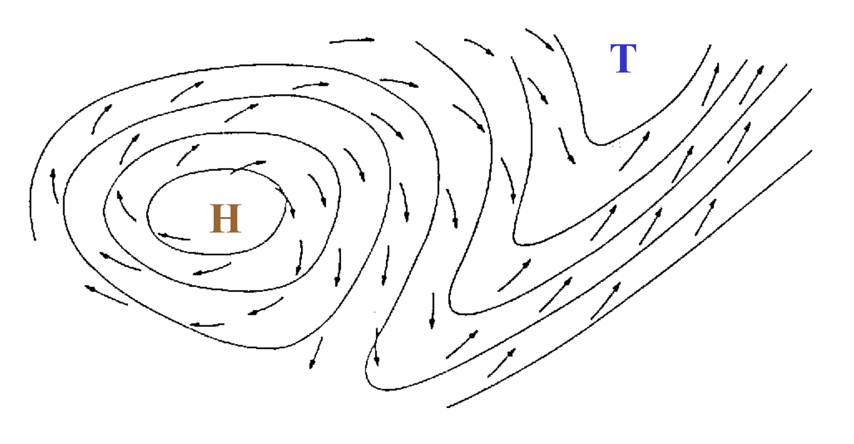
## Die Wirkung der Reibungskraft



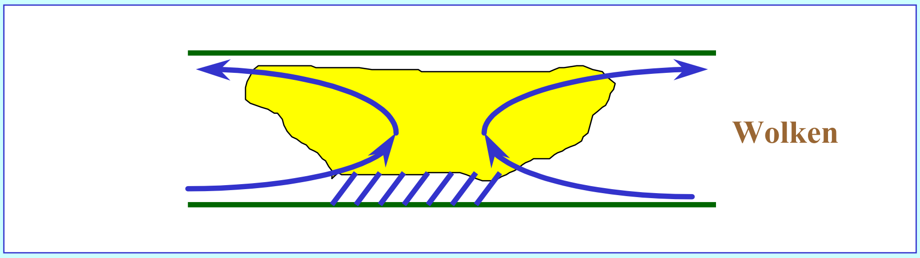

## Die Wirkung der Reibungskraft

In einem Drucktrog (z.B. entlang einer Front) und in einem Tiefdruckzentrum konvergiert die Strömung.
----- Dabei wird die Luft gehoben.

In der Nähe eines Hochdruckzentrums verursacht die Reibung in den unteren Luftschichten Divergenz und absinkende Luftbewegungen.

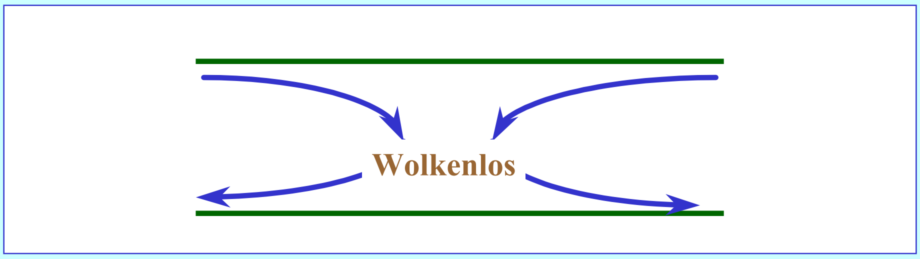
Es ist wichtig. in der unteren und in der oberen Troposphäre die Gebiete mit horizontaler Konvergenz bzw. Divergenz zu lokalisieren: - die damit verbundenen Vertikalbewegungen haben großen Einfluß auf den Wettercharakter.

## Divergenz und Konvergenz




Bei Konvergenz am Boden und Divergenz in der Höhe bilden sich in der aufsteigenden Luft Wolken und Niederschläge.

## Divergenz und Konvergenz




Bei Konvergenz in den oberen Luftschichten und bodennaher Divergenz kommt es durch Absinken zu adiabatischer Erwärmung und Wolkenauflösung.

## Divergenz und Konvergenz

**Im Prinzip kann man die Vertikalgeschwindigkeit $\omega$ (in Druckkoordinaten) auf jeder Druckfläche berechnen. Man integriert die Gleichung**

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)_p$$

**zwischen** $p^*$ **und** $p$.

$p^*$ **= der Druck auf einem Bezugsniveau, wo $\omega$ bekannt sein soll**

**Es ergibt sich**

$$\omega(p) = \omega(p^*) - \int_{p^*}^{p} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) dp$$

$$\omega(p) = \omega(p^*) - \int_{p^*}^{p} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) dp$$

- **Die Kontinuitätsgleichung dient als wichtige Verbindung zwischen der Vertikalgeschwindigkeit und den anderen abhängigen Variablen in den Gleichungen für großräumige atmosphärische Bewegungen.**
- **Ein vertikales Geschwindigkeitsfeld wird festgelegt, das überall mit dem horizontalen Geschwindigkeitsfeld konsistent ist.**

$$\omega(p) = \omega(p^*) - \int_{p^*}^{p} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dp$$

- **Die aus Meßdaten berechnete Vertikalgeschwindigkeit kann stark vom tatsächlichen Wert abweichen, weil die Windkomponenten nicht genügend genau bestimmt werden können.**

- **Ist der Wind geostrophisch, ist die Horizontale Divergenz gleich null:**

$$\mathbf{u} = \frac{1}{f}\mathbf{k} \wedge \nabla\Phi \quad \Rightarrow \quad u = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

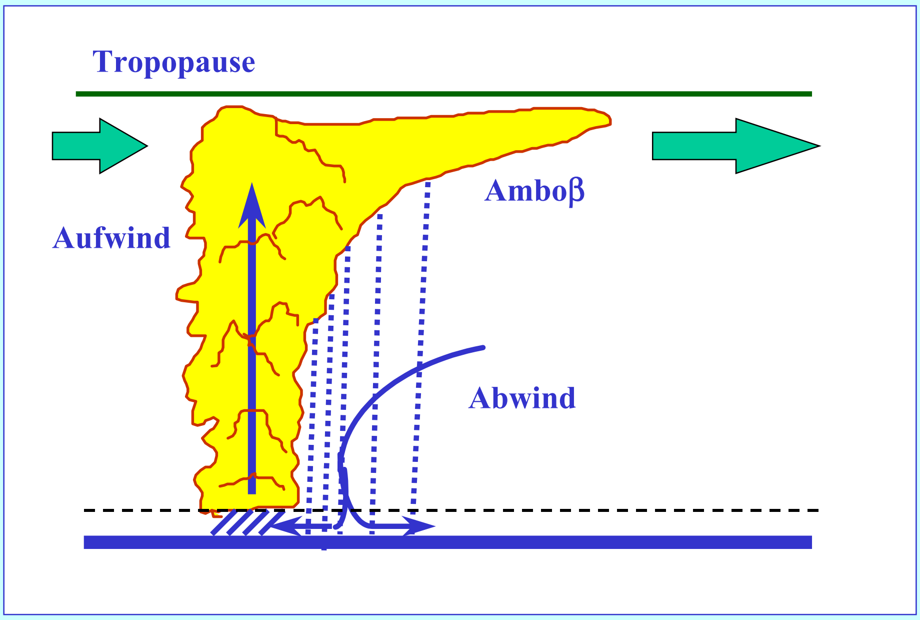
$$\Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- **Bis jetzt haben alle Strömungen, die wir betrachtet haben, die Kontinuitätsgleichung automatisch erfüllt:**
  - **Strömungen in Geostrophischenwindbilanz**
  - **Strömungen in Gradientenwindbilanz**
  - **Strömungen in Thermischenwindbilanz**

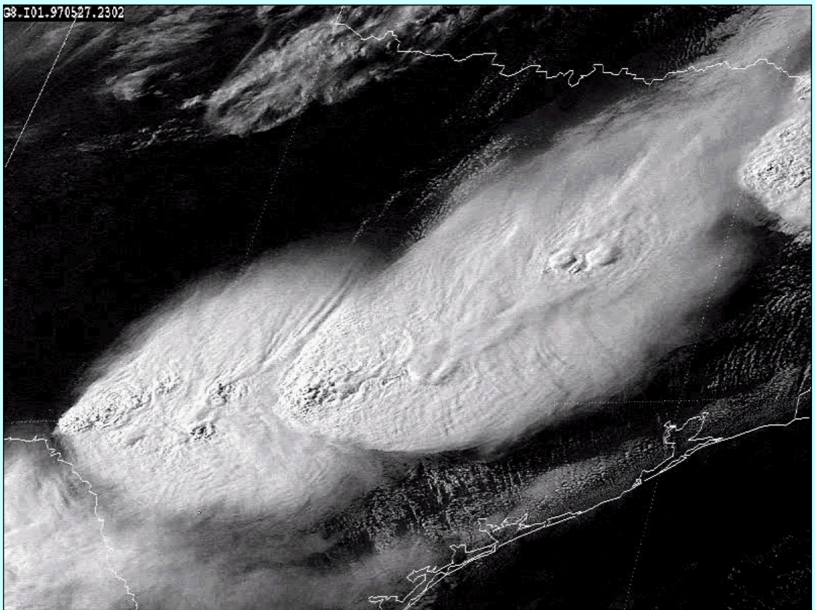
## Beispiele von divergenter Strömungen

**Beispiel 1**:

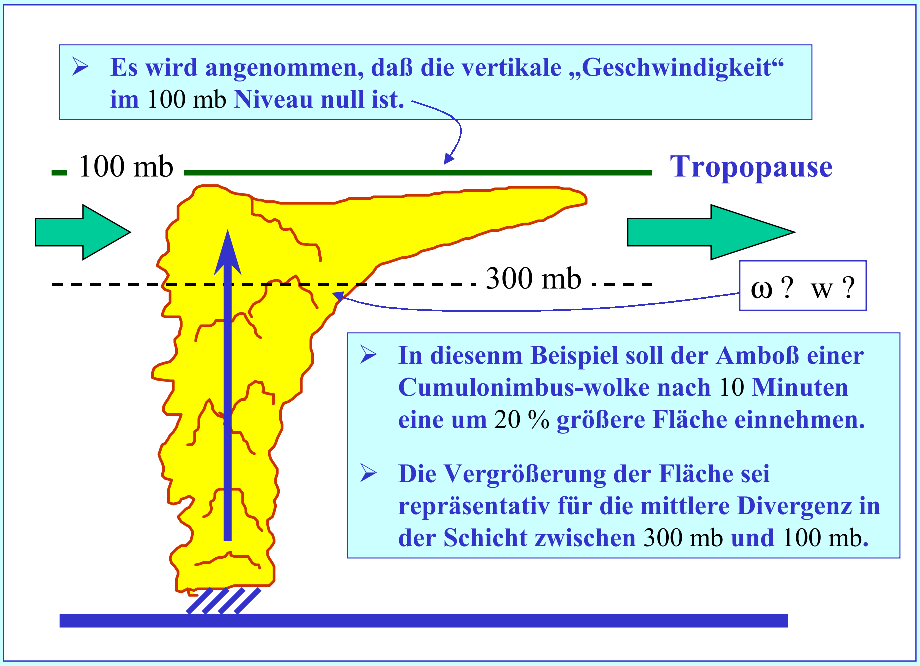
**Der Amboß von Gewitterwolken entsteht, wenn die aufsteigende Luft im Tropopausenniveau an der weiteren Vertikalbewegung gehindert wird und in der Folge horizontal ausströmt**.



**In einer Serie von Satellitenbildern erscheint eine Gewitter-wolke zunächst als kleiner Punkt, der sich dann schnell vergrößert.**




Anvil.avi




➢ **Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung läßt sich die mittlere Vertikalgeschwindigkeit in der 300 mb Fläche berechnen.**

**Die Vertikalgeschwindigkeit in Druckkoordinaten ist**

$$\omega(p) = \omega(p^*) - \int_{p^*}^{p} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dp$$

**Nun** $$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{A}\frac{DA}{Dt}$$

$\Rightarrow$ **horizontale Divergenz**

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{A}\frac{DA}{Dt} = \frac{0.20}{600\,s} = 3{,}33 \times 10^{-4} s^{-1}$$

$$\omega(p) = \omega(p^*) - \int_{p^*}^{p} \underline{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)} dp$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 3{,}33 \times 10^{-4}\,s^{-1}$$

$$\begin{aligned} \omega_{300} &= \omega_{100} - (\nabla \cdot \underline{V})(300\,mb - 100\,mb) \\ &= 0 - 3{,}33 \times 10^{-4}\,s^{-1} \times 200\,mb \\ &= -6{,}66 \times 10^{-2}\,mb\ \ s^{-1}. \end{aligned}$$

**Wie berechnet man** $w_{300\,mb}$ ?

$$\omega_{300} = -6{,}66 \times 10^{-2}\,mb\ \ s^{-1}$$

**Zur Umrechnung von** $\omega$ **auf die Vertikalgeschwindigkeit** $w$ **kann man in guter Näherung die Beziehung** $\omega = -\rho g w$ **verwenden.**

**Ideale Gasgleichung** $\Rightarrow$ $g\rho = gp/RT = p/H$

$H$ **= Skalenhöhe**

**Für** $T = 273$ K**,** $H \sim 8$ km**.**

**Die Vertikalgeschwindigkeit** $w$ **in** 300 **mb** $\Rightarrow$

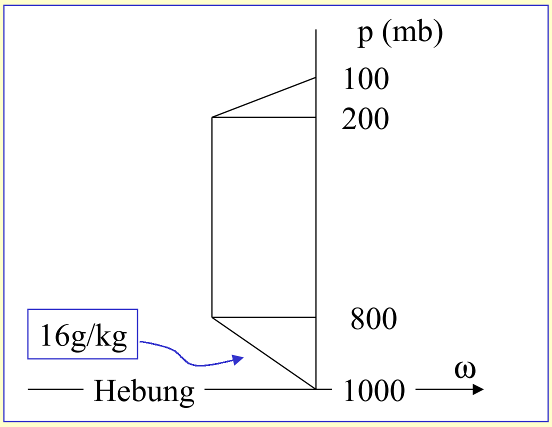
$$w_{300} \approx -\omega \frac{H}{p} = 6.66 \times 10^{-2} \frac{mb}{s} \times \frac{8\,km}{300\,mb} = 1.8\ ms^{-1}$$

$$w_{300} = 1.8 \text{ ms}^{-1}$$

**Das wäre ein Mittelwert für den gesamten Amboß.**

**In dem nur eng begrenzten Aufwindgebiet beobachtet man wesentlich größere Vertikalgeschwindigkeiten - in Extremfällen bis zu 30 ms$^{-1}$.**

**Beispiel 2:** **Dieses Bild zeigt schematisch die Vertikalgeschwindigkeit innerhalb einer tropischen Regenzone. Zwischen 1000 mb und 800 mb betrage die horizontale Konvergenz der Luftströmung in das Regengebiet $10^{-5}$ s$^{-1}$ und der mittlere Wasserdampfgehalt der konvergierenden Luft sei 16g/kg.**



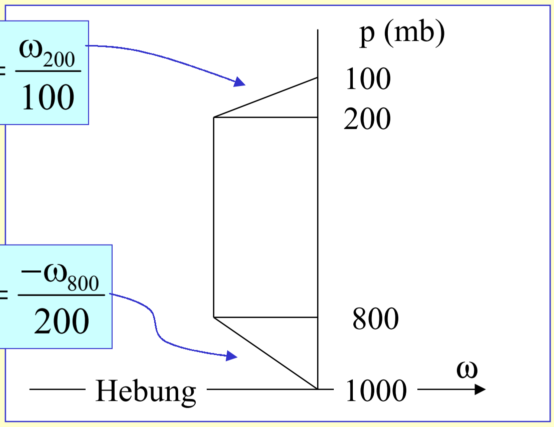
**Berechnet werden soll:**

1. **die Divergenz in der Schicht zwischen** 200 mb **und** 100 mb

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} \approx \frac{\omega_{200} - \omega_{100}}{200 - 100}$$

2. **die Regenmenge pro Tag unter der Annahme, daß der gesamte Wasserdampf in der aufsteigenden Luft kondensiert.**

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} \approx \frac{\omega_{200} - \omega_{100}}{200 - 100} = \frac{\omega_{200}}{100}$$




$$\frac{\partial \omega}{\partial p} \approx \frac{\omega_{1000} - \omega_{800}}{1000 - 800} = \frac{-\omega_{800}}{200}$$

$$= 1 \times 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$$

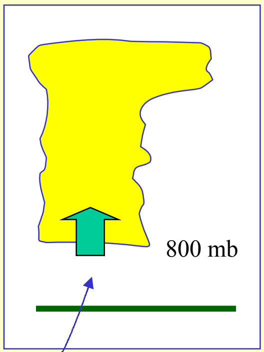
**Zwischen** 200 mb **und** 100 mb **ist** $|\partial\omega/\partial p|$ **doppelt so groß wie zwischen** 1000 mb **und** 800 mb.

$\Rightarrow$ **der absolute wert der Divergenz in der Schicht zwischen** 200 mb **und** 100 mb = $2 \times 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$.

**Die Vertikalgeschwindigkeit** $\omega$ **im** 800 mb**-Niveau folgt nach**

$$\omega(p) = \omega(p^*) - \int_{p^*}^{p} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dp$$

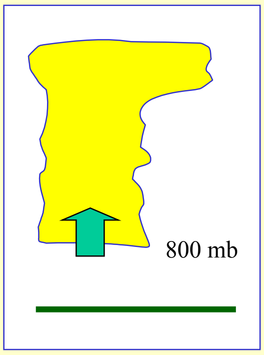
$$\begin{aligned}
\omega_{800} &= \omega_{1000} - \int_{1000}^{800} (\nabla \cdot \mathbf{V})\, dp \\
&= \omega_{1000} - (\nabla \cdot \mathbf{V})(800 - 1000) \\
&= 0 - (-10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1})(-200\ \mathrm{mb}) \\
&= -2 \times 10^{-3}\ \mathrm{mb\ \ s}^{-1}\ .
\end{aligned}$$




**Wie im Beispiel 1,** $\omega = -\rho g w$

**Der vertikale Massenfluß:** $\rho w_{800} = \omega/g$

**Einheit für** $\rho w_{800}$ **: kg pro Einheitsfläche pro Zeitintervall**




**Pro Zeit- und Flächeneinheit kondensiert folgende Menge an Flüssigwasser aus:**

$\rho w_{800} r$

r = d**as Mischungsverhältnis**

$$\rho w_{800} r \approx \frac{2 \times 10^{-1}\ \mathrm{Pa\ \ s}^{-1}}{9.8\ \mathrm{ms}^{-2}} \times 0.016 = 3.27 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg\ \ m}^{2}\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$\rho w_{800} r \approx 3.27 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg\ m^{2}\ s^{-1}}$$

**Da** 1 kg **Wasser auf einem Quadratmeter einer** 1 mm **hohen Wasserschicht entspricht, fallen** $3{,}27 \times 10^{-4}$ **mm Regen pro Sekunde oder**

$$3.27 \times 10^{-4}\ \tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}} \times 8{,}64 \times 10^{4}\ \tfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{Tag}} = 28{,}2\ \tfrac{\mathrm{mm}}{\mathrm{Tag}}$$

**Da ist ein typischer Wert für Regen mit mässiger Intensität.**