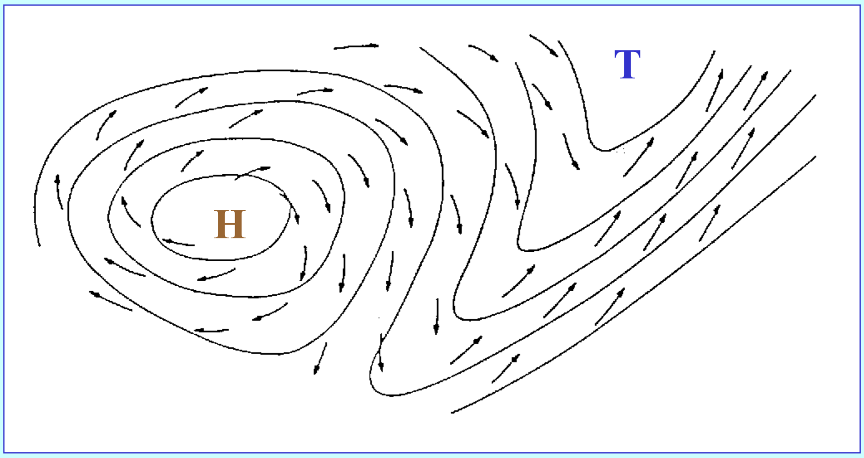
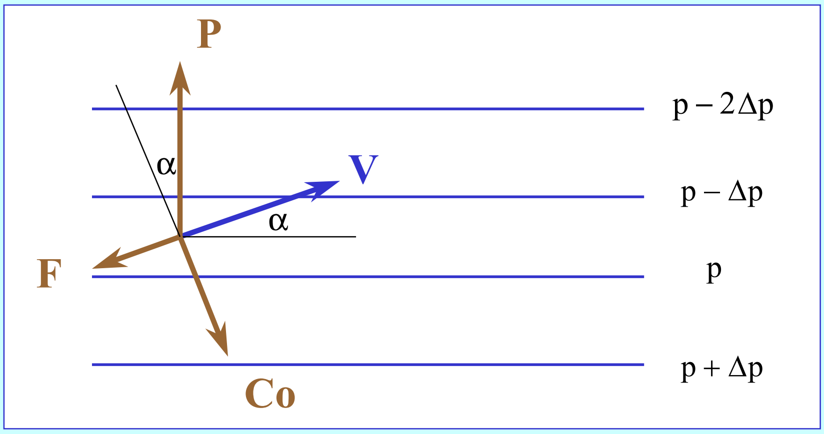
Die Wirkung der Reibungskraft

- **Innerhalb der planetarischen Grenzschicht bzw. Reibungsschicht bewirkt die Reibungskraft eine Abbremsung des Windes unter den geostrophischen Wert.**
- **Die Windgeschwindigkeit ist besonders in Bodennähe subgeostrophisch und nähert sich bis zur Obergrenze der Reibungsschicht in ungefähr** 1000 **bis** 1500 m **Höhe dem geostrophischen Wert an.**
- **Bei verringerter Windgeschwindigkeit ist auch die Corioliskraft kleiner, deshalb kann sie die Druckgradient-kraft nicht mehr ausbalancieren.**
- **Dann gibt es eine Windkomponenten quer zu den Isobaren in Richtung tieferen Druck.**

Die Wirkung der Reibungskraft



Die Wirkung der Reibungskraft



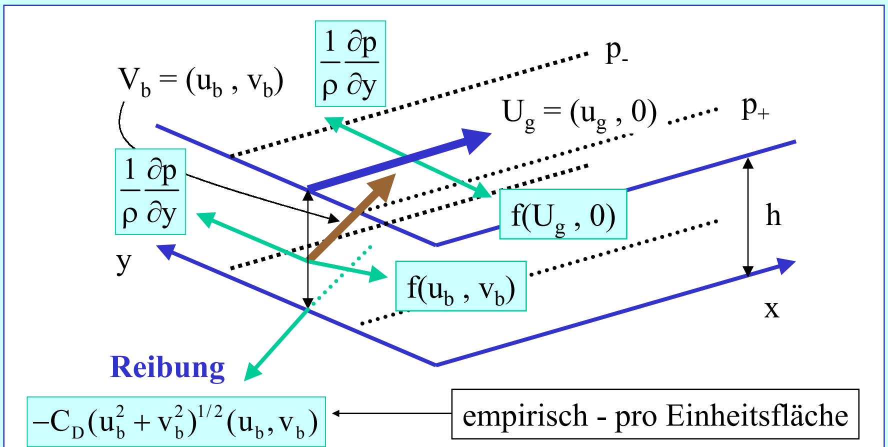
Wenn die drei Kräfte im Gleichgewicht sind, gilt

$|\mathbf{F}| = |\mathbf{P}| \sin\alpha \qquad |\mathbf{P}| \cos\alpha = |\mathbf{Co}| = f\,|\mathbf{V}| \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{F}| = f\,|\mathbf{V}| \tan\alpha$

$$|\mathbf{F}| = f\,|\mathbf{V}|\tan\alpha$$

- **Der Betrag der Reibungskraft ist vorwiegend von der Windgeschwindigkeit abhängig auch wenn der Ablenkungswinkel am Boden unterschiedlich sein kann.**
- **Über Land kann man im Mittel einen Ablenkungswinkel von** 30° **annehmen, wobei das Verhältnis** V/V_g **etwa** 0,5 **beträgt.**
- **Über See ist der Winkel gegen die Isobaren zumindest in mittleren und höheren Breiten recht gering** (10-20°) **und die Windgeschwindigkeit erreicht durch-schnittlich** 70-80**% des geostrophischen Wertes.**

Einfache Theorie der Reibungsschicht



$$f(u_b,v_b) + f(U_g,0) - \frac{C_D}{h}(u_b^2+v_b^2)^{1/2}(u_b,v_b) = \mathbf{0}$$

$$f(u_b, v_b) + f(U_g, 0) - \frac{C_D}{h}(u_b^2 + v_b^2)^{1/2}(u_b, v_b) = \mathbf{0}$$

2 Gleichungen für u_b und v_b

Lösung als Übung

$$u_b = U_g - \frac{C_D}{fh}(u_b^2 + v_b^2)^{1/2} v_b$$
$$v_b = -\frac{C_D}{fh}(u_b^2 + v_b^2)^{1/2} u_b$$

Vereinfachte Lösung

$$u_b = U_g - \frac{C_D}{fh}(u_b^2 + v_b^2)^{1/2} v_b$$
$$v_b = \frac{C_D}{fh}(u_b^2 + v_b^2)^{1/2} u_b$$

Lineare Reibung: μ = Reibungskoeffizient

$$u_b = U_g - \mu v_b$$
$$v_b = \mu u_b$$

$\Rightarrow$

$$u_b = \frac{U_g}{1+\mu^2}$$
$$v_b = \frac{\mu U_g}{1+\mu^2}$$

Vereinfachte Lösung

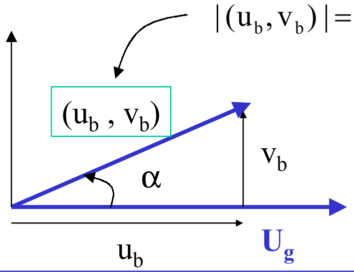
$$u_b = \frac{U_g}{1+\mu^2}$$

$$v_b = \frac{\mu U_g}{1+\mu^2}$$

μ = Reibungskoeffizient

$$\tan\alpha = \frac{v_b}{u_b} = \mu$$

$$|(u_b, v_b)| = \frac{U_g}{1+\mu^2}$$



Der thermische Wind

Die hydrostatische Gleichung lautet $\frac{dp}{dz} = -\rho g$

$$p(x,z,t) = p(x,0,t) - g\int_0^z \rho(x,z',t)dz'$$

Je größer die Dichte ist, nimmt der Druck um so rascher mit der Höhe ab.

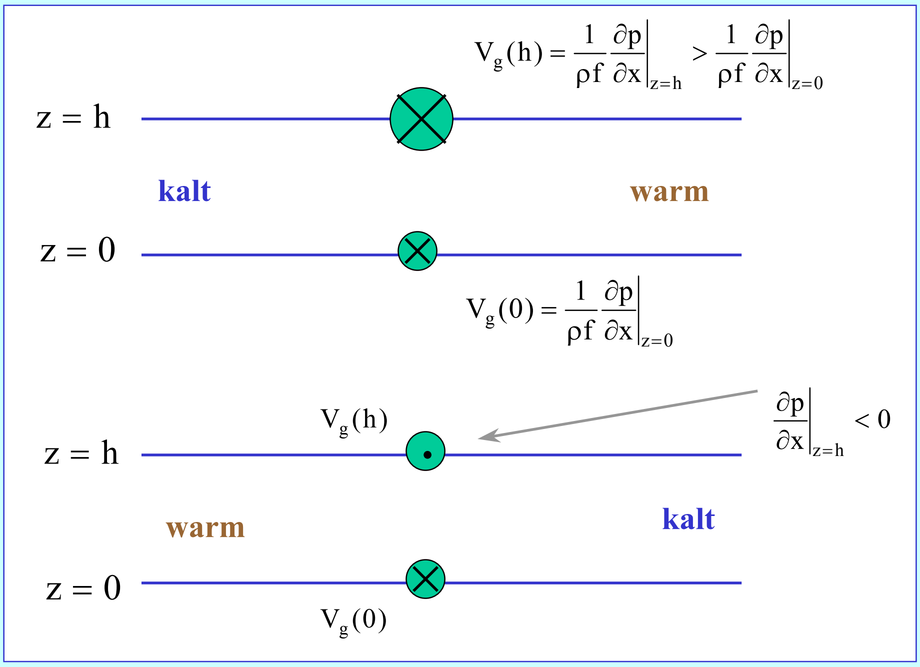
Der Druck nimmt schneller in kalter Luft ab als in warmer Luft.

$$p(x,z,t) = p(x,0,t) - g\int_0^z \rho(x,z',t)dz'$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \Rightarrow \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{z=h} = \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{z=0} - g\int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial x}(x,z',t)dz'$$

In Gebieten mit horizontalen Dichtegradienten bzw. Temperaturgradienten ist der horizontale Druckgradient höhenabhängig.

Der geostrophischen Wind ist auch in solchen Gebieten höhenabhängig.



geostrophisch

$$fV_g = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

hydrostatisch

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Rightarrow$$

$$f\frac{\partial}{\partial z}(\rho V_g) = \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial z} = -g\frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$f\rho\frac{\partial V_g}{\partial z} = -g\frac{\partial \rho}{\partial x} - fV_g\frac{\partial \rho}{\partial z}$$

vertikale Scherung **horizontale Dichtegradient**

Die thermische Windgleichung

$$\boxed{f\frac{\partial V_g}{\partial z} = -\frac{g}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}} - fV_g\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial z}$$

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{1}{H_s}$$

vertikale Scherung **horizontale Dichtegradient**

$p = \rho RT$

$\ln \rho = \ln p - \ln R - \ln T$

$$\frac{g}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{g}{T}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{g}{p}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$f\frac{\partial V_g}{\partial z} = -\frac{g}{T}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{fV_g}{H_s} + \frac{g\rho}{p}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\right)$$

$$f\frac{\partial V_g}{\partial z} = -\frac{g}{T}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{fV_g}{H_s} + \frac{g\rho}{p}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\right)$$

$p = \rho R T$

fV_g

kleine Übung

$$f\frac{\partial V_g}{\partial z} = -\frac{g}{T}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{fV_g}{T}\frac{\partial T}{\partial z}$$

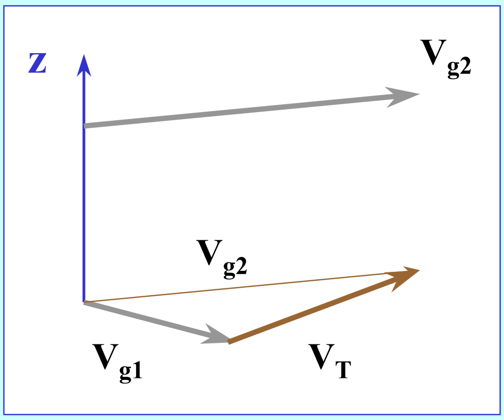
A **B** **C**

A $$f\frac{\partial V_g}{\partial z} \approx 10^{-4} \times \frac{\Delta V_g}{\Delta z} \approx 10^{-4}\,s^{-1} \times \frac{40\ ms^{-1}}{10^{4}\ m} \approx \boxed{4 \times 10^{-7}}$$

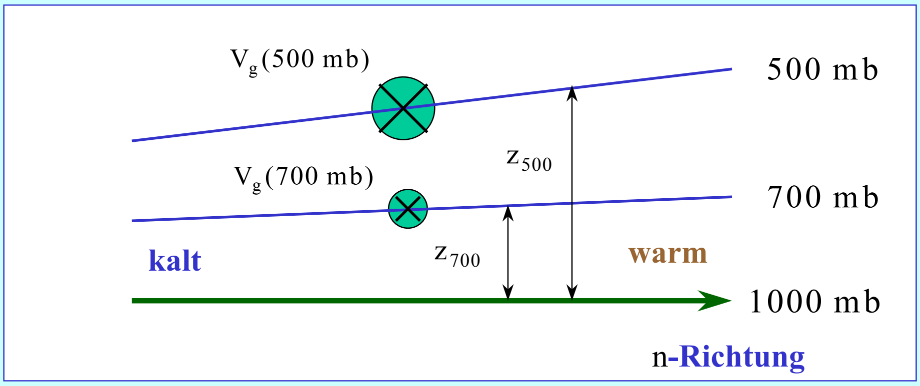
B $$\frac{g}{T}\frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{10\ ms^{-2}}{300\,K}\frac{\Delta T}{\Delta x} \approx \frac{10\ ms^{-2}}{300\,K} \times \frac{10\ K}{10^{6}\ m} \approx \boxed{3{,}3 \times 10^{-7}}$$

C $$\frac{fV_g}{T}\frac{\partial T}{\partial z} \approx -\frac{10^{-4}s^{-1} \times 20\,ms^{-2} \times 65\ K}{300\ K \times 10^{4}\ m} \approx \boxed{-5 \times 10^{-8}}$$

Die Änderung des geostrophischen Windes zwischen zwei Druck- bzw. Höhenflächen (oberhalb der Reibungsschicht) bezeichnet man als thermischen Wind.



Wie sieht die Situation in Druckkoordinaten aus?



zur Erinnerung: $\Delta z = (RT / g)\ln(p_2 / p_1)$

$$\Rightarrow \quad \left.\frac{\partial z}{\partial n}\right|_{500\ mb} > \left.\frac{\partial z}{\partial n}\right|_{700\ mb} \quad \Rightarrow$$

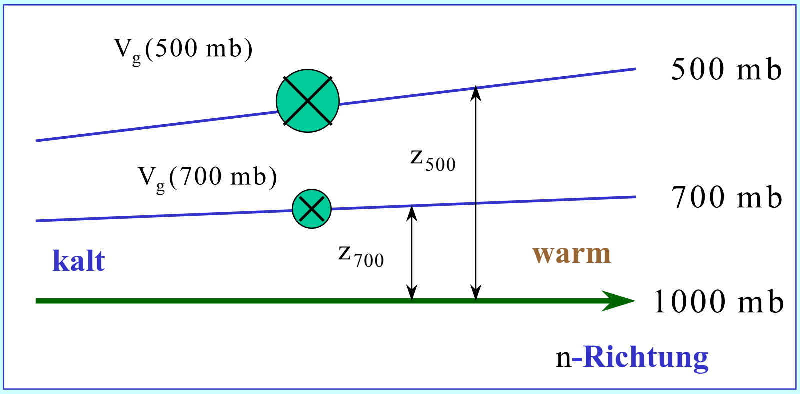
$$V_{500\ mb} = \frac{g}{f}\left.\frac{\partial z}{\partial n}\right|_{500\ mb} > V_{700\ mb} = \frac{g}{f}\left.\frac{\partial z}{\partial n}\right|_{700\ mb}$$

Der thermische Wind zwischen 700 mb **und** 500 mb **ergibt sich zu**

$$V_T = V_{500\ mb} - V_{700\ mb} = \frac{g}{f}\frac{\partial}{\partial n}(z_{500\ mb} - z_{700\ mb}) = \frac{g}{f}\frac{\partial D}{\partial n}$$

$D = z_{500\ mb} - z_{700\ mb}$ **gibt die Schichtdicke zwischen den zwei Druckflächen an.**

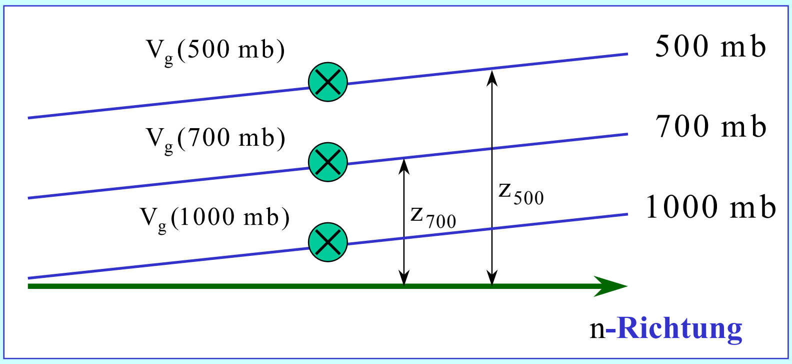
Hier $\frac{\partial D}{\partial n} > 0$ ➡ $V_T = \frac{g}{f}\frac{\partial D}{\partial n} > 0$



➡ **die geostrophische Windgeschwindigkeit nimmt mit der Höhe zu.**

barotrope Schichtung

$$\left.\frac{\partial z}{\partial n}\right|_{500\ mb} = \left.\frac{\partial z}{\partial n}\right|_{700\ mb} = \left.\frac{\partial z}{\partial n}\right|_{1000\ mb}$$



➡ $\frac{\partial D}{\partial n} = 0$ ➡ $V_T = 0$ ➡ $\frac{\partial \overline{T}}{\partial n} = 0$

Die allgemein gültige Beziehung für den thermischen Wind lautet

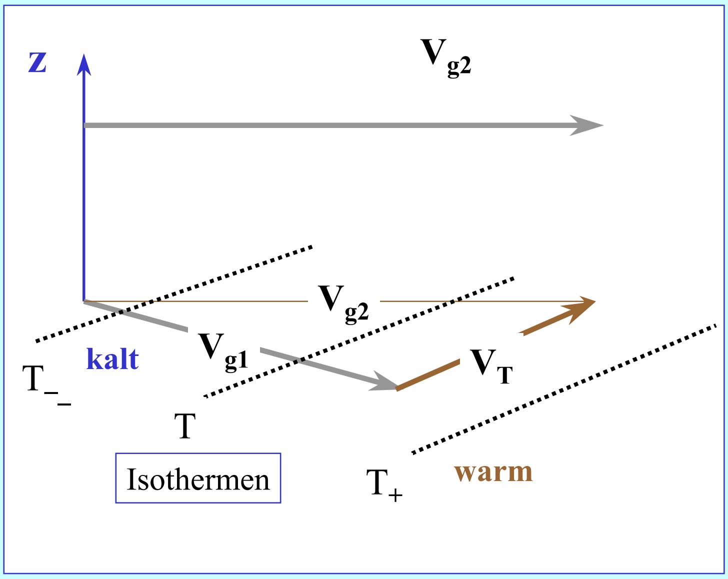
$$\mathbf{V}_T = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 = \frac{g}{f}\mathbf{k} \wedge \nabla_p (z_2 - z_1) = \frac{g}{f}\mathbf{k} \wedge \nabla_p D$$

- hat die gleiche Form wie die für den geostrophischen Wind

$$\mathbf{V}_g = \frac{g}{f}\mathbf{k} \wedge \nabla_p z$$

Analog zum geostrophischen Wind, der thermische Wind bläst parallel zu den Schichtdickenlinien (gemittelten Isothermen), oder - anders ausgedrückt, im rechten Winkel zum Temperaturgradienten.

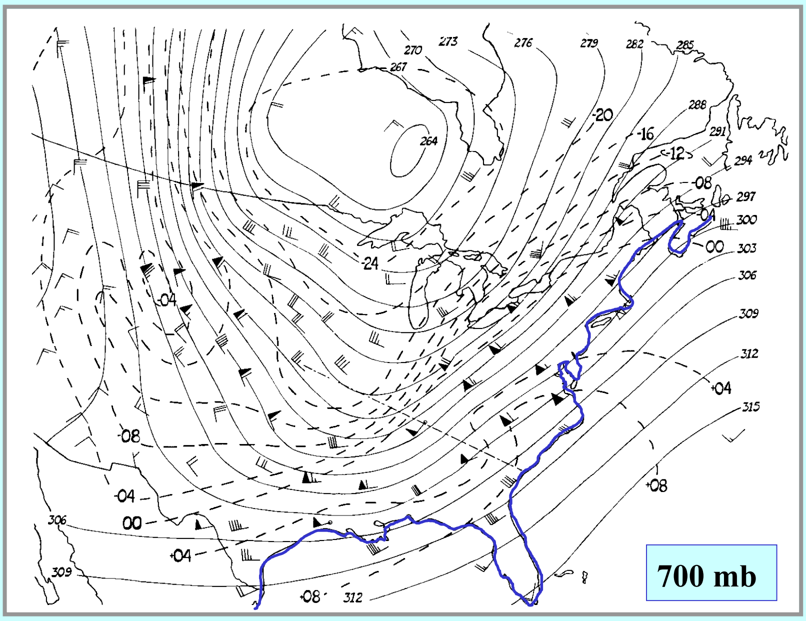
Auf der Nordhalbkugel liegen die niedrigen Schichtdickenwerte (tiefen Temperaturen) zur Linken.



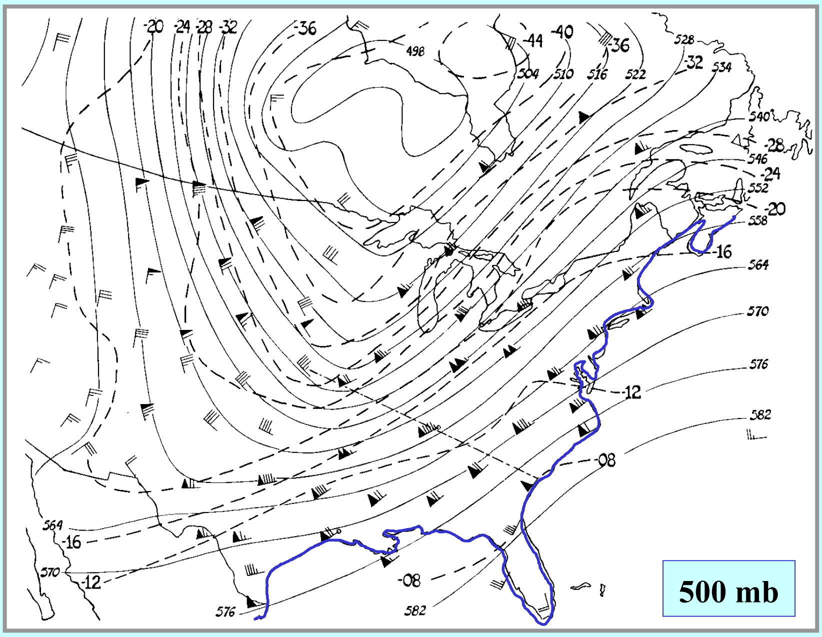
Luftbewegungen bei äquivalent-barotroper Schichtung

- In erster Näherung sind viele Störungen in der Erdatmosphäre äquivalent-barotrop geschichtet.
- Beispiele: Hurrikane, Tiefdruckgebiete und Frontalzonen der mittleren Breiten.
- Im folgenden Bildern verlaufen die Isothermen und Isohypsen im Bereich der Frontalzone in allen Druckflächen annähernd in gleicher Richtung - von Südwesten nach Nordosten.

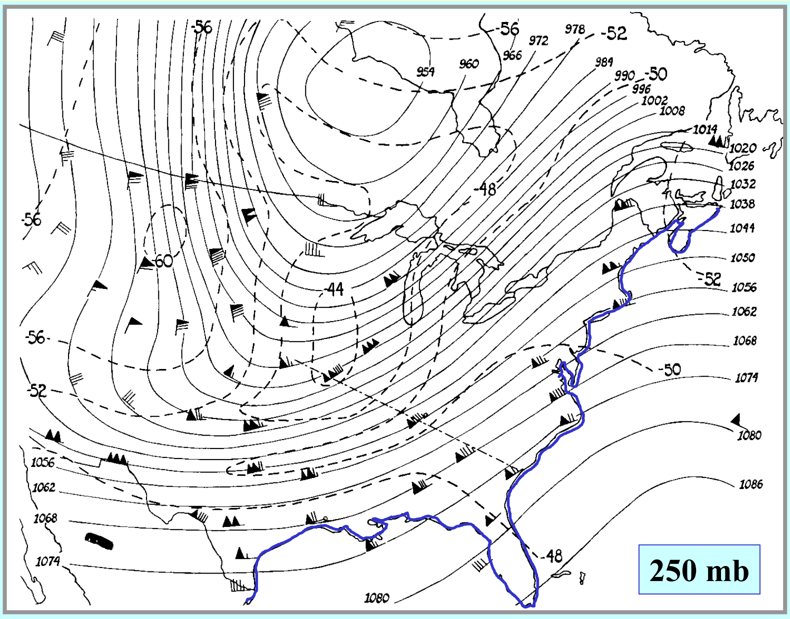
Isohypsen im 700 mb Niveau am 20 November 1964, 12 Z



Isohypsen im 500 mb Niveau am 20 November 1964, 12 Z

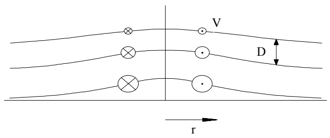


Isohypsen im 250 mb Niveau am 20 November 1964, 12 Z

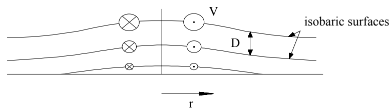


bilancierte Wirbeln

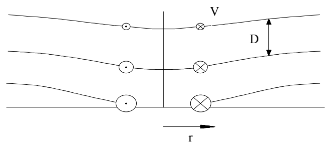
kaltes Hoch



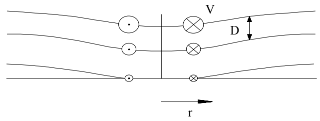
warmes Hoch



warmes Tief

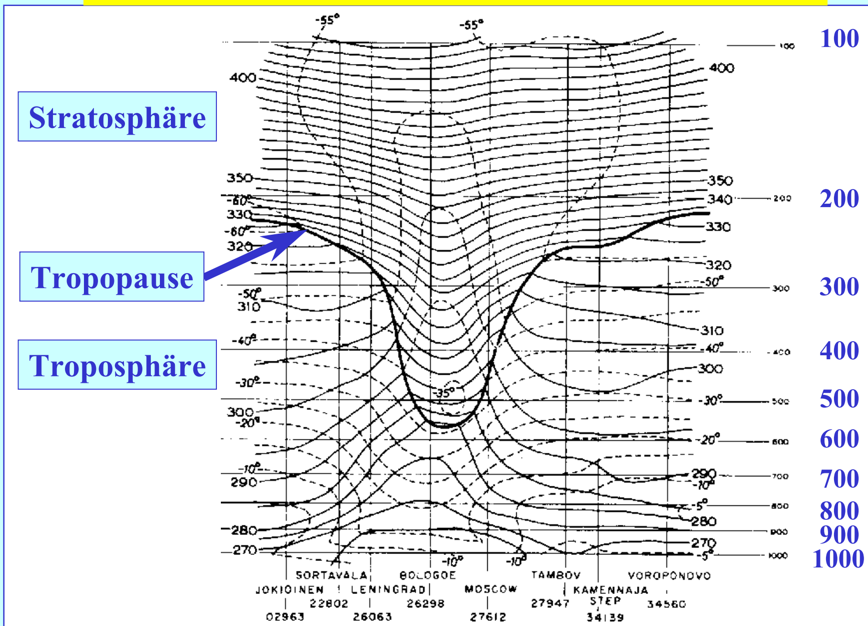


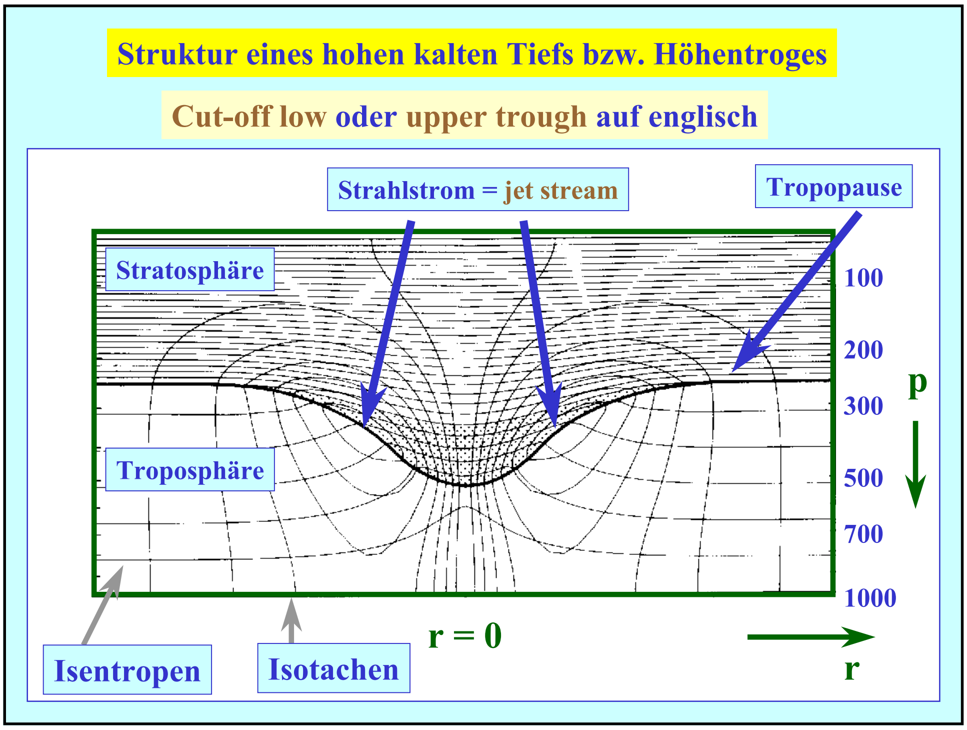
kaltes Tief

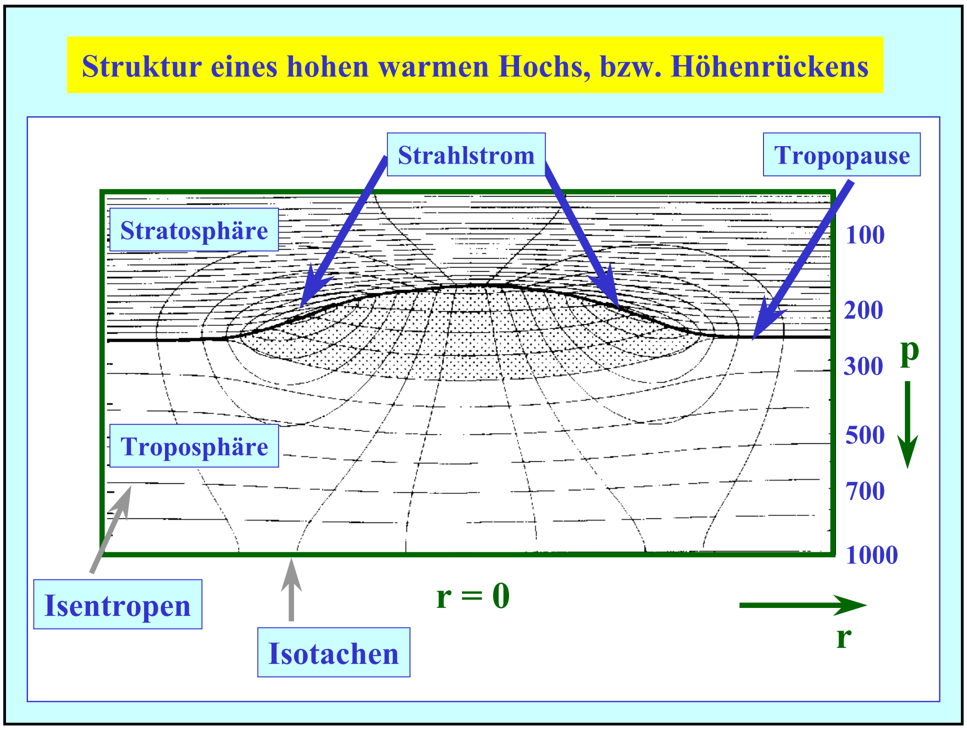


Dieser Querschnitt ist senkrecht zu den Isothermen und Isohypsen orientiert. Deshalb liegt er senkrecht zur geostrophischen Windrichtung.

Struktur eines hohen kalten Tiefs bzw. Höhentroges



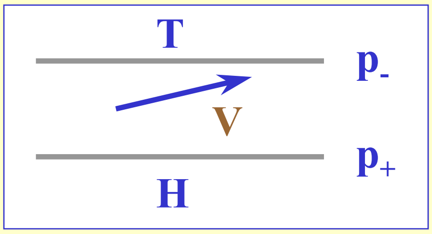

Struktur eines hohen kalten Tiefs bzw. Höhentroges
Cut-off low oder upper trough auf englisch
Strahlstrom = jet stream
Tropopause
Stratosphäre
Troposphäre
100
200
300
500
700
1000
p
Isentropen
Isotachen
r = 0
r


Struktur eines hohen warmen Hochs, bzw. Höhenrückens
Strahlstrom
Tropopause
Stratosphäre
Troposphäre
100
200
300
500
700
1000
p
Isentropen
Isotachen
r = 0
r

Zusammenfassung 1

1. Der Auswirkung von Reibung

Innerhalb der planetarischen Grenzschicht bzw. Reibungsschicht bewirkt die Reibungskraft eine Abbremsung des Windes unter den geostrophischen Wert. In dieser Schicht bläst der Wind mit einem Komponent in Richtung tieferen Druck.



Die planetarische Grenzschicht hat typischeweise eine Dicke von etwa 1 - 1.5 km (bis zu 4 km in Wüstengebieten während des Tages auf Grund der thermischen Mischung).

Zusammenfassung 2

2. Thermische Windgleichung (differentielle Form)

$$\boxed{f\frac{\partial V_g}{\partial z} = -\frac{g}{T}\frac{\partial T}{\partial x}} + \frac{fV_g}{T}\frac{\partial T}{\partial z}$$

vertikale Scherung

horizontale Dichtegradient

relativ klein aber nicht vernachlässigbar für eine dicke Schicht

Zusammenfassung 3

3. Die thermishe Windgleichung (Lösung in Druckkoordinaten)

$$\mathbf{V}_T = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 \qquad \mathbf{V}_T = \frac{g}{f}\mathbf{k} \wedge \nabla_p D$$

Vergleich: $$\mathbf{V}_g = \frac{g}{f}\mathbf{k} \wedge \nabla_p z$$

4. Barotrop $\mathbf{V}_T = \mathbf{0}$

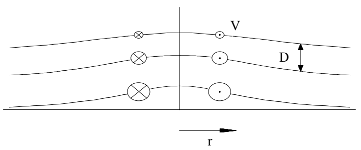
5. Äquivalent Barotrop - Isothermen und Isohypsen sind in allen Druckflächen in gleicher Richtung

➡ **V(p) ändert seine Richtung nicht**

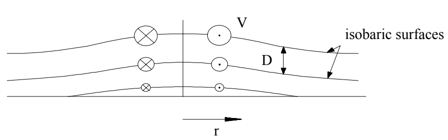
Zusammenfassung 4

6. Bilanzierte Wirbeln

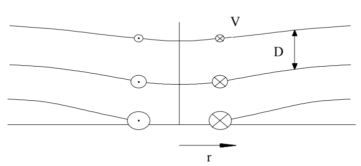
kaltes Hoch



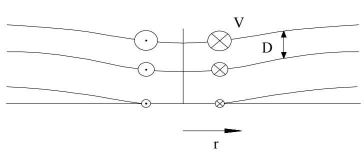
warmes Hoch



warmes Tief



kaltes Tief




Ende