac{2}{prf^2} \frac{dp}{dr} - \dots \right] \\ &\approx \frac{1}{pf} \frac{dp}{dr} = V_g. \end{aligned}$$

Aus (2.29) folgt für ein Hochdruckgebiet ($dp/dr < 0$), daß der Druckgradient in der Entfernung r vom Zentrum nicht größer als $(1/4)prf^2$ sein darf, denn sonst würde der Ausdruck unter der Wurzel negativ werden. Der antizyklonale Gradientenwind muß daher die Bedingung $|V| < (1/2)rf$ erfüllen. Deshalb ist bei kleinem r in der Nähe eines Hochdruckzentrums der Wind schwach und der Druckgradient entsprechend gering. In einem Tiefdruckgebiet gibt es dagegen theoretisch keine Obergrenze für

V oder dp/dr . Wegen der Reibungskräfte und weil nur eine begrenzte Energiemenge zur Verfügung steht, wird die Windgeschwindigkeit zwar nicht unendlich groß, kann aber dennoch beachtliche Werte erreichen (z. B. 120 km/h am 1.3.1990 in der Münchner Innenstadt, obwohl dort eine große Reibung herrscht). Auch bei gekrümmter Strömung kann man den geostrophischen Wind V_g definieren. Die tatsächliche Windgeschwindigkeit weicht allerdings bei zunehmender Krümmung immer mehr von V_g ab. Aus der Definition für den geostrophischen Wind

$$fV_g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.30)$$

ergibt sich zusammen mit (2.27) eine rechnerische Beziehung zwischen der Geschwindigkeit von geostrophischem und Gradientwind

$$f(V - V_g) = -\frac{V^2}{r} \quad (2.31)$$

Da die rechte Seite von (2.31) immer negativ ist, muß bei der Umströmung eines Tiefdruckgebietes ($V > 0$) V kleiner als V_g sein. In einem Hochdruckgebiet ($V < 0$) gilt dagegen $|V| > |V_g|$. Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung zu Abb. 6.12. Beim zyklonalen Gradientwind ($P = C + Z$) ist die Corioliskraft kleiner als im geostrophischen Fall ($P = C$) und damit auch die Windgeschwindigkeit. Beim antizyklonalen Gradientwind mit $P + Z = C$ im Kräftegleichgewicht müssen Corioliskraft und Windgeschwindigkeit größer sein, um den beiden anderen Kräften die Waage halten zu können. Der antizyklonale Gradientwind ist also *supergeostrophisch* (größer als der geostrophische Wind bei gleichem Druckgradienten) und der zyklonale Gradientwind *subgeostrophisch* (kleiner als der geostrophische Wind bei gleichem Druckgradienten). Das folgende Beispiel zeigt, daß die Strömung in einem Hurrikan stark subgeostrophisch ist. Angenommen der Hurrikan befindet sich bei 20° N. 50 km von Zentrum entfernt soll ein Druckgradient von 50 hPa pro 100 km bestehen. Dann errechnet sich aus (2.30) der geostrophische Wind zu

$$V_g = \frac{50 \cdot 10^2 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}}{1,25 \text{ kg m}^{-3} \cdot 2(7,29 \cdot 10^{-5}) \text{ s}^{-1} \cdot \sin 20^\circ \cdot 10^5 \text{ m}} = 802 \text{ m s}^{-1}$$

Die Gradientwindgleichung (2.27) ergibt $43,5 \text{ m s}^{-1}$, ein Wert der ungefähr der beobachteten Windgeschwindigkeit entspricht. Die beiden Ergebnisse sind extrem unterschiedlich, weil im Hurrikan die Luftbewegung viel mehr durch die Zentrifugalkraft V^2/r als durch die Corioliskraft fV beeinflusst wird (das Verhältnis von Zentrifugalkraft zu Corioliskraft beträgt $V/(rf) = 17,4$). Man könnte deshalb die Corioliskraft bei der Berechnung von V auch ganz weglassen und würde dennoch für den Gradientwind fast das gleiche Ergebnis erhalten ($44,7 \text{ m s}^{-1}$). Gleichung (2.27) beschreibt in diesem Fall nur das Gleichgewicht zwischen Zentrifugalkraft und Druckgradientkraft (*zyklostrophisches Gleichgewicht*).

$$\frac{V^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (2.32)$$

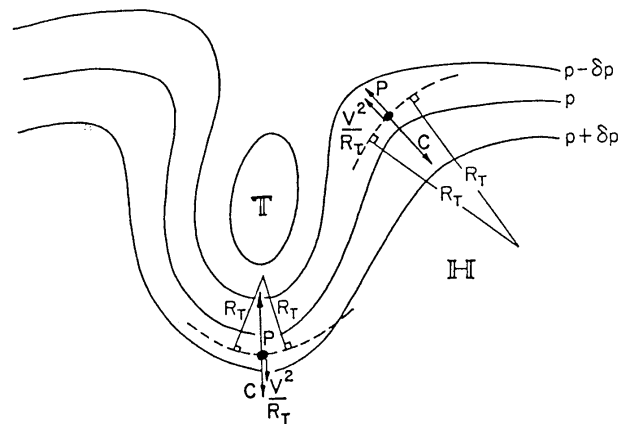


Abbildung 2.14: Kräftegleichgewicht für Luftpakete mit gekrümmten Trajektorien auf der Nordhalbkugel.

Luftströmungen in intensiven kleinräumigen Wirbeln (Hurrikane, Tornados, Windhosen, Staubteufel) sind zumindest in deren Kernbereichen im zyklotropischen Gleichgewicht. Im Bereich von scharfen Trögen in der Höhenströmung der mittleren Breiten ist die gemessene Windgeschwindigkeit oft nur halb so groß wie die dem Isobarenabstand entsprechende geostrophische Windgeschwindigkeit. Der Wind bläst aber dennoch parallel zu den Isobaren und Isohypsen. Ursache ist wiederum der Einfluß der Zentrifugalkraft auf die zyklonal gekrümmte Strömung, die in diesem Fall vom Krümmungsradius R_t der Trajektorien (Bahnen) der Luftpakete abhängt (Abb. 2.14).

Im allgemeinen sind die Luftströmungen in der Atmosphäre nicht stationär, denn die Anordnung der Isobaren ändert sich mit der Zeit. Deshalb fallen die Trajektorien (zeitliche Wege der individuellen Luftteilchen) nicht mit den Stromlinien (Linien, die zu einem bestimmten Zeitpunkt parallel zur Strömung sind; Momentaufnahme des Bewegungsfeldes) zusammen. Der unterschiedliche Verlauf von Stromlinien und Trajektorien in einem ostwärts ziehenden Trog ist in Abb. 2.15 dargestellt.

Man kann daher bei der Gradientwindberechnung den Krümmungsradius der Trajektorien R_t nicht aus dem Radius der Stromlinien oder Isobaren, der aus den Wetterkarten bekannt ist, bestimmen. Da sich der Krümmungsradius deshalb nur schwer und zeitraubend bestimmen läßt, wird der Gradientwind, obwohl er den wahren Wind besser approximiert als der geostrophische Wind, in der Praxis nur selten berechnet.

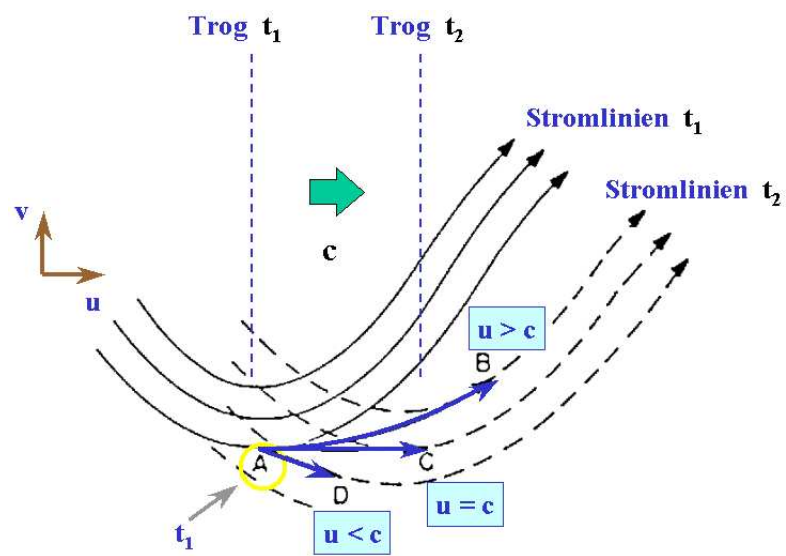


Abbildung 2.15:

(\longrightarrow , $-\ - - \rightarrow$) Stromlinien zu zwei verschiedenen Zeitpunkten und Trajektorien eines anfangs am Punkt A liegenden Luftpakets. Der Weg des Luftpakets ist abhängig von der Windgeschwindigkeit V im Punkt A und der Verlagerungsgeschwindigkeit C des Troges:

- AB, wenn $V > C$
- AC, wenn $V = C$
- AD, wenn $V < C$.

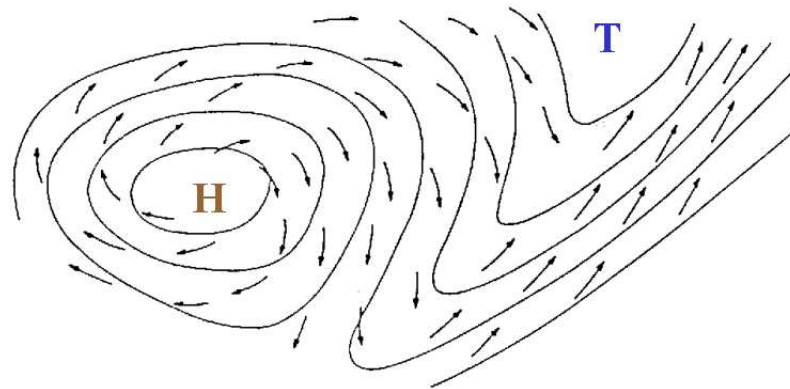


Abbildung 2.16: Abweichung des Windes von der Isobarenrichtung infolge der Reibung an der Erdoberfläche.

2.7 Die Wirkung der Reibungskraft

Innerhalb der planetarischen Grenzschicht (Reibungsschicht) bewirkt die Reibungskraft eine Abbremsung des Windes unter den geostrophischen Wert. Die Windgeschwindigkeit ist besonders in Bodennähe subgeostrophisch und nähert sich bis zur Obergrenze der Reibungsschicht in ungefähr 1000 bis 1500 m Höhe dem geostrophischen Wert an. Da bei verringerter Windgeschwindigkeit auch die Corioliskraft kleiner ist, kann sie die Druckgradientkraft nicht mehr ausbalancieren, so daß der Wind eine Komponente quer zu den Isobaren in Richtung tieferen Druck (oder quer zu den Isohypsen in Richtung niedrigere geopotentielle Höhe) erhält (Abb. 2.16, siehe auch Abb. 1.6).

Die Luft muß unter Reibungseinfluß vom höheren zum tieferen Druck strömen, da es einer Arbeit bedarf, die Reibungskraft zu überwinden. Diese Arbeit muß von der Druckgradientkraft geleistet werden, denn die Corioliskraft kann keine Arbeit verrichten, weil sie immer senkrecht auf die Bewegungsrichtung steht. Die Strömung hat daher eine Komponente in Richtung der Druckgradientkraft. Abb. 2.17 zeigt das Kräftegleichgewicht zwischen der Druckgradientkraft P , Corioliskraft C und Reibungskraft F in einer Luftströmung auf der Nordhalbkugel.

Die Druckgradientkraft steht senkrecht auf den Isobaren, die Corioliskraft senkrecht zur Bewegungsrichtung. Die Reibungskraft wirkt entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung. Sind die drei Kräfte im Gleichgewicht, gilt

$$|\mathbf{F}| = |\mathbf{P}| \sin \psi \text{ und } |\mathbf{P}| \cos \psi = |\mathbf{C}| = f |\mathbf{V}|.$$

Damit erhält man eine Formel zur Berechnung der Reibungskraft

$$|\mathbf{F}| = f |\mathbf{V}| \tan \psi \tag{2.33}$$

Der Betrag der Reibungskraft ist nach (2.33) vorwiegend von der Windgeschwindigkeit abhängig, auch wenn der Ablenkungswinkel ψ am Boden unterschiedlich

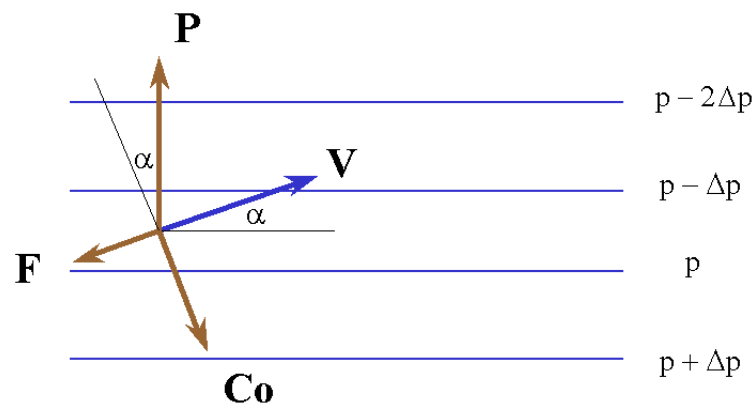


Abbildung 2.17: Kräftegleichgewicht für Luftpakete in der Reibungsschicht auf der Nordhalbkugel.

sein kann. Er wächst mit zunehmender Stabilität der thermischen Schichtung und abnehmender geographischer Breite. Über Land kann man im Mittel einen Ablenkungswinkel von 30° annehmen, wobei das Verhältnis V/V_g etwa 0,5 beträgt. Über See dagegen ist der Winkel gegen die Isobaren zumindest in mittleren und höheren Breiten recht gering ($10-20^\circ$) und die Windgeschwindigkeit erreicht durchschnittlich 70-80 % des geostrophischen Wertes.

2.8 Der thermische Wind

Bestehen in der Atmosphäre horizontale Temperaturunterschiede, ist damit eine vertikale Änderung des geostrophischen Windes verbunden. Denn nach der hydrostatischen Gleichung (2.4) nimmt der Druck mit der Höhe um so rascher ab, je größer die Dichte ρ ist, d. h. in kalter Luft schneller als in warmer Luft. In Gebieten mit horizontalen Temperaturgradienten sind deshalb der horizontale Druckgradient und damit auch der geostrophische Wind höhenabhängig. Die *Änderung des geostrophischen Windes* zwischen zwei Druck- oder Höhenflächen (oberhalb der Reibungsschicht) bezeichnet man als thermischen Wind.

In Abb. 2.18 ist schematisch ein Vertikalschnitt durch eine Luftströmung auf der Nordhalbkugel dargestellt. Die Kreuze sollen andeuten, daß die Luft in die Zeichenebene hinein strömt. Die Größe der Kreise ist dem Betrag der Windgeschwindigkeit proportional. In Bodennähe gibt es keinen geostrophischen Wind, weil die 1000 hPa-Fläche horizontal liegt. Die gleichmäßige Zunahme der mittleren Lufttemperatur entlang der n-Achse (senkrecht zur Strömung) hat zur Folge, daß die 700 hPa- und 500 hPa-Flächen geneigt sind.

Der Abstand der beiden Druckflächen ist der Mitteltemperatur der Schicht dazwischen proportional (s. Gleichung (3.21)). Die Neigung der 500 hPa-Fläche $\partial h_{500}/\partial n$ muß deshalb größer sein als die der 700 hPa-Fläche. Zusammen mit (2.26) folgt

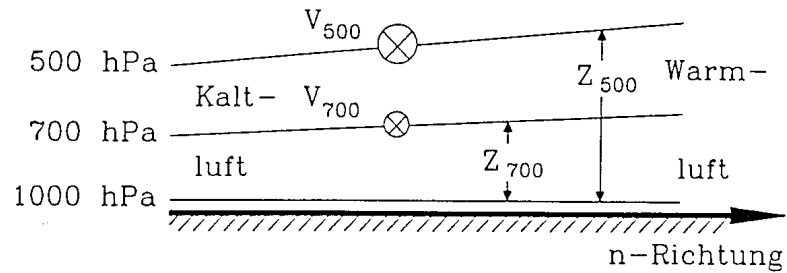


Abbildung 2.18:

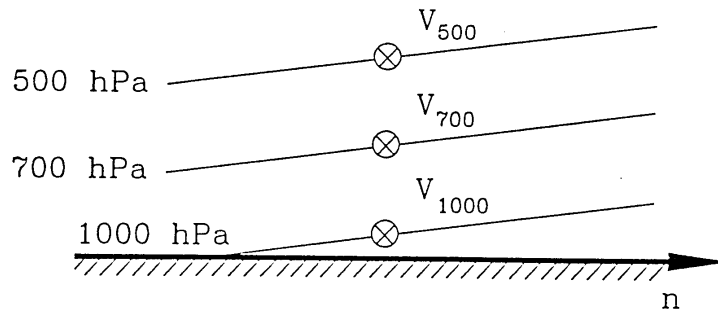


Abbildung 2.19:

$$V_{500} = \frac{g}{f} \frac{\partial h_{500}}{\partial n} > V_{700} = \frac{g}{f} \frac{\partial h_{700}}{\partial n}.$$

Der thermische Wind zwischen 700 hPa und 500 hPa ergibt sich zu

$$V_t = V_{500} - V_{700} = \frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial n} (h_{500} - h_{700}) = \frac{g}{f} \frac{\partial D}{\partial n}, \quad (2.34)$$

wobei $D = h_{500} - h_{700}$ die Schichtdicke zwischen den zwei Druckflächen angibt. In Abb. 2.18 ist $\partial D / \partial n$ positiv und daher auch V_t positiv, d. h. die geostrophische Windgeschwindigkeit nimmt mit der Höhe zu. Ist in der gesamten Atmosphäre kein horizontaler Temperaturgradient vorhanden, herrscht zwischen den Druckflächen überall dieselbe Mitteltemperatur. Daraus folgt, daß der vertikale Abstand zwischen zwei beliebigen Druckflächen konstant ist, d. h. die Druckflächen sind untereinander parallel (jedoch liegen sie im allgemeinen nicht horizontal). Wenn sich die Neigung der Druckflächen in der Vertikalen nicht ändert, hat der geostrophische Wind in allen Höhen die gleiche Geschwindigkeit (Abb. 2.19).

Eine Atmosphäre, in der Luftdruck- und Temperaturflächen parallel verlaufen, nennt man *barotrop*. Das Gegenstück zu einer barotropen Atmosphäre ist die *barokline* Atmosphäre. Bei Baroklinität sind die isothermen Flächen gegenüber den isobaren Flächen beliebig geneigt und es gibt Schnittpunkte zwischen Isohypsen und Isothermen. Betrag und Richtung des geostrophischen Windes ändern sich mit der Höhe. Besteht der horizontale Temperaturgradient ausschließlich senkrecht zur Strömungsrichtung (die Isothermen bzw. Schichtdickenlinien sind dann parallel zu den Isohypsen), ist die Schichtung *äquivalent-barotrop* (Abb. 2.18). In diesem Fall hängt die Geschwindigkeit des geostrophischen Windes von der Höhe ab, nicht aber die Richtung.

Die allgemein gültige Beziehung für den thermischen Wind lautet

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 = \frac{g}{f} \mathbf{k} \times \nabla_p (z_2 - z_1) = \frac{g}{f} \mathbf{k} \times \nabla_p D. \quad (2.35)$$

(2.35) hat die gleiche Form wie die Gleichung für den geostrophischen Wind $\mathbf{V} = (g/f) \mathbf{k} \times \nabla_p z$ (2.26). Analog zum geostrophischen Wind gilt daher, daß der thermische Wind parallel zu den Schichtdickenlinien (Isothermen) bläst oder, anders ausgedrückt, im rechten Winkel zum Temperaturgradienten, wobei auf der Nordhalbkugel die niedrigen Schichtdickenwerte (tiefen Temperaturen) zur Linken liegen.

2.9 Luftbewegungen bei äquivalent-barotroper Schichtung

In erster Näherung sind viele Strömungen in der Erdatmosphäre (z. B. Hurrikane, Tiefdruckgebiete und Frontalzonen der mittleren Breiten) äquivalent-barotrop geschichtet. Beispielsweise erkennt man in den Abb. 5.14 und 5.15, daß die Isothermen und Isohypsen im Bereich der Frontalzone auf allen Druckflächen annähernd in gleicher Richtung (von Südwesten nach Nordosten verlaufen. Der Querschnitt in Abb. 5.18a ist senkrecht zu den Isothermen und Isohypsen und deshalb auch senkrecht zur geostrophischen Windrichtung orientiert. Daher unterscheidet sich der Betrag der Windkomponente senkrecht zum Querschnitt nicht allzu sehr von der tatsächlichen Windgeschwindigkeit. Die Isotachen in der Abbildung geben also die geostrophische Windgeschwindigkeit an, die davon abhängt, wie stark die Druckflächen in der Atmosphäre geneigt sind. Ein Maß für die Neigung einer Druckfläche ist der Isohypsenabstand in der dazugehörigen Höhenwetterkarte.

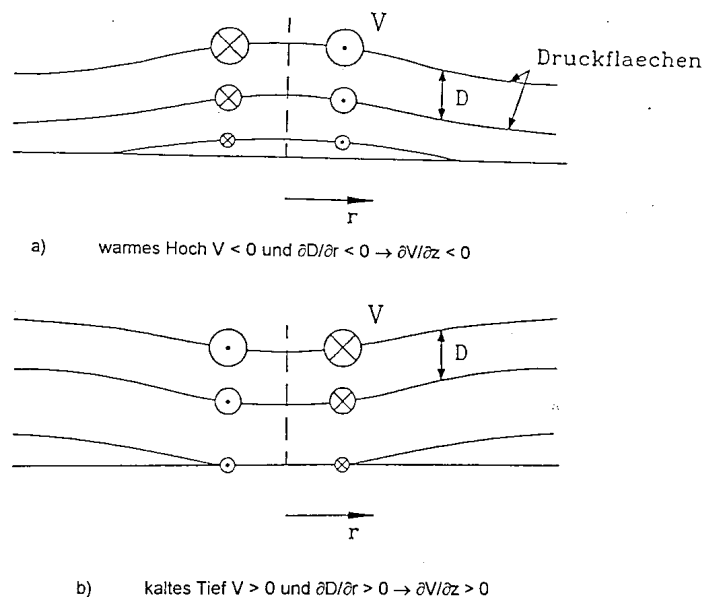


Abb. 1.21a zeigt in Übereinstimmung zu Gleichung (2.35) einen engen Zusammenhang zwischen dem horizontalen Temperaturgradienten und der vertikalen Scherung des geostrophischen Windes. Beide Größen haben hohe Werte in der Frontalzone und sind in der nahezu barotropen Warmluft wesentlich schwächer. Über dem Jetstream-Niveau nimmt die Windgeschwindigkeit mit der Höhe ab. Damit verbunden ist eine Richtungsänderung des horizontalen Temperaturgradienten. So wurden in 11 km Höhe im Norden -48°C gemessen, im Süden dagegen nur -64°C .

Bei äquivalent-barotroper Schichtung sind alle Isohypsen gleichzeitig auch Schichtdickenlinien. Deshalb ergeben die Isohypsen in allen Höhen das gleiche Strömungsmuster (z. B. kreisförmige Isohypsen im Bereich eines abgeschlossenen Tiefs). Die Richtung des geostrophischen Windes hängt, wie bei rein barotroper Schichtung, nicht von der Höhe ab. Die Windgeschwindigkeit ist jedoch auf den einzelnen Druckflächen verschieden groß. Denn der Temperatur- bzw. Schichtdickengradient senkrecht zu den Isohypsen hat zur Folge, daß sich die Neigung der Druckflächen mit der Höhe ändert (siehe Abb. 2.18). Hochdruck- und Tiefdruckzentren fallen bei äquivalent-barotroper Schichtung mit den Zentren positiver oder negativer Temperaturanomalien zusammen. Warme Hochdruckgebiete und kalte Tiefdruckgebiete sind vertikal hochreichende Gebilde. Wie Abb. 2.20a, b zeigt, nimmt der Isohypsengradient und der geostrophische Wind mit der Höhe zu. Dagegen sind kalte Hochs und warme Tiefs flache Druckgebilde. Bei ihnen ergibt sich eine Intensitätsabnahme mit der Höhe (Abb. 2.20c, d). Reichen die Temperaturanomalien bis in größere Höhen, kann es sogar zu einem Vorzeichenwechsel des Isohypsengradienten kommen. Über dem warmen Bodentief liegt dann in der Höhe ein Hoch, über dem kalten Bodenhoch ein Tief.

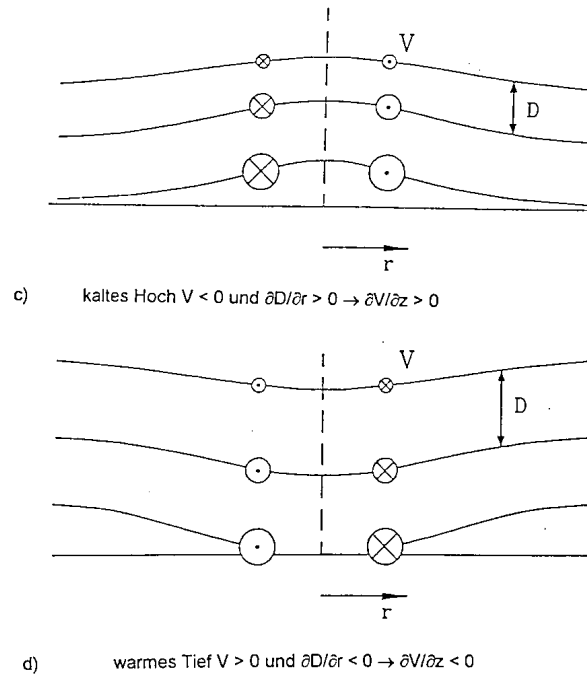


Abbildung 2.20: Intensitätsänderung von Druckgebilden in Abhängigkeit von der Temperatur; die Querschnitte zeigen den Verlauf der Druckflächen und die vertikale Änderung der Gradientenwindgeschwindigkeit. Mit D ist die Schichtdicke zwischen zwei Druckflächen bezeichnet.

2.10 Luftbewegung bei barokliner Schichtung

In den baroklinen Bereichen der Atmosphäre, wo sich Druck- und Temperaturflächen unter einem beliebigen Winkel schneiden, variiert der Abstand und die Linienform der Isohypsen von Druckfläche zu Druckfläche (z. B. werden die Tiefdruckzentren in Bodennähe häufig von kreisförmigen Isohypsen umgeben, während die Höhenwetterkarten Tröge zeigen). Deshalb ist die Geschwindigkeit und die Richtung des geostrophischen Windes auf den einzelnen Druckflächen unterschiedlich. Bei barokliner Schichtung kreuzen sich Isohypsen und Isothermen, so daß der geostrophische Wind eine Komponente senkrecht zu den Isothermen oder Schichtdickenlinien besitzt. Wie später noch gezeigt wird, verfrachtet diese Windkomponente das Temperaturfeld in Strömungsrichtung. Die horizontale Zufuhr von unterschiedlich temperierter Luft durch den geostrophischen Wind wird als geostrophische Temperaturadvektion bezeichnet. Es gibt zwei Möglichkeiten: Weht der Wind von der wärmeren zur kälteren Luft, so wird - von einem festen Ort aus betrachtet - mit dem Wind wärmere Luft herantransportiert, es herrscht *Warmluftadvektion* (Abb. 2.21a).

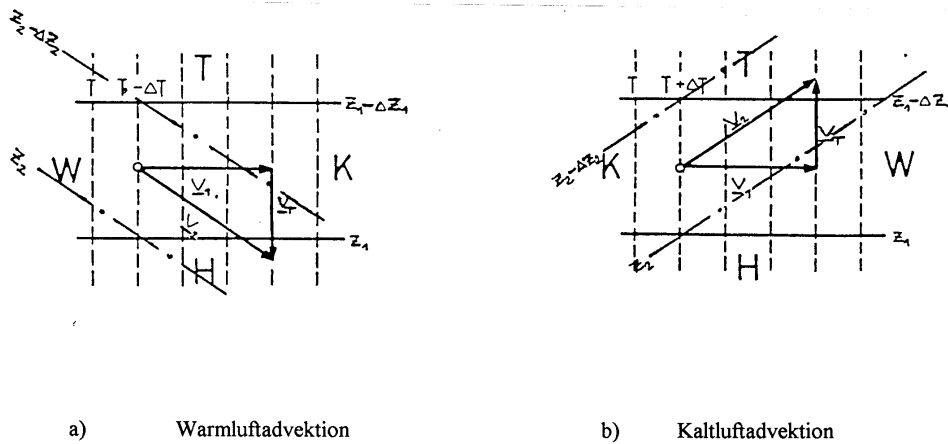


Abbildung 2.21: a) Warmluftadvektion b) Kaltluftadvektion Vertikale Änderung des geostrophischen Windes bei Temperaturadvektion:

- Isohypsen auf der Druckfläche p_1
- . . . - Isohypsen auf der Druckfläche p_2 ($p_2 < p_1$)
- - - - Schichtdickenlinien (geben die mittlere Temperatur der Schicht zwischen den beiden Druckflächen an).

Weht umgekehrt der Wind von der kälteren zur wärmeren Luft, so wird mit dem Wind kältere Luft advehiert. Man spricht dann von *Kaltluftadvektion* (Abb. 2.21b). Die atmosphärische Temperaturverteilung ändert sich nicht nur bei geostrophischer Temperaturadvektion sondern auch bei Vertikalbewegungen (Abkühlung der aufsteigenden Luft, Erwärmung der absinkenden Luft) und durch diabatische Einflüsse, d. h. durch Wärmezufuhr (z. B. Sonneneinstrahlung) oder Wärmeentzug (z. B. nächtliche Ausstrahlung). Diese Prozesse lassen sich im Gegensatz zur geostrophischen Temperaturadvektion nur schwer quantitativ bestimmen.

Nach Gleichung (2.35) bläst der thermische Wind parallel zu den Isothermen und es gilt $\mathbf{V}_t = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1$, weshalb sich der geostrophische Wind \mathbf{V}_2 durch Vektoraddition von \hat{V}_1 und \hat{V}_t ergibt (vgl. Abb. 2.21). In der Abbildung ist $|\mathbf{V}_2| > |\mathbf{V}_1|$, so daß der Abstand zwischen den Isohypsen auf der Druckfläche p_2 kleiner sein muß als auf der Druckfläche p_1 . Es zeigt sich außerdem, daß der Wind auf der Nordhalbkugel bei Kaltluftadvektion mit der Höhe zyklonal (gegen den Uhrzeigersinn) dreht. Warmluftadvektion ist dagegen mit einer antizyklonalen Drehung (im Uhrzeigersinn) verbunden. Oft sagt man auch, daß der Wind bei Kaltluftadvektion mit der Höhe nach links und bei Warmluftadvektion nach rechts dreht. Die englischen Ausdrücke “backing” (mit der Höhe nach links drehen, rückdrehen) und “veering” (mit der Höhe nach rechts drehen) werden meistens auf der Nord- und Südhalbkugel als Synonyme für eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn bzw. im Uhrzeigersinn gebraucht. Wallace und Hobbs (Seite 388) weichen davon ab und ordnen den Begriffen auf der Südhalbkugel die umgekehrten Drehsinne zu!

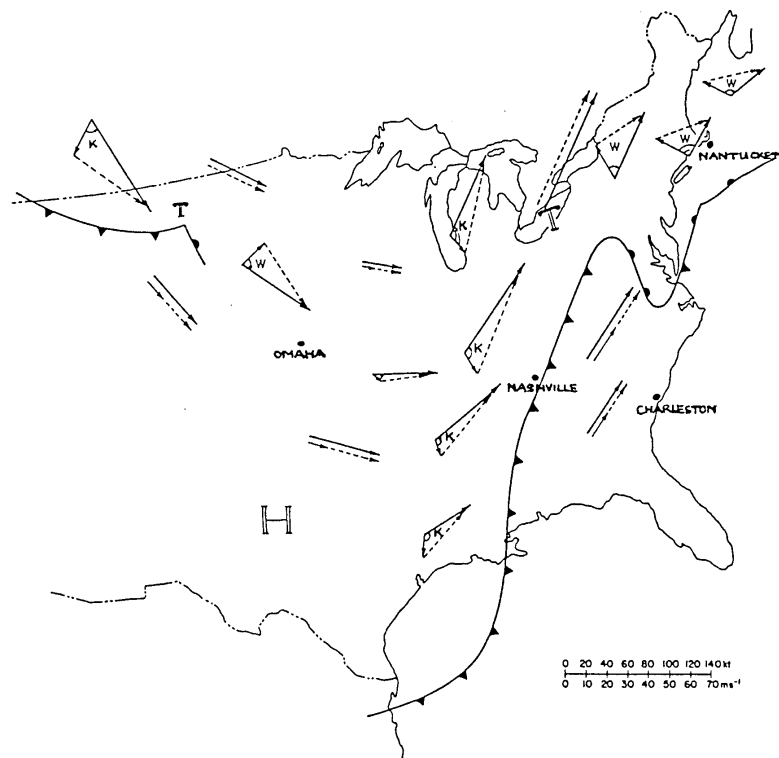


Abbildung 2.22: Vertikale Änderung des geostrophischen Windes zwischen 1000 hPa und 500 hPa am 20. November 1964, 00 Uhr UTC:

- > geostrophischer Wind in 1000 hPa
- > geostrophischer Wind in 500 hPa
- - - - - > thermischer Wind für die Schicht 500/1000 hPa.

Buchstaben K und W stehen für Kaltluftadvektion bzw. Warmluftadvektion. (Die Vektoren wurden mit Hilfe von Abb. 1.22 konstruiert.)

Die Bedeutung des thermischen Windes soll Abb. 2.22 veranschaulichen. Darin sind zum Zeitpunkt der in Kapitel 5 beschriebenen Zyklonogenese die geostrophischen Windvektoren im 1000 hPa- und 500 hPa-Niveau eingezeichnet. Die Differenz zwischen den beiden Vektoren ($V_{500} - V_{1000}$) ergibt die vertikale Windscherung (den thermischen Wind) in der Schicht 500/1000 hPa.

Ein Vergleich von Abb. 5.19 und Abb. 2.22 zeigt, daß die Vektoren des thermischen Windes parallel zu den 500/1000 hPa-Schichtdickenlinien orientiert sind. In den Frontalzonen auf der Rückseite der beiden Kaltfronten, wo starke Kaltluftadvektion herrscht, erkennt man, daß der Wind mit der Höhe nach links dreht. Die Warmluftadvektion auf der Vorderseite der Warmfronten ist dagegen mit einer Rechtsdrehung des geostrophischen Windes verbunden. Im Bereich der Warmluft, die in der Bodennähe annähernd barotrop und in der mittleren Troposphäre äquivalent-

barotrop geschichtet ist, bleibt die Windrichtung mit der Höhe konstant. Auf der kalten Seite der Bodentiefs ist die Schichtung ebenfalls nahezu äquivalent- barotrop. Die Strömungsverhältnisse sind in diesem Gebiet daher ähnlich wie in Abb. 2.18.

Die in Abb. 2.23 eingetragenen Höhenwindsondierungen wurden, wie die Daten für Abb. 2.22, am 20. November 1964, 00 Uhr UTC gemessen.

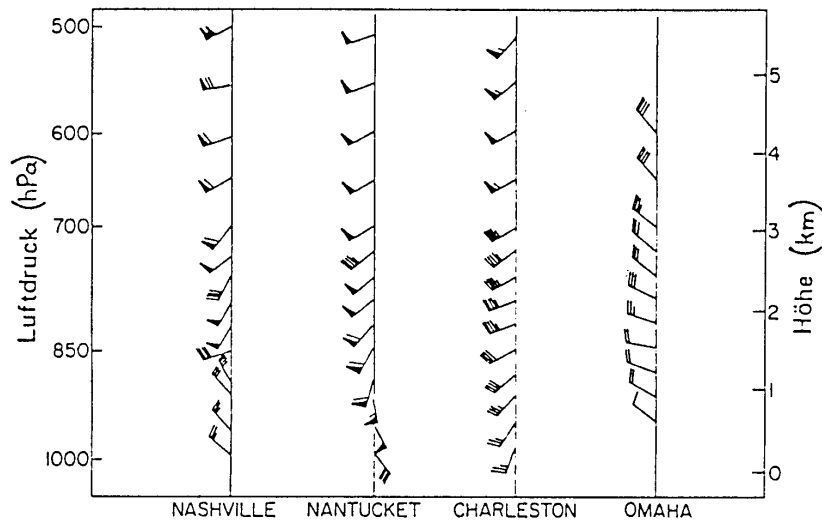


Abbildung 2.23: Höhenwinde vom 20. November 1964, 00 Uhr UTC in Nashville (Tennessee), Nantucket Island (Massachusetts), Charleston (South Carolina) und Omaha (Nebraska).

Die Station Nashville liegt in den unteren Luftschichten auf der Rückseite der Kaltfront. Die Kaltluftschicht reicht bis zum 850 hPa-Niveau, wo die starke Linksdrehung des Windes die Lage der Kaltfront markiert. Auf ähnliche Weise läßt sich die in Nantucket beobachtete vertikale Winddrehung erklären. Die Station befindet sich in der Frontalzone auf der Vorderseite der Warmfront. Die Warmluftadvektion bewirkt eine Rechtsdrehung des Windes unterhalb der Front in ungefähr 850 hPa. Die Messungen von Charleston und Omaha zeigen nur geringe Windrichtungsänderungen, abgesehen von der Rechtsdrehung des Windes bis 1 km Höhe in Charleston, die auf Reibungseinflüsse zurückzuführen ist. Beide Station liegen nämlich weit von der Front entfernt in hochreichend warmer Luft (Charleston) bzw. hochreichend kalter Luft (Omaha), so daß die Schichtung (äquivalent-) barotrop ist. Mit Hilfe der Gleichung für den thermischen Wind (2.35) ist es möglich, das gesamte Windfeld festzulegen, wenn die Temperaturverteilung $T(x,y,p)$ und gleichzeitig die Werte von $p(x,y)$ oder von $\mathbf{V}(x,y)$ auf der Erdoberfläche oder einem anderen "Bezugsniveau" bekannt sind. Deshalb genügen im Prinzip z. B. die auf Meereshöhe reduzierten Luftdruckmessungen zusammen mit Temperatursondierungen von Satelliten (Infra-

rotkanal), um daraus die dreidimensionale Verteilung von \mathbf{V} für einen bestimmten Zeitpunkt ableiten zu können. Probleme bei der Anwendung dieser Methode bereiten jedoch die großen Lücken im Bodenstationsnetz über den Ozeanen und die ungenaue Höhenzuordnung der Temperaturen.

2.11 Die Vorhersage von Strömungen in der Atmosphäre

Eine wichtige Eigenschaft der Gleichung für den geostrophischen Wind (2.19) ist, daß sie keine Ableitung nach der Zeit enthält. Deshalb kann man (2.19) nicht dazu verwenden, Veränderungen der Luftströmungen vorherzusagen. Gleiches gilt für die Gradientwindgleichung (2.27) oder (2.28). Gleichungen dieser Art nennt man *diagnostische Gleichungen*. Ist beispielsweise die Druckverteilung zu einem bestimmten Zeitpunkt vorgegeben, läßt sich daraus eine Diagnose des geostrophischen Windfeldes für diesen Zeitpunkt ableiten. Im Gegensatz dazu erhält man durch Integration nach t aus der vollständigen *prognostischen Gleichung* (2.15), eine Vorhersage der zeitlichen Entwicklung der Strömung. Dafür werden allerdings noch zwei weitere Gleichungen benötigt: die thermodynamische Gleichung, die die Entwicklung des Temperaturfeldes vorhersagt, und die Kontinuitätsgleichung, die die Massenerhaltung sicherstellt.

Eine vollständige Diskussion des Vorhersageproblems bildet die Grundlage für die Entwicklung von Computermodellen, wie sie in der numerischen Wettervorhersage eingesetzt werden. Im Rahmen dieser Vorlesung kann dieses Thema jedoch nur relativ oberflächlich behandelt werden.

2.12 Totale Ableitung, Advektion

Aus dem 2. Newtonschen Gesetz ergab sich für Luftströmungen auf der rotierenden Erde die Bewegungsgleichung (2.15). Der darin enthaltene Beschleunigungsterm wurde mit du/dt bezeichnet. Implizit bedeutet diese Schreibweise, daß die Ableitung nach der Zeit d/dt bestimmt wird, indem man *die Bahn eines einzelnen Luftpakets* verfolgt und dabei die Änderungen von u beobachtet. Im allgemeinen interessiert jedoch nicht das Schicksal eines einzelnen Luftpakets, denn dieses Luftpaket unterscheidet sich durch nichts von den anderen. Man will meist nur den Strömungszustand und seine zeitliche Änderung insgesamt kennen. Die abhängigen Variablen wie Temperatur T , Druck p oder Geschwindigkeit u werden deshalb als Felder behandelt, d. h. den Größen werden in den verschiedenen Raumpunkten skalare bzw. vektorielle Werte zugewiesen, die sich noch zeitlich verändern können: $T = T(x(t), y(t), z(t), t) = T(x, y, z, t)$, $p = p(x, y, z, t)$, $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, z, t)$ usw. Jetzt soll gezeigt werden, was unter dT/dt , $d\mathbf{u}/dt$, ... zu verstehen ist, wenn man sich *mit den Luftpaketen bei ihrer Verlagerung mitbewegt* und dabei die Änderung von T , \mathbf{u} , ... mißt. Auf diese Weise ergeben sich aus der Bewegungsgleichung Momentaufnahmen der augenblicklichen Strömungszustände.

Gegeben sei die Temperaturverteilung in Abhängigkeit von Raum und Zeit $T(x,y,z,t)$, ein Beispiel für ein skalares Feld.

Angenommen man steht an einem festen Punkt (x_0, y_0, z_0) und liest die Temperaturen T zu verschiedenen Zeitpunkten t am Thermometer ab. Der Temperaturverlauf $T = T(t) = T(x_0, y_0, z_0, t)$ hängt dann nur von t ab. Die Änderung der Temperatur dT/dt ist deshalb gleich der partiellen Ableitung von T am festen Punkt (x_0, y_0, z_0) , d. h. $dT/dt = (\partial T/\partial t)_{(x_0, y_0, z_0)}$.

Angenommen man befindet sich an Bord eines Forschungsflugzeuges und registriert die Temperatur T während eines Meßfluges. Welche Temperaturänderung beobachtet man in diesem Fall? Das Flugzeug habe zur Zeit t die Position $\mathbf{x}(t)$ und bewege sich mit der Geschwindigkeit $\mathbf{c}(t) = d\mathbf{x}/dt$. Dann legt das Flugzeug in einem kleinen Zeitintervall dt die Strecke $d\mathbf{x} = \mathbf{c} dt$ zurück und erreicht einen Nachbarpunkt $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$. Das totale Differential dT der Funktion $T(x,y,z,t)$ ergibt sich aus der Kettenregel zu

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t} dt + \frac{\partial T}{\partial x} dx + \frac{\partial T}{\partial y} dy + \frac{\partial T}{\partial z} dz. \quad (2.36)$$

Damit folgt für die totale (oder substantielle) Änderung von T

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{dz}{dt} \\ &= \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla T \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} \\ &= \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla T. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Der erste Term auf der rechten Seite von (2.37) gibt die *lokale Änderung* von T an, d. h. die Temperaturänderung pro Zeiteinheit, die ein ortsfester Beobachter bei $c = 0$ (z. B. in einem in der Luft stehenden Hubschrauber) mißt. Besitzt das Temperaturfeld T nur eine räumliche Abhängigkeit, d. h. $T = T(x, y, z)$, ist $\partial T/\partial t = 0$. Fast immer wird man dennoch eine Temperaturänderung während des Meßfluges registrieren. Für $\partial T/\partial t = 0$ liefert (2.37) nämlich

$$\frac{dT}{dt} = \mathbf{c} \cdot \nabla T. \quad (2.38)$$

Diese Art der Temperaturänderung bezeichnet man als Advektion. Sie tritt auf, wenn bei der Bewegung mit der Geschwindigkeit c der räumliche Temperaturgradient ∇T besteht. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, daß bei einem Gradienten ∇T im Temperaturfeld Luftpakete unter bestimmten Bedingungen wärmere oder kältere Luft herantransportieren (advehieren) können, daher der Name "Advektion". Im allgemeinen Fall (siehe Gleichung (2.37)) ergibt sich die totale Änderung aus der *Summe von lokaler Änderung und Advektion*.

Nun werde die Temperatur in einem Ballon gemessen, der sich mit der Windgeschwindigkeit \mathbf{u} bewegen soll. Für die totale Änderung der Temperatur gilt nach (2.37) mit \mathbf{u} statt \mathbf{c}

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T. \quad (2.39)$$

Hierbei handelt es sich um die Temperaturänderung, die ein Beobachter registriert, der sich mit den Luftpaketen mitbewegt. Um dies deutlich zu machen, verwendet man für die totale Ableitung üblicherweise das Symbol D/Dt anstelle von d/dt , also

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T. \quad (2.40)$$

Diese Gleichung läßt sich natürlich auch auf andere physikalische Größen anwenden, z. B. auf die drei Windkomponenten u , v , w , des Windvektors \mathbf{u} . Die Beschleunigung eines Luftpaketes ($d\mathbf{u}/dt$ in Gleichung (2.15)) kann daher geschrieben werden als

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}, \quad \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T. \quad (2.41)$$

wobei $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ gleich $(\mathbf{u} \cdot \nabla u, \mathbf{u} \cdot \nabla v, \mathbf{u} \cdot \nabla w)$ ist.

2.13 Temperaturadvektion

Eine Luftmasse, in der ein in allen Höhen gleich großer Temperaturgradient bestehen soll, werde durch einen einheitlichen (horizontalen) Wind \mathbf{u} verlagert. Sind keine Wärmequellen oder Wärmesenken vorhanden, bleibt dabei die Temperatur in jedem Luftpaket konstant, d. h. $DT/Dt = 0$. Aus (2.41) folgt dann für die Temperaturänderung an einem festen Ort

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\mathbf{u} \cdot \nabla T. \quad (2.42)$$

Die lokale Temperaturänderung $\partial T/\partial t$ ist in diesem Fall gleich minus der advektiven Temperaturänderung. Abb. 2.24 soll dieses Ergebnis veranschaulichen.

In (a) bringt der Wind \mathbf{u} wärmere Luft, denn die zu ∇T parallele Windkomponente ist von der wärmeren zur kälteren Luft gerichtet. Jeder stationäre Beobachter wird eine Temperaturänderung messen ($-\mathbf{u} \cdot \nabla T > 0$, d. h. $\partial T/\partial t > 0$). In (b) bläst der Wind mit einer Komponente aus Richtung der kalten Luft. An allen Orten sinken die Temperaturen ($\partial T/\partial t < 0$, weil $-\mathbf{u} \cdot \nabla T < 0$). In (c) stehen Windrichtung und Temperaturgradient aufeinander senkrecht, so daß $\mathbf{u} \cdot \nabla T = 0$. Deshalb bleibt die Temperatur überall konstant. Wie bereits früher erwähnt, spricht man im Fall (a) von *Warmluftadvektion* und im Fall (b) von *Kaltluftadvektion*.

2.14 Schichtdickenadvektion

Die Situation sei ähnlich wie oben beschrieben: der Wind soll geostrophisch und ∇T unabhängig von der Höhe (bzw. vom Druck) sein. Außerdem wird wieder vorausgesetzt, daß keine Wärmequellen oder -senken vorhanden sind. In Druckkoordinaten lautet (2.42)

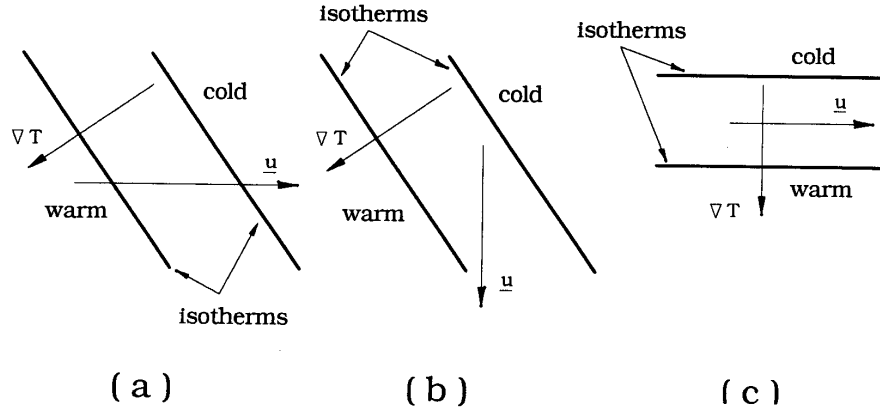


Abbildung 2.24:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u}(x, y, p) \cdot \nabla T = 0. \quad (2.43)$$

Die Schichtdicke D zwischen zwei Druckflächen p_0 und p beträgt nach Gleichung (3.21)

$$D = \frac{R}{g} \int_p^{p_0} T d \ln p.$$

Unter Verwendung von (2.43) ergibt sich für die zeitliche Änderung der Schichtdicke

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} &= \frac{R}{g} \int_p^{p_0} \frac{\partial T}{\partial t} d \ln p \\ &= -\frac{R}{g} \int_p^{p_0} [\mathbf{u}(x, y, p) \cdot \nabla T] d \ln p. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Den geostrophischen Wind \mathbf{u} erhält man auch durch Addition von \mathbf{u}_0 (geostrophischer Wind auf der Druckfläche p_0) und \mathbf{u}' (thermischer Wind zwischen p_0 und p). Der thermische Wind ist aus (2.35) bekannt

$$\mathbf{u}'(p) = \frac{g}{f} \mathbf{k} \times \nabla_p D.$$

Damit läßt sich Gleichung (2.44) umformen zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} &= \frac{R}{g} \int_p^{p_0} [\mathbf{u}_0 + \mathbf{u}'(p) \cdot \nabla T] d \ln p \\ &= \frac{R}{g} \int_p^{p_0} (\mathbf{u}_0 \cdot \nabla T) d \ln p + \frac{R}{g} \int_p^{p_0} (\mathbf{u}'(p) \cdot \nabla T) d \ln p. \end{aligned}$$

Da \mathbf{u}_0 unabhängig von p ist und nur annähernd horizontale Komponenten besitzt ($\mathbf{u}_0 \cdot \nabla$ hat also keine p -Komponente), kann der Operator $\mathbf{u}_0 \cdot \nabla$ vor das Integralzeichen gestellt werden. Außerdem wirkt $\mathbf{u}'(p)$ senkrecht zum (höhenunabhängigen) Temperaturgradienten ∇T , d. h. $\mathbf{u}' \cdot \nabla T = 0$. Es gilt daher

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\mathbf{u}_0 \cdot \nabla D. \quad (2.45)$$

Wählt man $p_0 = 1000hPa$, folgt aus (2.45), daß unter den angegebenen Bedingungen (geostrophische Bewegung, Temperaturgradient nicht von der Höhe abhängig) die Schichtdicke vom bodennahen geostrophischen Wind advehiert wird. Dieses Ergebnis ist für praktische Anwendungen sehr nützlich. Überlagert man einer Bodenkarte eine Schichtdickenkarte, lassen sich die Gebiete mit Kaltluftadvektion bzw. Warmluftadvektion identifizieren (vgl. Abb. 5.19). Es ist also nicht erforderlich, den mittleren Wind für die gesamte Schicht zu berechnen, es genügt das geostrophische Bodenwindfeld.

2.15 Die thermodynamische Gleichung

In Kapitel 3 zeigte sich, daß die potentielle Temperatur in einem Luftpaket erhalten bleibt, wenn die Bewegung adiabatisch verläuft, d. h. wenn kein Wärmeaustausch zwischen Luftpaket und Umgebungsluft stattfindet. Mathematisch läßt sich die Erhaltung der potentiellen Temperatur in der sogenannten *thermodynamischen Gleichung* formulieren

$$\frac{D\theta}{Dt} = 0. \quad (2.46)$$

Im Prinzip wird damit nur ausgesagt, daß der 1. Hauptsatz der Thermodynamik erfüllt ist.

Können Wärmequellen oder Wärmesenken nicht vernachlässigt werden, gilt der 1. Hauptsatz in der differentiellen Form $dq = c_p dT - \alpha dp$ (Gleichung (3.40)); in dT und dp sind die Temperatur- und Druckänderungen im Luftpaket infolge der Wärmezufuhr dq enthalten. Verwendet man die ideale Gasgleichung $p\alpha = RT$, ergibt sich

$$\frac{dq}{T} = c_p \left(\frac{dT}{T} - \frac{R}{c_p} \frac{dp}{p} \right) = c_p d \ln \theta. \quad (2.47)$$

Erfolgt die Zustandsänderung in einem kleinen Zeitintervall dt , erhält man für die Änderung der potentiellen Temperatur während der Bewegung eines Luftpakets die Beziehung

$$\frac{D}{Dt} \ln \theta = \frac{1}{c_p T} \frac{Dq}{Dt} = \frac{\dot{H}}{c_p T}. \quad (2.48)$$

Dies ist die allgemeine Form der thermodynamischen Gleichung. Darin bezeichnet $\dot{H} = Dq/Dt$ die Wärmezufuhr dq in das Luftpaket im Zeitintervall dt . Aus (2.47) läßt sich auch eine Gleichung für die Änderung der Temperatur im Zeitintervall dt ableiten:

$$\frac{1}{T} \frac{DT}{Dt} - \frac{\kappa}{p} \frac{Dp}{Dt} = \frac{\dot{H}}{c_p T}$$

oder

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\kappa T}{p} \omega + \frac{\dot{H}}{c_p} \quad (2.49)$$

wobei

$$\omega = \frac{Dp}{Dt}. \quad (2.50)$$

Die Größe ω gibt die Druckänderung im Luftpaket an. Normalerweise nimmt der Druck in einem aufsteigenden Luftpaket ab, während er in einem absinkenden Luftpaket zunimmt (auf jeden Fall gilt dies für hydrostatische Bewegungen). Mit anderen Worten, ω ist mit der Vertikalgeschwindigkeit w *negativ* korreliert. Setzt man in (2.50) p statt T ein, folgt

$$\omega = \frac{D_h p}{Dt} - \rho g w. \quad (2.51)$$

In vielen Fällen liefert der zweite Term auf der rechten Seite von (2.51) den größten Beitrag zu ω .

Gleichung (2.49) kann man folgendermaßen interpretieren: Die beiden Terme auf der rechten Seite der Gleichung erklären die Ursachen der Temperaturänderung in einem Luftpaket. Der erste Term gibt die *adiabatische Temperaturänderung* auf Grund der Druckänderung während der Bewegung an. Wird das Luftvolumen zusammengedrückt ($\omega > 0$), erwärmt es sich; erreicht das Luftvolumen ein Gebiet mit geringerem Luftdruck ($\omega < 0$), kann es sich ausdehnen und abkühlen. Der zweite Term beschreibt die sogenannten *diabatischen Prozesse*, d. h. die Wirkung von direkter Erwärmung oder Abkühlung. Eine Abschätzung für die adiabatische Temperaturänderung in Grad pro Tag erhält man aus $\kappa T \delta p / p_m$. In dieser Formel ist δp die typische Druckänderung, die ein Luftpaket während eines Tages erfährt, und p_m der mittlere Druck entlang einer Trajektorie des Luftpakets. In einem Tiefdruckgebiet der mittleren Breiten legen die Luftpakete in der mittleren Troposphäre ($p_m = 500 \text{ hPa}$) häufig einen Höhenunterschied von $\delta p_m = 200 \text{ hPa}$ pro Tag zurück. Für $T \approx 250 \text{ K}$ ergibt sich damit eine Temperaturänderung von 30 K/Tag .

Beiträge zum diabatischen Term entstehen durch die Absorption von solarer Strahlung, Absorption und Emission von infraroter (langwelliger) Strahlung und durch die Freisetzung von latenter Wärme bei Kondensation. Dazu kommt in der oberen Atmosphäre die bei chemischen und photochemischen Reaktionen verbrauchte bzw. freiwerdende Wärme. In der Troposphäre und in der unteren Stratosphäre kompensieren sich Teile der durch Strahlung bewirkten Erwärmungen und Abkühlungen,

weshalb die dadurch entstehenden Temperaturänderungen nur ungefähr 1K/Tag betragen. Die latente Wärme kann man vernachlässigen, ausgenommen in Gebieten mit Niederschlag, wo die Temperaturveränderung durch freigesetzte latente Wärme und durch adiabatische Vertikalbewegungen vergleichbar groß werden kann. Im größten Teil der Troposphäre ist jedoch der diabatische Term in (2.49) wesentlich kleiner als der Term, der die adiabatischen Temperaturänderungen angibt.

2.16 Lokale Temperaturänderung

Gleichung (2.49) kann man auch in folgender Form schreiben

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \mathbf{u} \cdot \nabla T + \frac{\kappa T}{p} \omega + \frac{\dot{H}}{c_p}. \quad (2.52)$$

Zusätzlich tritt in dieser Gleichung der Advektionsterm $(-\mathbf{u} \cdot \nabla T)$ auf. Beiträge zur Advektion liefern alle drei Komponenten des Windvektors \mathbf{u} . Im allgemeinen ist jedoch die Vertikalkomponente w wesentlich kleiner als die beiden horizontalen Komponenten u , v , so daß die vertikale Advektion vernachlässigt werden kann. Zu lokaler Temperaturzunahme ($\partial/\partial t > 0$) kommt es nach (2.52) durch

- Advektion wärmerer Luft
- adiabatische Absinkbewegung und/oder
- diabatische Wärmezufuhr. Umgekehrt erfolgt lokal Temperaturabnahme ($\partial T/\partial t < 0$) durch
- Advektion kälterer Luft,
- adiabatische Hebung und/oder
- diabatischen Wärmeentzug.

2.17 Die Kontinuitätsgleichung

Am Anfang dieses Kapitels wurde erläutert, daß die Lösung der Bewegungsgleichung für Gasströmungen schwieriger ist als für Festkörper. In Gasströmungen muß nämlich zusätzlich eine Massenerhaltungsgleichung (Kontinuitätsgleichung) erfüllt sein, damit interne Massenquellen oder -senken ausgeschlossen bleiben. In diesem Abschnitt geht es um die mathematische Formulierung der Kontinuitätsgleichung in Druckkoordinaten (x,y,p) . Wallace und Hobbs veranschaulichen das Prinzip der Kontinuitätsgleichung mit einem dicken, weichen Pfannkuchen. Wird der Pfannkuchen zwischen zwei flache Teller gequetscht, divergiert er in horizontaler Richtung, weil das ursprüngliche Volumen erhalten bleibt. Luftpakete verhalten sich nicht viel anders, wenn sie durch ein großräumiges Strömungsfeld deformiert werden. Im Gegensatz zu

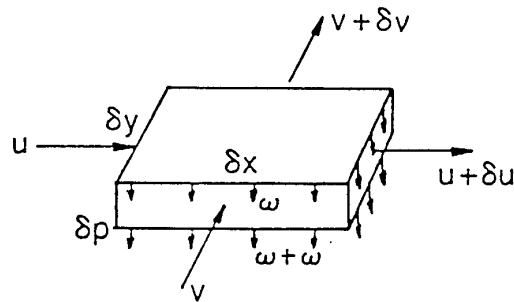


Abbildung 2.25: Zur Ableitung der Kontinuitätsgleichung.

einem weichen Pfannkuchen sind Luftpakete jedoch kompressibel, d. h. sie können ihr Volumen ändern. Im allgemeinen lassen sich zwei Typen von Volumenänderungen unterscheiden:

- a) Nicht hydrostatische Volumenschwankungen, verbunden mit Schallwellen und
- b) langsamere, hydrostatische Volumenänderungen, verursacht durch Ausdehnung oder Verdichtung der Luft bei hydrostatischen Druckänderungen.

Die nicht hydrostatischen Volumenschwankungen haben extrem kleine Amplituden bzw. extrem hohe Frequenzen. Sie wirken sich daher nicht auf die großräumigen atmosphärischen Bewegungen aus. Außerdem ist der Energieinhalt dieser Schwankungen vernachlässigbar. Im Gegensatz dazu können die hydrostatischen Änderungen recht groß werden und die Luftströmungen in der Atmosphäre beeinflussen. Formuliert man die Kontinuitätsgleichung in (x,y,p) -Koordinaten, sind die nicht hydrostatischen Störungen automatisch ausgeschlossen.

Zur Ableitung der Kontinuitätsgleichung werde ein quaderförmiges Luftpaket mit den Kantenlängen dx , dy , dp betrachtet (s. Abb. 2.25).

Ist die Atmosphäre im hydrostatischen Gleichgewicht, beträgt die Masse des Quaders

$$\delta M = \rho \delta x \delta y \delta z = -\frac{\delta x \delta y \delta p}{g},$$

wobei die hydrostatische Gleichung (2.4) in der Form $\delta p = -\rho g \delta z$ verwendet wurde. Im Laufe der Zeit wird der Quader durch die Scherungen und Deformationen im Bewegungsfeld bis zur Unkenntlichkeit verdreht und verformt. Hier sollen jedoch nur die Veränderungen ganz am Anfang der Bewegung interessieren oder, mathematisch ausgedrückt, in einem unendlich kleinen Zeitintervall δt . Innerhalb dieses Zeitintervalls wird der Quader zu einem Parallelepiped deformiert. Da die Masse des Quaders dabei konstant bleibt, gilt

$$\frac{D}{Dt}(\delta x \delta y \delta p) = 0 \quad (2.53)$$

oder

$$\delta y \delta p \frac{D}{Dt}(\delta x) + \delta x \delta p \frac{D}{Dt}(\delta y) + \delta x \delta y \frac{D}{Dt}(\delta p) = 0 \quad (2.54)$$

Die Ableitung $D(\delta x)/Dt$ gibt an, wie sich die Seitenflächen des Quaders in x-Richtung im Zeitintervall Dt verändern. Diese Änderung ist gleich der Differenz zwischen der u-Komponente der Geschwindigkeit an der rechten und an der linken Seitenfläche, d. h. $(u + \delta u) - u$, was näherungsweise $(\partial u / \partial x) \delta x$ entspricht. Es ergibt sich also

$$\frac{D}{Dt}(\delta x) = \delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \delta x.$$

Die zeitlichen Änderungen von δy und δp können analog ausgedrückt werden. Setzt man die drei Beziehungen in (2.54) ein, folgt

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0. \quad (2.55)$$

Dies ist die *Kontinuitätsgleichung in Druckkoordinaten*.

Zur Interpretation der Kontinuitätsgleichung werde in (2.53) $\delta x \delta y = A$ definiert. Die (2.54) entsprechende Gleichung lautet jetzt

$$\delta p \frac{DA}{Dt} + A \frac{D}{Dt}(\delta p) = 0. \quad (2.56)$$

Wie oben läßt sich $D(\delta p)/Dt$ als $(\partial \omega / \partial p) \delta p$ schreiben. Aus (2.56) erhält man dann eine weitere Form der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{1}{A} \frac{DA}{Dt} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0. \quad (2.57)$$

Der Vergleich dieses Ergebnisses mit (2.55) führt zu folgender Gleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{A} \frac{DA}{Dt}. \quad (2.58)$$

Der Ausdruck auf der linken Seite von (2.58) ist die horizontale *Divergenz* des horizontalen Windvektors \mathbf{V} (in kartesischer Form) $\nabla \cdot \mathbf{V}$ oder, in der früher eingeführten Schreibweise, $\nabla_p \cdot \mathbf{V}$. Gleichung (2.58) zeigt, daß die Divergenz gleich der relativen Änderung der Boden- bzw. Deckfläche des Luftquaders in Abb. 2.25 ist. Außerdem folgt aus (2.57) und (2.58), daß bei horizontaler Divergenz ($\nabla \cdot \mathbf{V} > 0$) der Luftquader in vertikaler Richtung gestaucht wird ($\partial \omega / \partial p < 0$). Andererseits bewirkt horizontale Konvergenz ($\nabla \cdot \mathbf{V} < 0$) vertikale Streckung ($\partial \omega / \partial p > 0$).

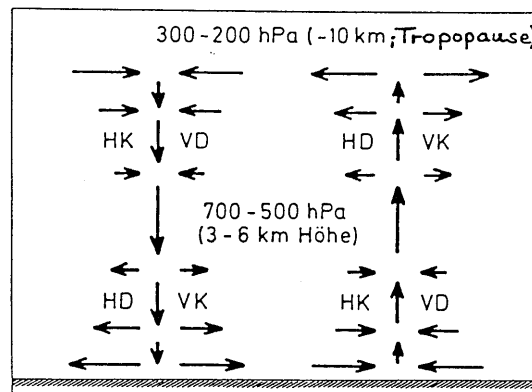


Abbildung 2.26: Zusammenhang zwischen horizontaler Divergenz (HD) bzw. Konvergenz (HK) und Vertikalbewegung (VD: vertikale Divergenz, VK: vertikale Konvergenz).

Für ein Gas (oder eine Flüssigkeit) mit konstanter Dichte läßt sich zeigen, daß die Kontinuitätsgleichung auch in (x,y,z) -Koordinaten eine zu (2.55) analoge Form annimmt

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.59)$$

In einem Gebiet mit konvergenter Strömung in Bodennähe ($\partial u/\partial x + \partial v/\partial y < 0$) ist demnach $\partial w/\partial z > 0$. Da direkt am Boden keine Vertikalgeschwindigkeit auftreten kann, muß w in den unteren Luftschichten positiv sein. Mit anderen Worten, Konvergenz am Boden hat eine aufsteigende Luftströmung zur Folge. Umgekehrt wirkt auf Vertikalbewegungen in der oberen Troposphäre die Tropopause wie ein fester Deckel. Gleichung (2.59) ist daher bei Konvergenz in höheren Luftschichten nur dann erfüllt, wenn w von negativen Werten bis nahezu Null in Tropopausennähe anwächst, ($\partial w/\partial z > 0$; $-\partial w/\partial z < 0$), d. h. $w < 0$ unterhalb der Tropopause. Konvergenz in der Höhe ist also mit Absinken verbunden.

Abb. 2.16 zeigt, daß der Wind in Bodennähe auf Grund der Reibungskräfte eine Komponente quer zu den Isobaren in Richtung tieferen Druck besitzt. In einem Drucktrog (z. B. entlang einer Front) und in einem Tiefdruckzentrum konvergiert deshalb die Strömung; die Luft wird gehoben. Dagegen verursacht die Reibung in der Nähe eines Hochdruckzentrums in den unteren Luftschichten Divergenz und absinkende Luftbewegungen.

Es ist wichtig, in der unteren und in der oberen Troposphäre die Gebiete mit horizontaler Konvergenz bzw. Divergenz zu lokalisieren, denn die damit verbundenen Vertikalbewegungen haben großen Einfluß auf den Wettercharakter. Bei Konvergenz am Boden und Divergenz in der Höhe bilden sich in der aufsteigenden Luft Wolken

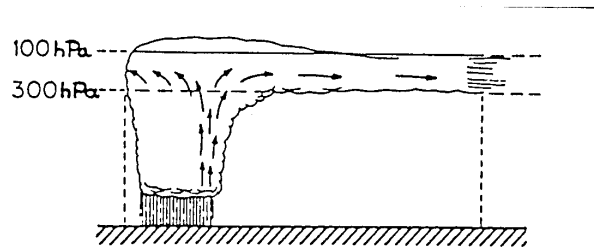


Abbildung 2.27: Vertikalbewegung in einem Cumulonimbus

und Niederschläge. Im Gegensatz dazu kommt es bei Konvergenz in den oberen Luftschichten und bodennaher Divergenz durch Absinken zu adiabatischer Erwärmung und Wolkenauflösung.

Im Prinzip kann man die Vertikalgeschwindigkeit (in Druckkoordinaten) ω auf jeder Druckfläche berechnen, indem man Gleichung (2.55) zwischen p_* und p integriert. Dabei ist p_* der Druck auf einem Bezugsniveau, wo ω bekannt sein soll. Es ergibt sich

$$\omega(p) = \omega(p_*) - \int_{p_*}^p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dp. \quad (2.60)$$

Diese Form der Kontinuitätsgleichung dient als wichtige Verbindung zwischen der Vertikalgeschwindigkeit und den anderen abhängigen Variablen in den Gleichungen für großräumige atmosphärische Bewegungen. Durch (2.60) wird ein vertikales Geschwindigkeitsfeld festgelegt, das überall mit dem horizontalen Geschwindigkeitsfeld konsistent ist. Die mit Hilfe von (2.60) aus Meßdaten berechnete Vertikalgeschwindigkeit kann jedoch stark vom tatsächlichen Wert abweichen, weil die horizontalen Windkomponenten nicht genügend genau bestimmt werden können. (2.60) läßt sich dennoch für einige Anwendungen gut gebrauchen, wie die folgenden Beispiele zeigen.

Beispiel 1: Der Amboß von Gewitterwolken entsteht, wenn die aufsteigende Luft im Tropopausenniveau an der weiteren Vertikalbewegung gehindert wird und in der Folge horizontal ausströmt (Abb. 2.27). In einer Serie von Satellitenbildern erscheint eine Gewitterwolke deshalb zunächst als kleiner Punkt, der sich dann schnell vergrößert. In dem hier ausgewählten Beispiel soll der Amboß einer Cumulonimbuswolke nach 10 Minuten eine um 20% größere Fläche einnehmen. Die Vergrößerung der Fläche sei repräsentativ für die mittlere Divergenz in der Schicht zwischen 300 hPa und 100 hPa. Außerdem wird angenommen, daß die vertikale ‐Geschwindigkeit‐ ω im 100 hPa-Niveau Null ist. Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung läßt sich die mittlere Vertikalgeschwindigkeit in der 300 hPa Fläche berechnen.

Aus (2.58) folgt für die horizontale Divergenz

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{A} \frac{DA}{Dt} = \frac{0,20}{600s} = 3,33 \cdot 10^{-4} s^{-1}.$$

Für die Vertikalgeschwindigkeit in Druckkoordinaten ergibt sich nach (2.59)

$$\begin{aligned} \omega_{300} &= \omega_{1000} - (\nabla \cdot V) (300 \text{ hPa} - 100 \text{ hPa}) \\ &= 0 - 3,33 \cdot 10^{-4} s^{-1} \cdot 200 \text{ hPa} \\ &= -6,66 \cdot 10^{-2} \text{ hPa s}^{-1}. \end{aligned}$$

Zur Umrechnung von ω auf die Vertikalgeschwindigkeit w in ms^{-1} kann man in guter Näherung die Beziehung $\omega = -\rho g w$ verwenden. Nach der idealen Gasgleichung gilt $g\rho = gp/RT = p/H$, wobei H die in Teil I auf Seite 54 eingeführte Skalenhöhe ist ($H = 8 \text{ km}$ für $T = 273 \text{ K}$). Die Vertikalgeschwindigkeit w in 300 hPa beträgt damit

$$w_{300} \approx -\omega \frac{H}{p} = 6,66 \cdot 10^{-2} \text{ hPa s}^{-1} \cdot \frac{8 \text{ km}}{300 \text{ hPa}} \approx 1,8 \text{ ms}^{-1}.$$

Dabei handelt es sich um einen Mittelwert für den gesamten Amboß. In dem nur eng begrenzten Aufwindgebiet beobachtet man wesentlich größere Vertikalgeschwindigkeiten (in Extremfällen bis zu 30 ms^{-1}).

Beispiel 2: Abb. 2.28 zeigt schematisch die Vertikalgeschwindigkeit innerhalb einer tropischen Regenzone. Zwischen 1000 hPa und 800 hPa betrage die horizontale Konvergenz der Luftströmung in das Regengebiet $10^{-5} s^{-1}$ und der mittlere Wasserdampfgehalt der konvergierenden Luft sei 16 g kg^{-1} .

Berechnet werden soll die Divergenz in der Schicht zwischen 200 hPa und 100 hPa sowie die Regenmenge pro Tag unter der Annahme, daß der gesamte Wasserdampf in der aufsteigenden Luft kondensiert.

In Abb. 2.28 erkennt man, daß $|\partial\omega/\partial p|$ zwischen 200 hPa und 100 hPa doppelt so groß ist wie zwischen 1000 hPa und 800 hPa. Deshalb liegt der absolute Wert der Divergenz in der Schicht zwischen 200 hPa und 100 hPa bei $2 \cdot 10^{-5} s^{-1}$.

Für die Vertikalgeschwindigkeit ω im 800 hPa-Niveau folgt nach (2.60)

$$\begin{aligned} \omega_{800} &= \omega_{1000} - \int_{1000 \text{ hPa}}^{800 \text{ hPa}} (\nabla \cdot V) dp \\ &= \omega_{1000} - (\nabla \cdot V) (800 \text{ hPa} - 1000 \text{ hPa}) \\ &= 0 - (-10^{-5} s^{-1}) (-200 \text{ hPa}) \\ &= 2 \cdot 10^{-3} \text{ hPa s}^{-1}. \end{aligned}$$

Verwendet man wie in Beispiel 1 die Beziehung $\omega \approx -\rho g w$, ergibt die Division von ω_{800} (in SI-Einheiten) durch g den vertikalen Massenfluß w_{800} . Pro Zeit- und Flächeneinheit kondensiert daher folgende Menge an Flüssigwasser aus:

Da 1 kg Wasser auf einem Quadratmeter einer 1mm hohen Wasserschicht entspricht, fallen $3,27 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$ Regen pro Sekunde oder

$$3,27 \cdot 10^{-4} \text{ mm/s} \cdot 8,64 \cdot 10^4 \text{ s/Tag} = 28,2 \text{ mm/Tag},$$

ein typischer Wert für Regen mit mäßiger Intensität.

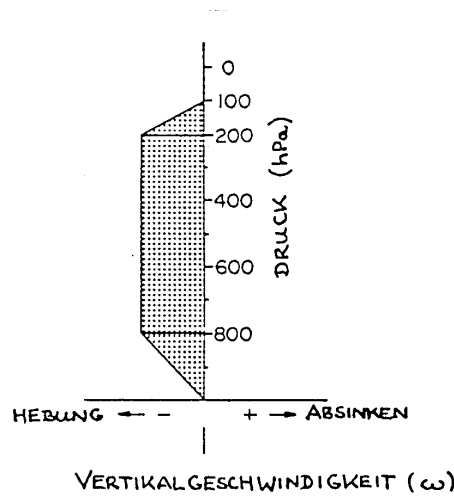


Abbildung 2.28: Vertikalgeschwindigkeit in einer tropischen Regenzone (schematische Darstellung).

2.18 Übungen zur Einführung in die Meteorologie II

1. Die Bewegungsgleichung für die reibungsfreie Verlagerung eines Luftpakets, dessen Geschwindigkeit in einem Bezugssystem auf der rotierenden Erde gemessen wird, lautet

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -f\mathbf{k} \times \mathbf{u} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g}.$$

Die in der Atmosphäre ablaufenden Bewegungen (Tornados, Tiefdruckgebiete der mittleren Breiten, allgemeine Zirkulation auf den Erdhalbkugeln,...) haben sehr unterschiedliche Größenordnungen "scales"). Bei der Anwendung der Bewegungsgleichung auf meteorologische Probleme schätzt man daher zunächst die Größenordnung der einzelnen Terme ab ("scale analysis") und vereinfacht die Bewegungsgleichung, indem man nur die wichtigsten Terme berücksichtigt. Hier soll die Bedeutung des Beschleunigungsterms im Vergleich zur Corioliskraft untersucht werden. Dazu setzt man statt der Variablen die für die einzelnen Systeme typischen Größenordnungen ein: U (horizontale Windgeschwindigkeit), L (horizontale Ausdehnung des Systems), $T=L/U$ (die Zeit, in der ein Luftpaket mit der Geschwindigkeit U die Strecke L zurücklegt), f (Coriolisparameter). Es ergibt sich folgende Abschätzung:

$$\left| \frac{Du/Dt}{f\mathbf{k} \times \mathbf{u}} \right| \approx \frac{U^2}{fUL} = \frac{U}{fL} = Ro.$$

Die Größe Ro bezeichnet man als Rossby-Zahl. Für $Ro \gg 1$ kann die Erdrotation bei der Bewegung eines Luftpakets vernachlässigt werden. Umgekehrt überwiegt bei $Ro \ll 1$ der Einfluß der Erdrotation. Die Bewegung steht dann im geostrophischen Kräftegleichgewicht zwischen Corioliskraft und Druckgradientkraft. Schätze Ro für ein Tiefdruckgebiet, für ein Gewitter und für einen Tornado ab (Wähle $f = 10^{-4} s^{-1}$)! Welche Systeme stehen bzw. stehen nicht im geostrophischen Gleichgewicht?

2. Auf einem Schiff, das sich mit 10 km/h nach Osten bewegt, wird ein Druckfall von 1 hPa/3h gemessen. Die Bodenwetterkarte zeigt, daß der Luftdruck von West nach Ost um 5 hPa pro 300 km abnimmt. Welche Druckänderung mißt man auf einer Insel, bei der das Schiff vorbeifährt?
3. Am 20. November 1964, 00 UTC wurden an zwei Stationen in den USA folgende Höhenwinde gemessen (die Windrichtung ist in Grad, die Windgeschwindigkeit in Knoten angegeben):

	Station 1	Station 2
1000 hPa	310 20	140 20
950 hPa	310 25	150 30
900 hPa	320 30	180 40
850 hPa	260 40	210 50
800 hPa	240 50	230 50
700 hPa	250 60	230 55
600 hPa	250 65	230 55
500 hPa	250 85	230 55

Im Hodogramm sind die Differenzvektoren der Windvektoren aufeinanderfolgender Höhen dargestellt, d. h. die Vektoren des thermischen Windes. In welchen Schichten herrscht Kaltluft- bzw. Warmluftadvektion? Gibt es (äquivalent) barotrop geschichtete Bereiche? Schätze die Höhen der Frontflächen ab! Welche der beiden Stationen liegt auf der Vorderseite der Warmfront, welche auf der Rückseite der Kaltfront?

4. Skizziere das Kräftegleichgewicht für den geostrophischen Wind auf der Nordhalbkugel und auf der Südhalbkugel. Erkläre den Unterschied! Ist auf der Südhalbkugel in mittleren und hohen Breiten eine Westwindzone oder eine Ostwindzone zu erwarten?
5. Die Isohypsen in der 500 hPa-Karte sind meist im Abständen von 80 m eingetragen. Über München ($f = 10^{-4} s^{-1}$) sollen die Isohypsen in West- Ost-Richtung verlaufen. Die Entfernung zwischen zwei benachbarten Linien betrage 300 km,

wobei die geopotentielle Höhe nach Norden hin abnehmen soll. Bestimme Richtung und Geschwindigkeit des geostrophischen Windes!

6. Warum ist der Druckunterschied zwischen den Hochdruck- und Tiefdruckzentren am Äquator wesentlich kleiner als in den mittleren Breiten?

Die zwei Stationen sind als Punkte in der Bodenwetterkarte eingezeichnet:

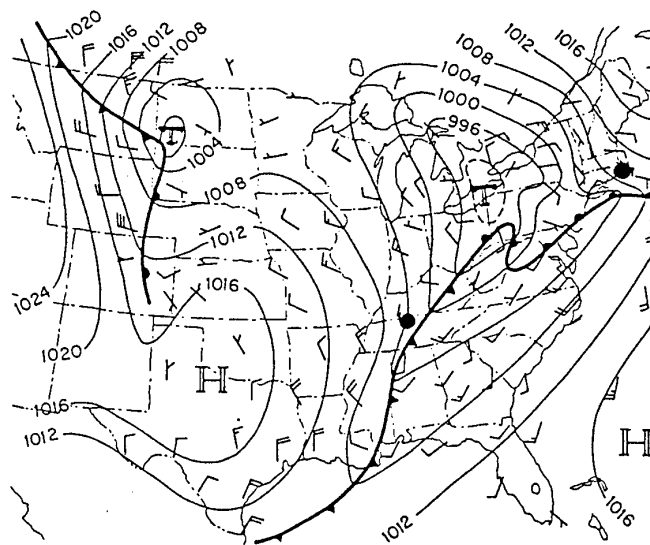


Abbildung 2.29:

Trage die Windmessungen in das Diagramm ein und verbinde die Endpunkte der Windvektoren (s. Beispiel). Dieser Linienzug heißt Hodogramm.

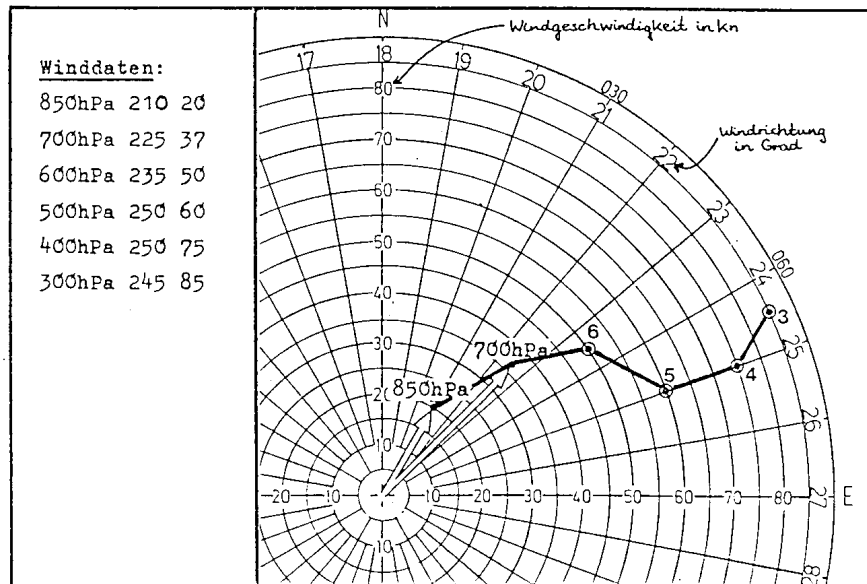
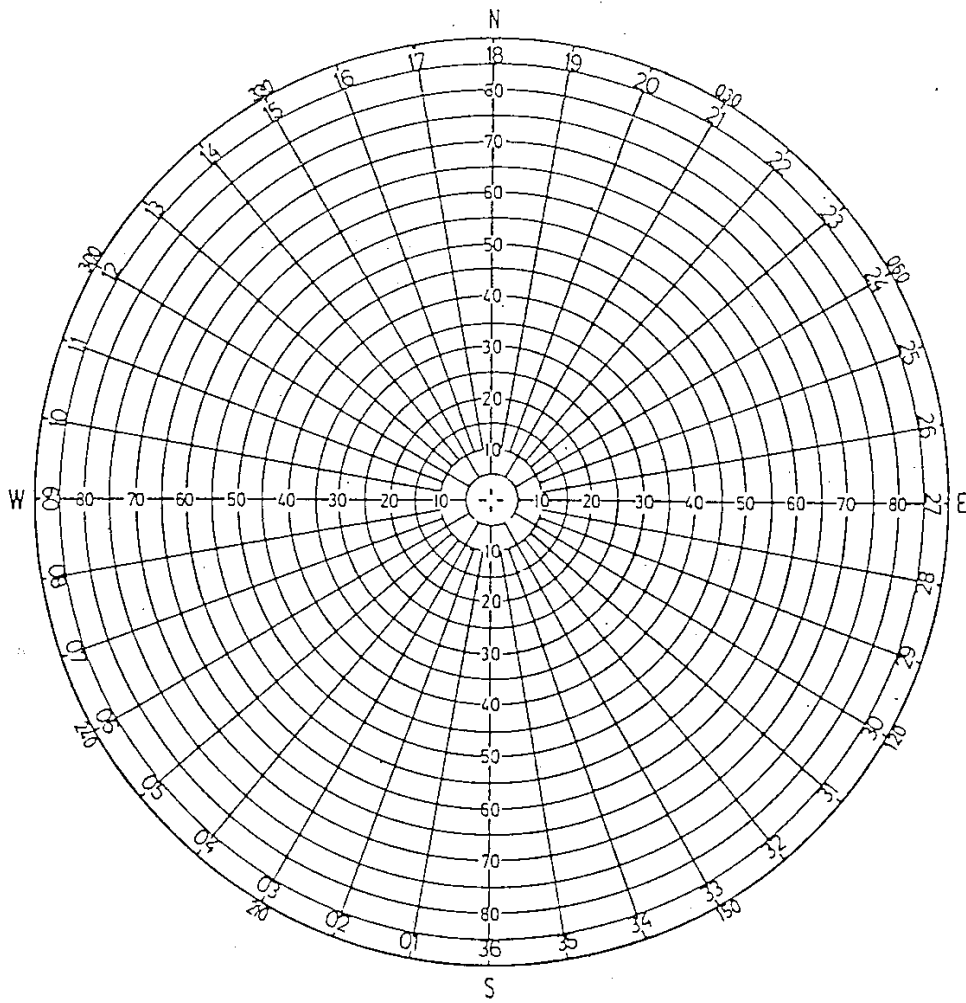


Abbildung 2.30:



Kapitel 3

FRONTEN

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit der Dynamik von Fronten. Als *Front* bezeichnet man die geneigte Grenzflächenregion, die zwei Luftmassen trennt, von denen jede mehr oder weniger gleiche Eigenschaften besitzt. Ein Beispiel dafür ist die Polarfront. Das ist eine Zone mit einem relativ grossen horizontalen Temperaturgradienten in den mittleren Breiten. Die Polarfront trennt zwei Luftmassen mit relativ einheitlichen Temperaturen, die pol- und äquatorwärts der Zone liegen (Abb. 3.1). Andere Beispiele sind Warm- oder Kaltfronten, die mit extra-tropischen Zyklonen in Verbindung stehen.

Oft treten durch die Frontfläche hindurch ziemlich starke Temperaturunterschiede auf - ein paar Grad auf wenige Kilometer. Melbourne's berühmte sommerliche "cool change" und Sydney's "southerly buster" sind Beispiele "par excellence". Das sind Fronten, die Südostaustralien durchqueren und eine scharfe Übergangszone zwischen sehr warmen Luftmassen, die aus einem Tief über dem Kontinent entstehen, und sehr viel kälterer Luft aus dem südlichen Ozean, markieren.

3.1 Das Margules Modell

Das einfachste Modell, das eine frontale "Diskontinuität" darstellt, ist das Margules Modell. In diesem Modell wird die Front idealisiert als klare, ebene Temperaturunstetigkeit, die zwei nicht-viskose, homogene geostrophische Strömungen trennt. (Fig. 3.3). Als x -Richtung nimmt man die Normale zur Front und als y -Richtung die Parallele zur Front. Darüber hinaus nimmt man an:

- (i) dass der Temperaturunterschied zwischen den Luftmassen klein ist in dem Sinne, dass $(T_1 - T_2)/T_* \ll 1$, wobei $T_* = (T_1 + T_2)/2$ die Durchschnittstemperatur der zwei Luftmassen und T_2 die Temperatur der Kaltluft ist;
- (ii) dass die Strömung überall parallel zur Front verläuft und es keine Abweichungen entlang der Front gibt, d.h. $\partial v / \partial y \equiv 0$;

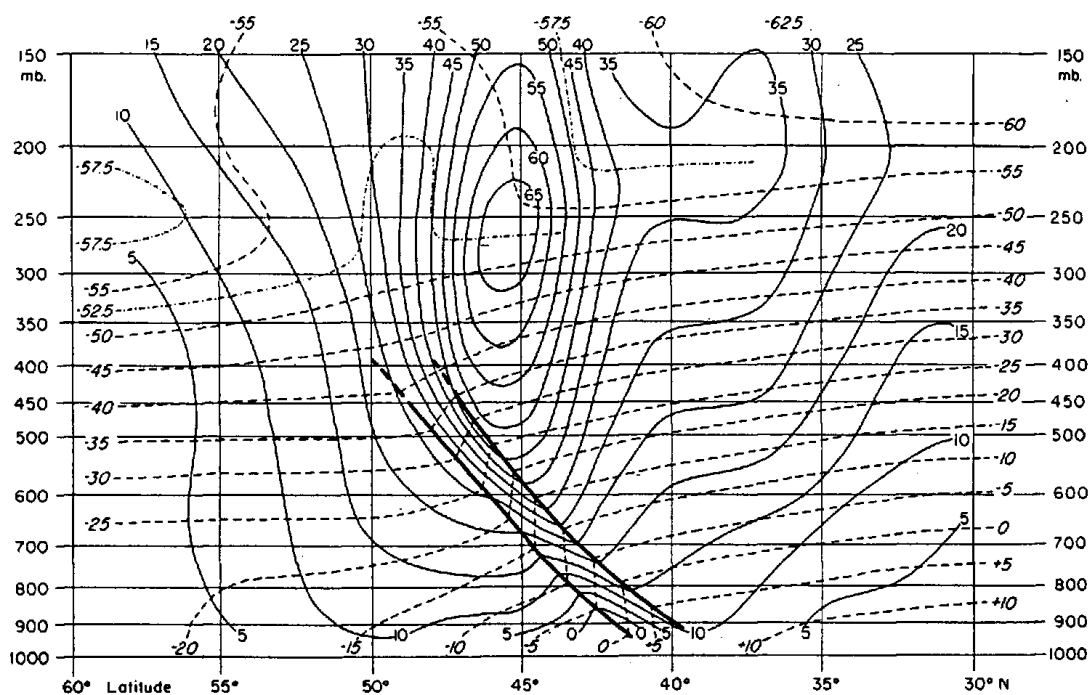


Abbildung 3.1: Zusammengesetzter meridionaler Vertikalschnitt der Durchschnittstemperatur und der zonalen Komponente des geostrophischen Windes bei 80°W errechnet aus 12 einzelnen Vertikalschnitten im Dezember 1946. Die dicken Linien deuten die durchschnittliche Position der Frontengrenzen an. Die dünn gestrichelten Linien sind die Isothermen ($^{\circ}\text{C}$), und die durchgezogenen Linien sind die Isotachen des Westwindes in m s^{-1} . Die Durchschnitte wurden in Hinblick auf die Lage der Polarfront in den einzelnen Fällen errechnet (von Palmén und Newton, 1948).

- (iii) dass keine Diffusion auftritt, sodass die frontale "Diskontinuität" klar und deutlich bleibt.

Die Bewegungsgleichungen lauten dann:

Geostrophische Gleichung

$$-fv = \frac{1}{p_*} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3.1)$$

$$fu = 0, \quad (3.2)$$

Hydrostatische Gleichung

$$0 = -\frac{1}{p_*} \frac{\partial p}{\partial z} + g \left[\frac{T - T_2}{T_*} \right], \quad (3.3)$$



Abbildung 3.2:

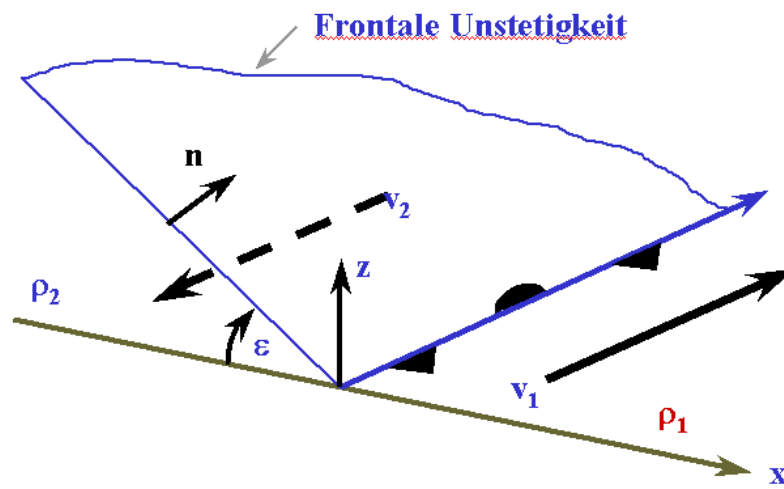


Abbildung 3.3: Struktur des Margules' Frontmodells (Nordhemisphäre); x und y müssen hier nicht notwendigerweise nach Osten oder Norden zeigen. Der Vektor \mathbf{n} ist der Einheitsvektor normal auf die Frontfläche, die Indizes 1 und 2 beziehen sich auf die warmen beziehungsweise kalten Luftmassen.

Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.4)$$

Wir betrachten die Margules Lösung als den Grenzfall der Situation, bei der die Temperaturgradienten endlich, aber sehr klein sind, mit Ausnahme des Temperaturgradienten quer durch die Frontfläche hindurch, der sehr groß ist (vgl. Fig. 3.4).

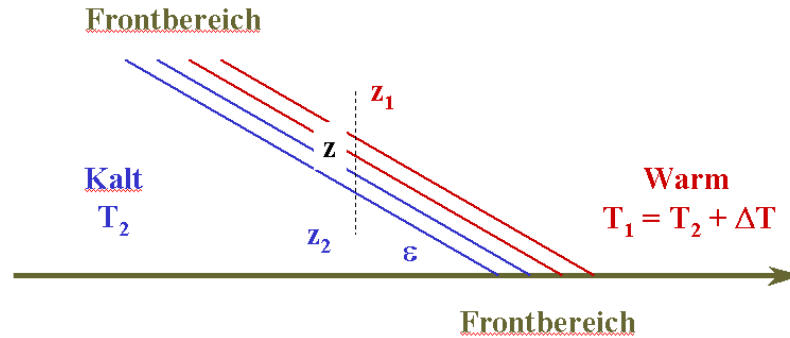


Abbildung 3.4: Vertikalschnitt durch eine (smeared-out) Front. Die dünnen durchgezogenen Linien bezeichnen Isothermen. Beachte, dass im allgemeinen die Temperatur in der Atmosphäre mit der Höhe abnimmt. Das Margules' Modell ist der Grenzfall, bei dem der vertikale Temperaturgradient in jeder Luftmasse Null ist.

Auf jeder Isotherme gilt

$$\delta T = \frac{\partial T}{\partial x} \delta x + \frac{\partial T}{\partial z} \delta z = 0$$

wobei die lokale Neigung einer Isotherme in der Frontalzone $\epsilon(x, z)$, gegeben ist durch

$$\tan \epsilon = \frac{\delta z}{\delta x} = \frac{\frac{\partial T}{\partial x}}{\frac{\partial T}{\partial z}}, \quad (3.5)$$

Beachte, $\delta x > 0$ beinhaltet, dass $\delta z < 0$ wenn, wie gezeigt, $0 < \epsilon < \pi/2$. Eliminierung von p aus (3.1) und (3.3) durch Querdifferenzierung liefert unter Verwendung von (3.5)

$$f \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{p_*} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} = \frac{g}{T_*} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{g}{T_*} \tan \epsilon \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (3.6)$$

Gleichung (3.6) ist einfach eine Gleichung für den thermischen Wind, die sich auf die vertikale Scherung quer durch die Front zum horizontalen Temperaturgegensatz durch sie bezieht. Integration von (3.6) vertikal durch die Front von z_2 bis z ergibt

$$v(x, z) = v(x, z_2) + \frac{g}{fT_*} \int_{z_2}^z \tan \epsilon \frac{\partial T}{\partial z} dz \quad (3.7)$$

wobei man mit $z = z_1$ erhält

$$v_1 = v_2 + \frac{g}{fT_*}(T_1 - T_2) \tan \epsilon^*. \quad (3.8)$$

dabei sind v_1 und v_2 die (konstanten) geostrophischen Windgeschwindigkeiten in den zwei Luftmassen und ϵ^* ist der Winkel einer mittleren Isotherme zwischen z_2 and z_1 (unter Verwendung des Mittelwertsatzes). Selbstverständlich ist in dem Grenzfall, in dem die Frontalzone eine Unstetigkeitsstelle wird, ϵ^* gerade die Neigung ϵ der "Diskontinuität". Gleichung (3.8) kann auch geschrieben werden als

$$\delta v = \frac{g\delta T}{fT_*} \tan \epsilon. \quad (3.9)$$

Das ist die Margules Formel. Sie setzt den Wechsel in der geostrophischen Windgeschwindigkeit und den Temperaturunterschied quer durch die Front, sowie die Neigung der Front miteinander in Beziehung. Beachte, dass mit $0 < \epsilon < \pi/2$ wie in Fig. 3.3 dargestellt:

- (i) $\delta T = T_1 - T_2 > 0$, andernfalls ist die Strömung aus Graviationsgründen instabil, und
- (ii) $\delta v < 0 (> 0)$ wenn $f < 0 (> 0)$, d.h. es gibt immer einen *zyklonalen* Wechsel in v quer durch die Frontfläche. Beachte jedoch, dass es *nicht notwendig* ist, dass $v_1 < 0 (> 0)$ und $v_2 > 0 (< 0)$ im einzelnen; nur der Wechsel in v ist wichtig. Wie in Fig. 3.5 dargestellt, gibt es dafür drei mögliche Konfigurationen.

Es ist interessant zu bemerken, dass die Margules Lösung (d.h., v_1 und v_2 stehen durch (3.8) miteinander in Verbindung und u und w sind überall Null) eine *exakte* Lösung der Euler Bewegungsgleichung in einem rotierenden System ist, da sich nicht-linearen und zeitabhängigen Terme gegeneinander aufheben. Es sollte auch beachtet werden, dass die Margules Formel eine diagnostische Gleichung für stationäre oder quasistationäre Fronten ist. Sie macht keine Aussagen über Bildung (*Frontogenese*) oder Abklingen (*Frontolyse*) von Fronten. Diese Gleichung hat wenig praktischen Nutzen bei der Wettervorhersage, weil aktive Fronten, die für einen großen Teil des signifikanten Wetters in den mittleren Breiten verantwortlich sind, immer mit steigender vertikaler Bewegung einhergehen und deshalb normalerweise von Niederschlag begleitet werden. In der Tat gibt es sogar schon Schwierigkeiten bei der Ausdehnung des Margules Modells auf Fronten, die sich mit einer gleichförmigen geostrophischen Strömung weiterbewegen. Nichtsdestotrotz werden Fronten, die in Wetterkarten analysiert werden, auf Basis der Annahmen gezeichnet, dass dies möglich ist (vgl. Fig. 3.6). Am Schluss möchten wir noch erwähnen, dass Fronten auch im Ozean auftreten können.

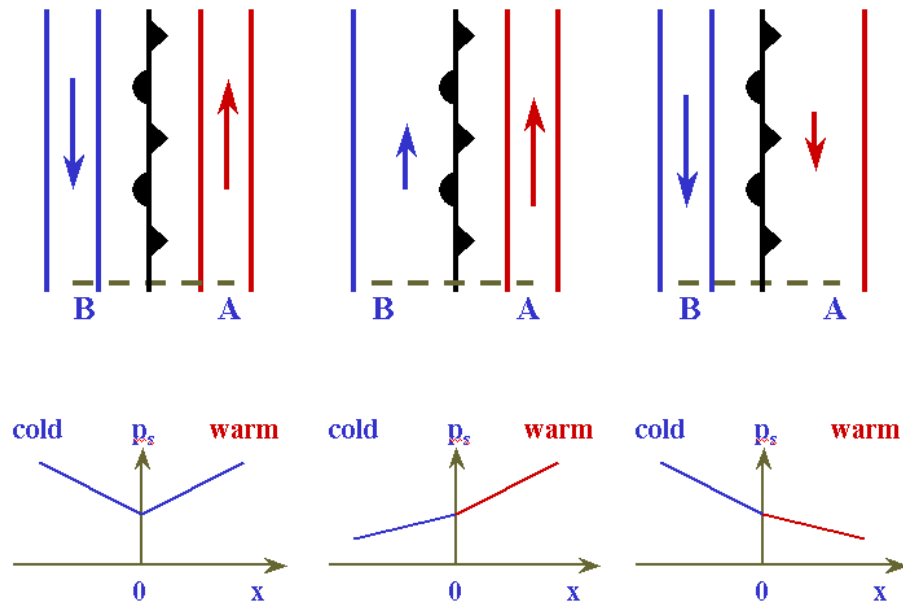


Abbildung 3.5: Isobaren der Oberfläche in einem stationären Margules Frontmodell zeigen drei Fälle, bei denen die kalte Luft auf der linken Seite liegt: (a) $v_2 > 0 < v_1$; (b) $v_1 < v_2 < 0$; (c) $0 < v_1 < v_2$. Die entsprechende Bodendruckänderung entlang der Linie AB wird in (d), beziehungsweise (e) und (f) dargestellt.

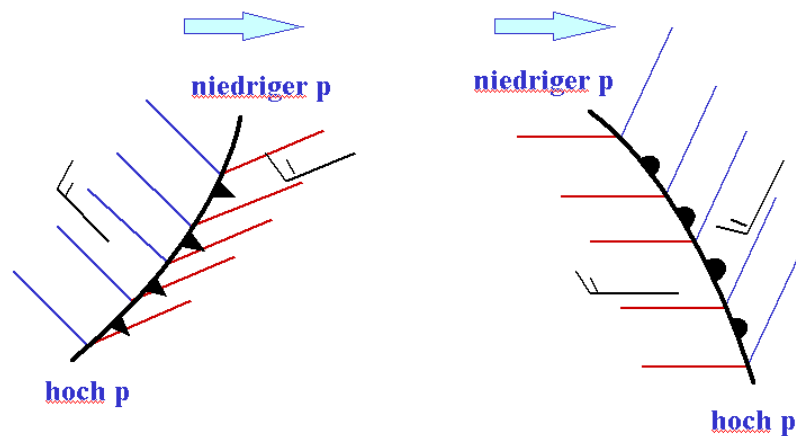


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung einer sich fortbewegenden (a) Kaltfront und (b) Warmfront wie sie in Bodenwetterkarten auf Meeresniveau auf der Nordhemisphäre gezeichnet werden. Beachte den starken zyklonalen Wechsel in der Windrichtung, den die unetstetige Krümmung der Isobaren widerspiegelt.