

**Einführung in die Meteorologie Teil I**

# **Thermodynamik der Atmosphäre IV**

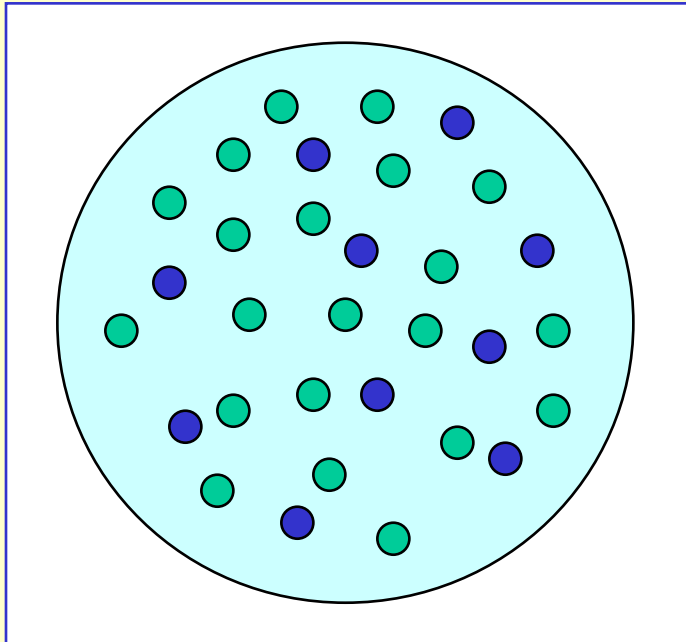


## Feuchtemeßgrößen: das Mischungsverhältnis

- Die Luftfeuchtigkeit kann in verschiedene Feuchtemeßgrößen angegeben werden, je nachdem, welchen Zweck man verfolgt.
- das **Mischungsverhältnis**,  $r = \frac{m_v}{m_d}$
- Wird einem Luftvolumen weder Wasserdampf zugeführt oder Kondensation - ändert sich das Mischungsverhältnis bei Vertikalbewegungen nicht.
- $r$  ist eine **konservative Größe** - vergleichbar mit der potentiellen Temperatur bei einer adiabatischen Bewegung.

# Feuchtemeßgrößen: der Dampfdruck

der **Dampfdruck** ist der partielle Druck von Wasserdampf.



● **Wasserdampf**  $M_v$

● **Trockene Luft**  $M_d$

**Nun**  $p_d V = m_d R_d T$

**und**  $eV = m_v R_v T$

**Dividieren**  $\frac{p_d V}{eV} = \frac{m_d R_d T}{m_v R_v T}$

$$\Rightarrow \frac{p - e}{e} = \frac{\varepsilon}{r}$$

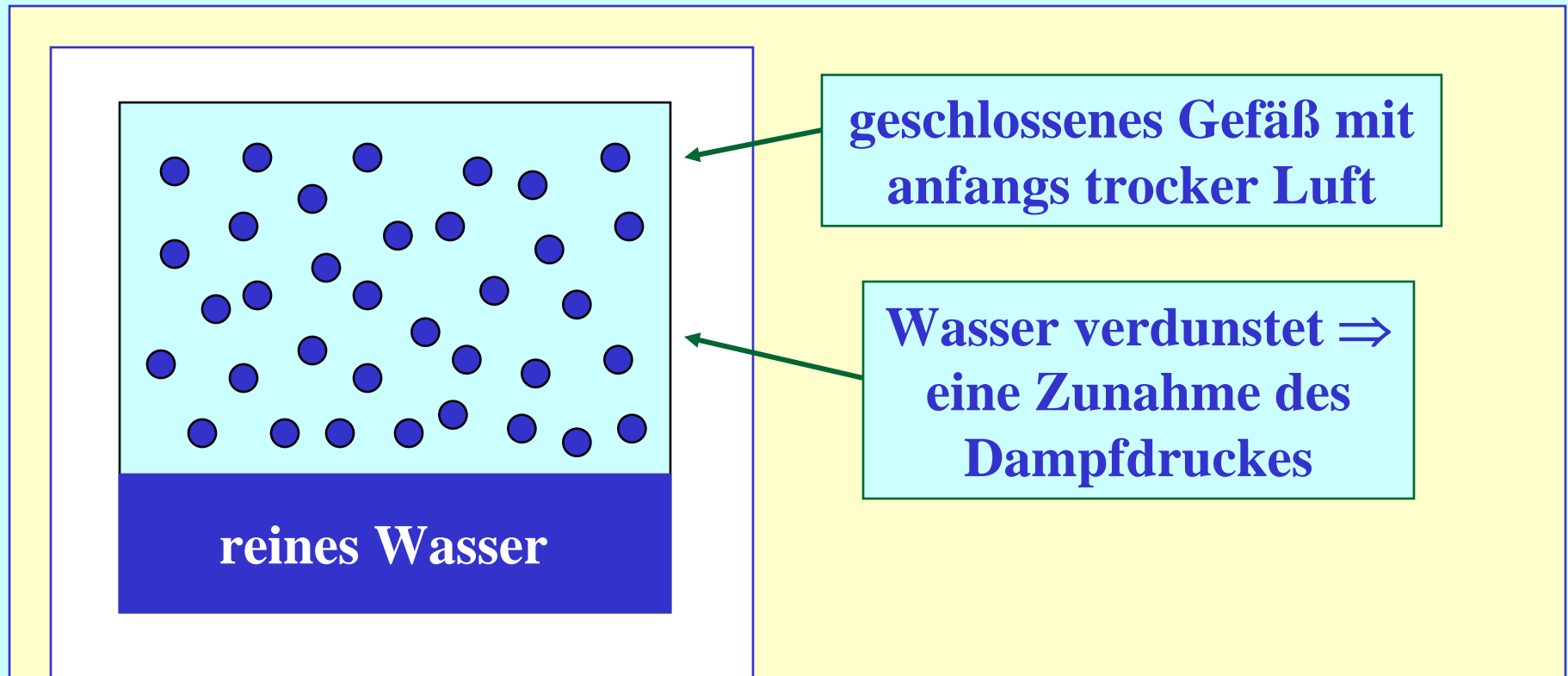
$$\Rightarrow e = \frac{rp}{\varepsilon + r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\varepsilon e}{p - e}$$

$$e = \frac{rp}{\varepsilon + r}$$

- Der Dampfdruck  $e$  hängt nicht nur vom Mischungsverhältnis  $r$  sondern auch vom Gesamtdruck  $p$  ab.
- Im allgemeinen ist  $e$  **keine Erhaltungsgröße**. z.B. beim Aufstieg eines Luftpakets ohne Kondensation, bleibt  $r$  erhalten aber  $p$  nimmt ab. Deshalb nimmt  $e$  auch ab.
- Nur beim konstanten Druck und Mischungsverhältnis ändert sich  $e$  nicht, d.h. **unter diesen Voraussetzungen** ist  $e$  unabhängig von  $T$ .

# Feuchtemeßgrößen: der Sättigungsdampfdruck



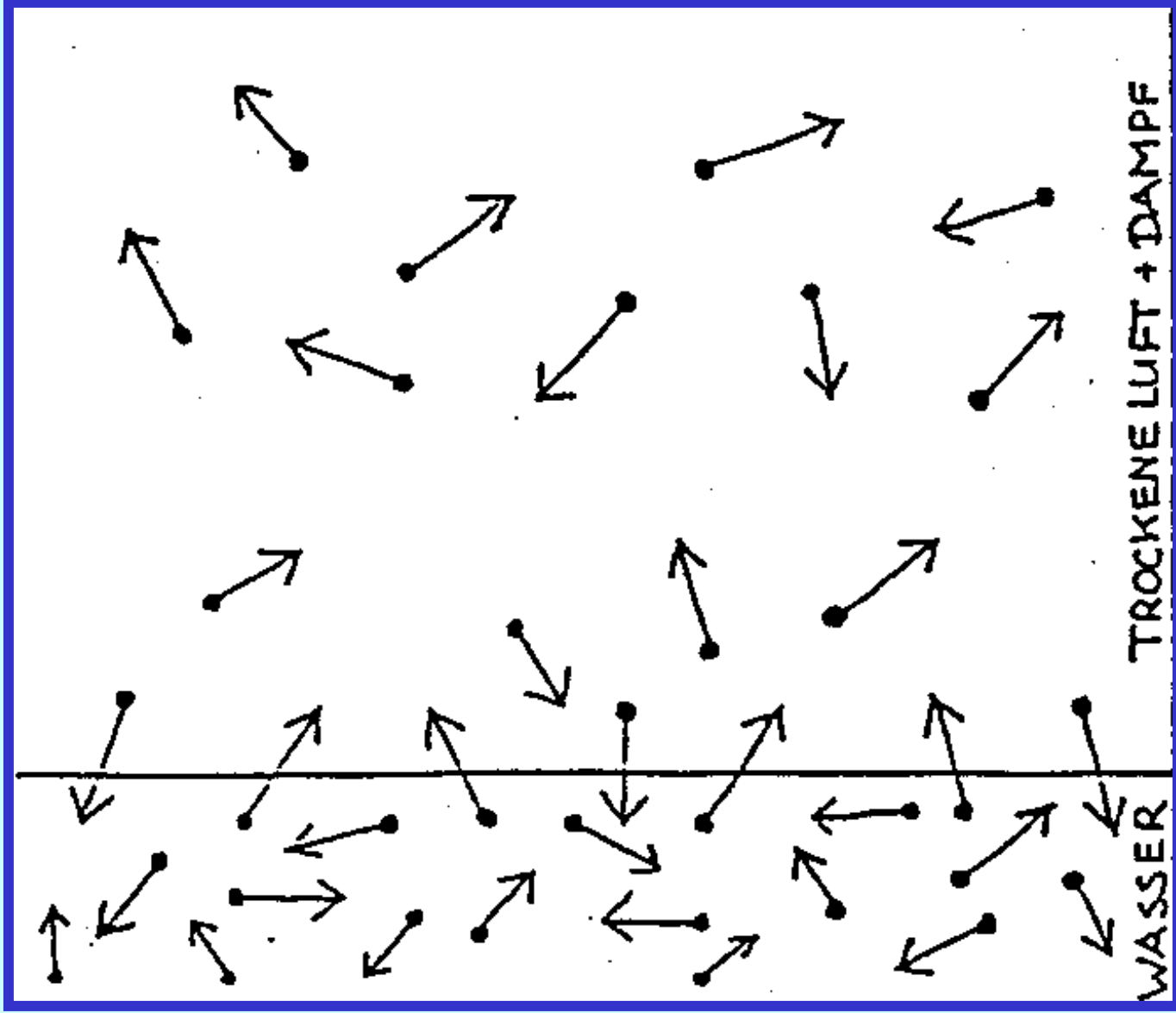
- Bei einem Dampfdruck  $e_s$  wird ein Gleichgewichtszustand erreicht sein.
- $e_s$  nennt man **Sättigungsdampfdruck** über einer ebenen Wasseroberfläche (aus reinem Wasser).

## Interpretation des Sättigungsdampfdrucks

- Die Moleküle im Wasser befinden sich ständig in Bewegung. Dabei haben nicht alle Moleküle dieselbe Geschwindigkeit.
- Die Geschwindigkeiten sind um den wahrscheinlichsten Wert  $V_0$  statistisch verteilt.
- Die durchschnittliche Geschwindigkeit hängt von der Temperatur ab.
- Einige Wassermoleküle nahe der Wasseroberfläche haben also ständig eine genügend hohe Geschwindigkeit (und geeignete Bewegungsrichtung), um die Luft zu entweichen.
- Nach und nach sammeln sich die Moleküle in der Luft an und der Dampfdruck steigt.

## Interpretation des Sättigungsdampfdrucks 2

- Diese Moleküle bewegen sich wieder mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten und in alle Richtungen, so daß in der Nähe der Wasseroberfläche einige zurück in das Wasser gelangen können.
- Der Gleichgewichtszustand ist erreicht, wenn gleich viele Moleküle aus dem Wasser in Dampf übergehen wie umgekehrt.
- Bei einer höheren Temperatur des Systems steigt die Durchschnitts-geschwindigkeit der Wassermoleküle an und deshalb auch die Anzahl der Moleküle, die das Wasser verlassen.
- Dies erklärt, warum sich der Sättigungsdampfdruck  $e_s$  mit zunehmender Temperatur erhöht.





## Sättigungsdampfdruck über Eis

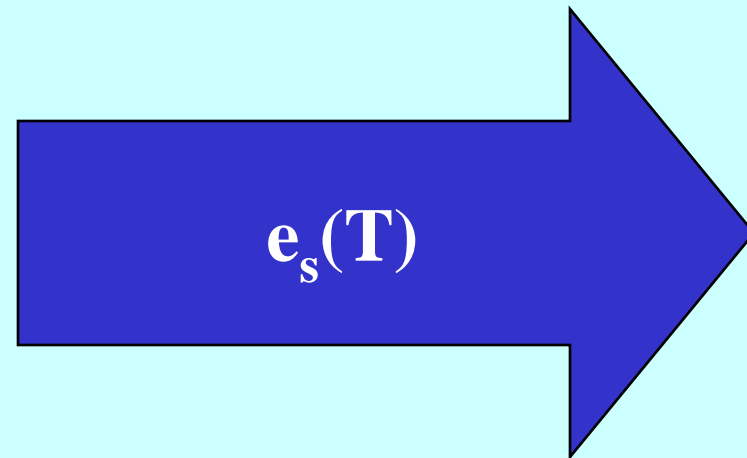
- Auch über einer ebenen Oberfläche aus reinem Eis entsteht nach einiger Zeit ein Gleichgewichtszustand.
- Die Luft ist dann gesättigt gegenüber Eis. Der dabei herrschende Dampfdruck  $e_{si}$  ist der **Sättigungsdampfdruck über einer ebenen Eisoberfläche**.
- Im Eis bewegen sich die Moleküle langsamer und die Bindungskräfte sind viel stärker als im Wasser.
- Deshalb benötigen sie eine höhere kinetische Energie, um in die Luft zu gelangen  $\Rightarrow$  der **Sättigungsdampfdruck über Eis** muß **niedriger** sein **als über** (unterkühltem) **Wasser** mit derselben Temperatur.
- Diese Tatsache hat wichtige Folgerungen für die Entwicklung von Niederschlag.

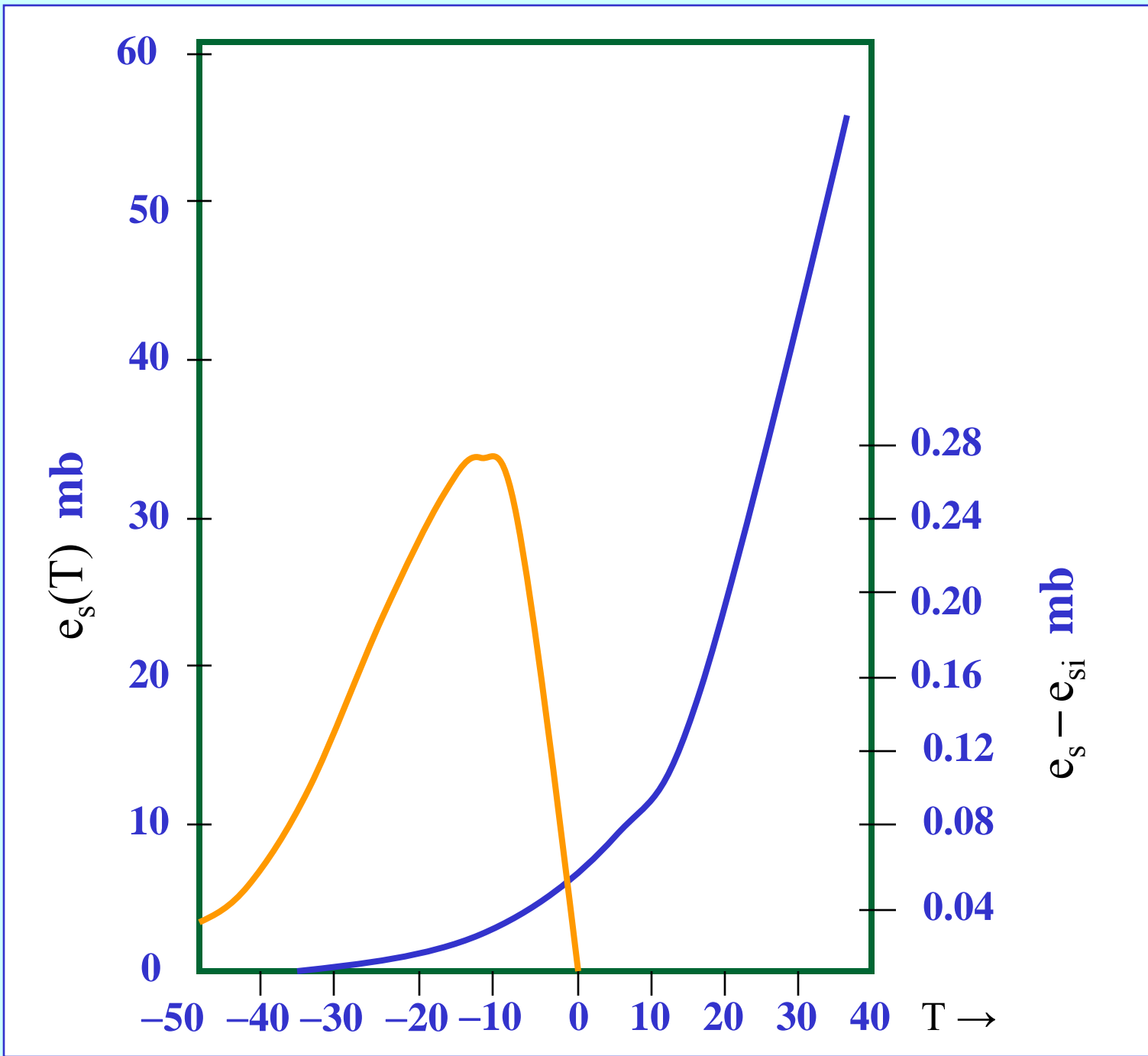
## **Sättigungsdampfdruck über einer gekrümmten Oberfläche**

- Innerhalb einer gekrümmten Oberfläche, z.B. die Oberfläche eines Wolkentropfes, ist die Bindung der Wassermoleküle schwächer als in einer ebenen Oberfläche.
- Deshalb können die Moleküle leichter aus einem Wassertropfen entweichen als von einer ebenen Fläche. Der Sättigungsdampfdruck muß also höher sein.
- Dagegen wird der Sättigungsdampfdruck durch Salz in wäßrige Lösung im Vergleich zu reinem Wasser herabgesetzt.
- Den Krümmungseffekt und den Lösungseffekt muß man berücksichtigen, wenn man das Tropfenwachstum in Wolken untersucht.

## Sättigungsdampfdruck

- Aus Messungen und aus theoretischen Überlegungen folgt, daß der Sättigungsdampfdruck **nur** von der Temperatur (und nicht vom Luftdruck) abhängt.
- Das nächste Bild zeigt den exponentiellen Anstieg des Sättigungsdampfdrucks über (reinem) Wasser  $e_s(T)$  mit zunehmender Temperatur.





## Sättigungsdampfdruck

- Für die Berechnung von  $e_s(T)$  für Wasserdampf gibt es eine empirische Näherungsformel, die sogenannte Magnus-Formel:

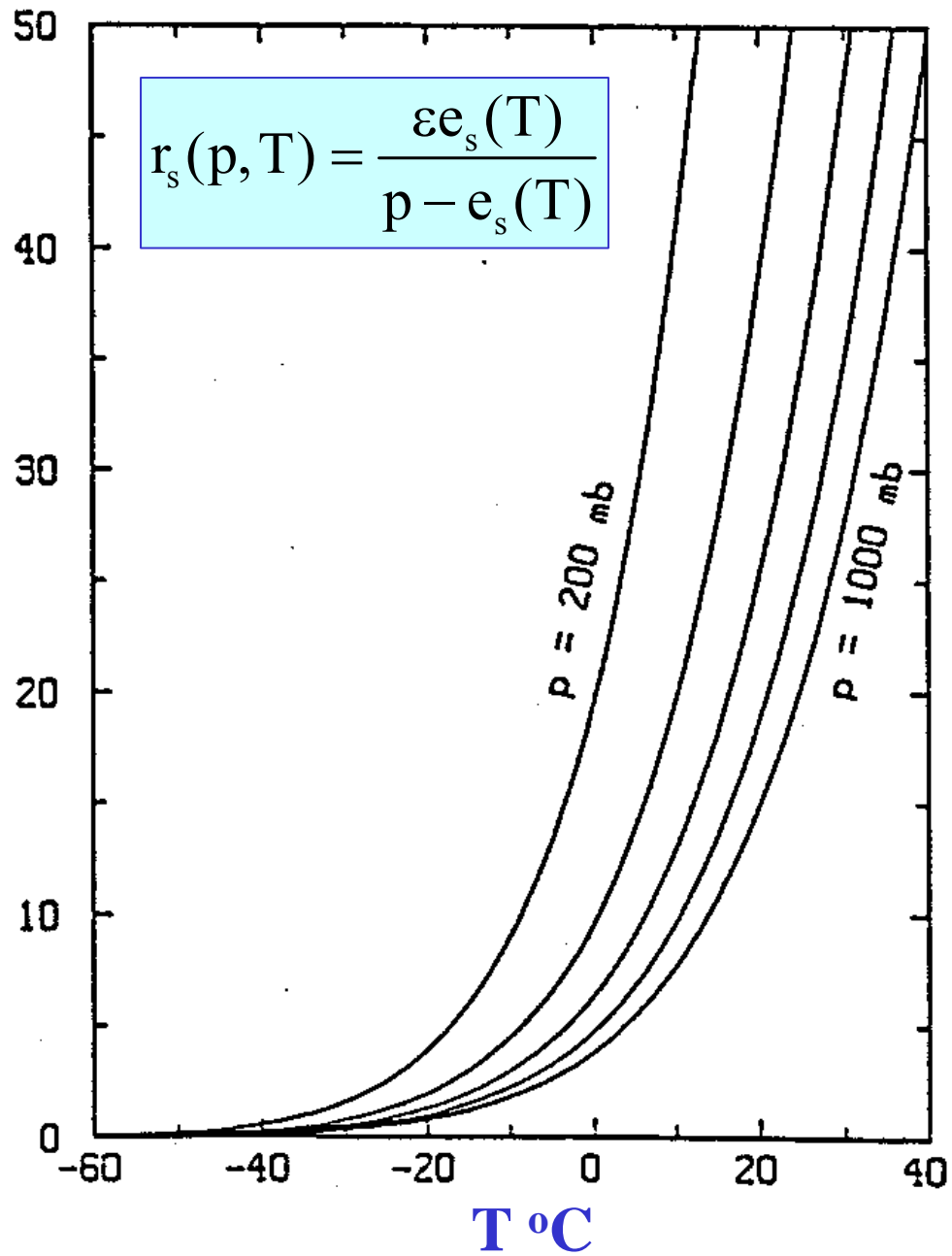
$$e_s(T) = 6,112 \exp\left(\frac{17,67T}{T + 243,5}\right)$$

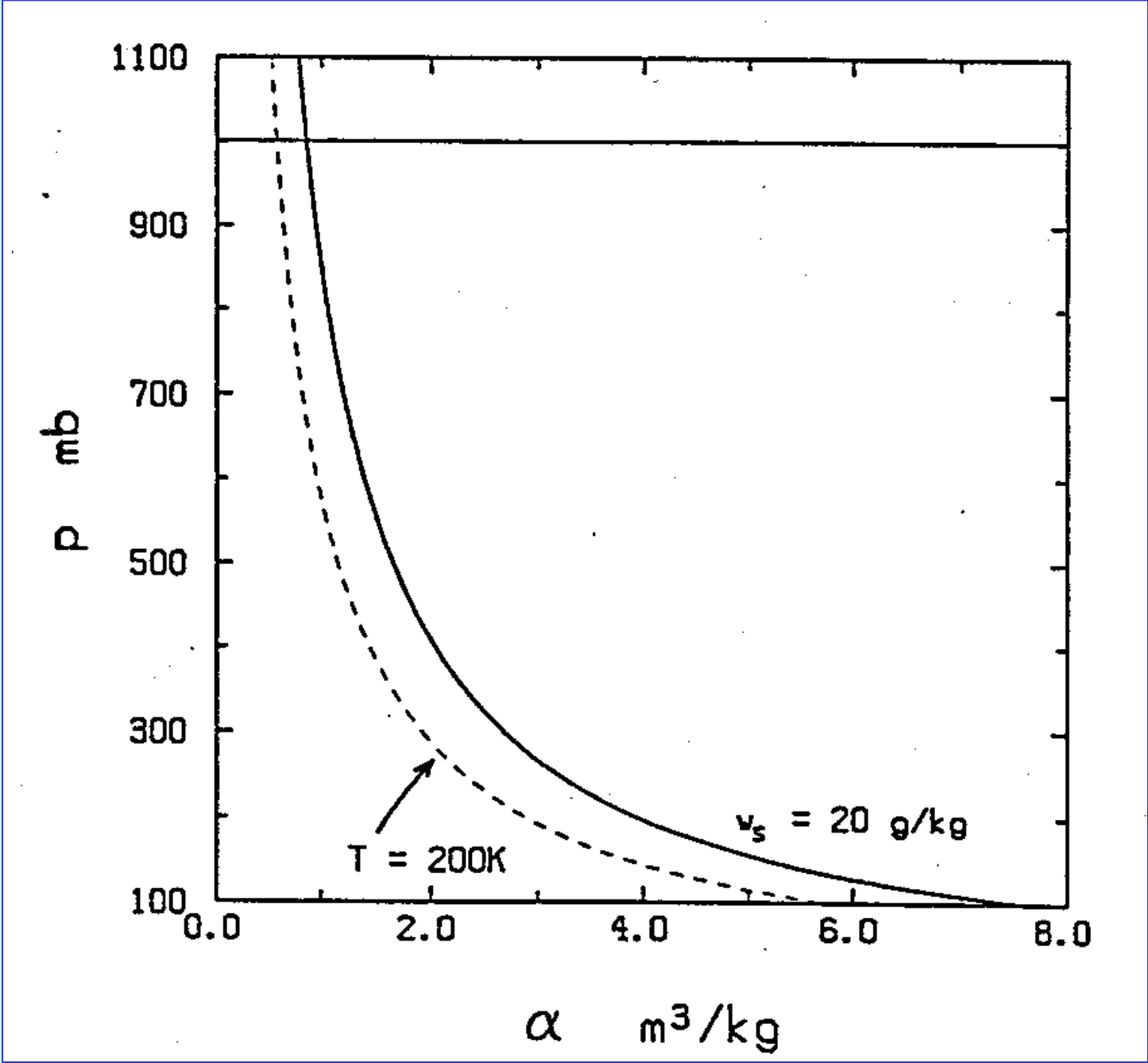
mit  $T$  im  $^{\circ}\text{C}$ .

- Im Bereich  $-35^{\circ}\text{C} \leq T \leq 35^{\circ}\text{C}$  beträgt die Ungenauigkeit der Formel maximal 0,3%.
- **Sättigungsmischungsverhältnis** wird so definiert

$$r_s(p, T) = \frac{\varepsilon e_s(T)}{p - e_s(T)}$$

$r_s(p, T)$  g/kg





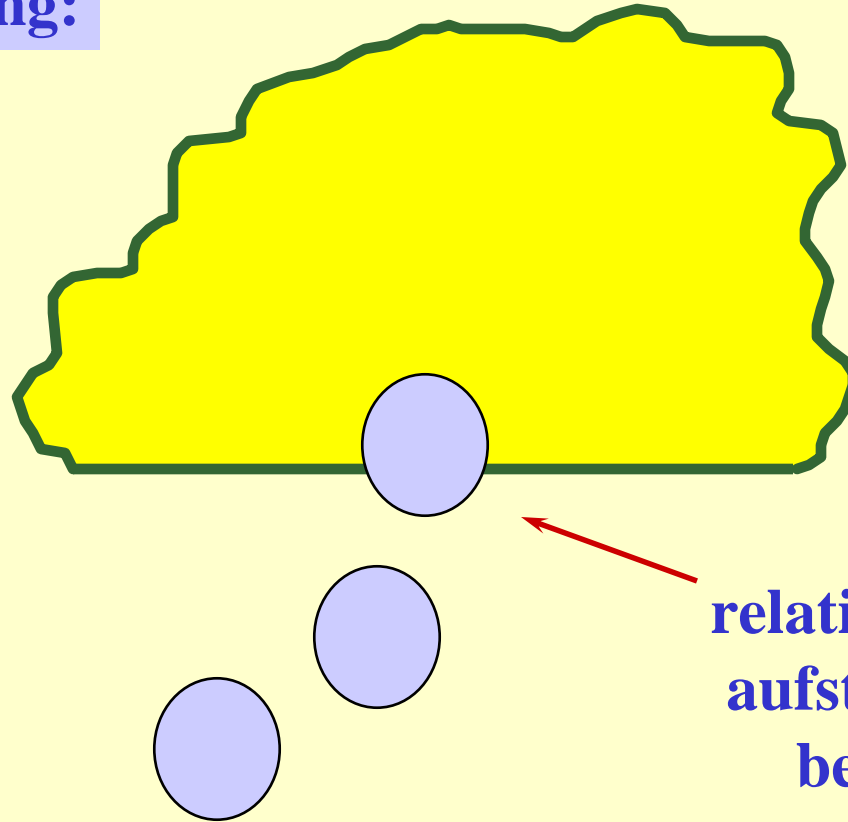
# Niederschlagsbildung

- **Nun zu dem Wachstum von Niederschlag in Wolken.**
- **Es gibt zwei besondere Vorgänge für das Wachstum von Niederschlageteilchen.**
- **Wenn ein Luftteilchen aufsteigt, so nimmt der Druck und gleichzeitig die Temperatur ab.**
- **Sobald die Sättigungstemperatur erreicht ist, tritt Kondensation auf.**
- **Die dabei entstehenden Wassertröpfchen sind sehr klein ( $r \approx 10 \mu\text{m}$ ) und bewegen sich mit der Luftströmung.**
- **Ihre Sinkgeschwindigkeit relativ zur Luft ist vernachlässigbar gering.**



# Wolkenbildung

Einfache Erklärung:

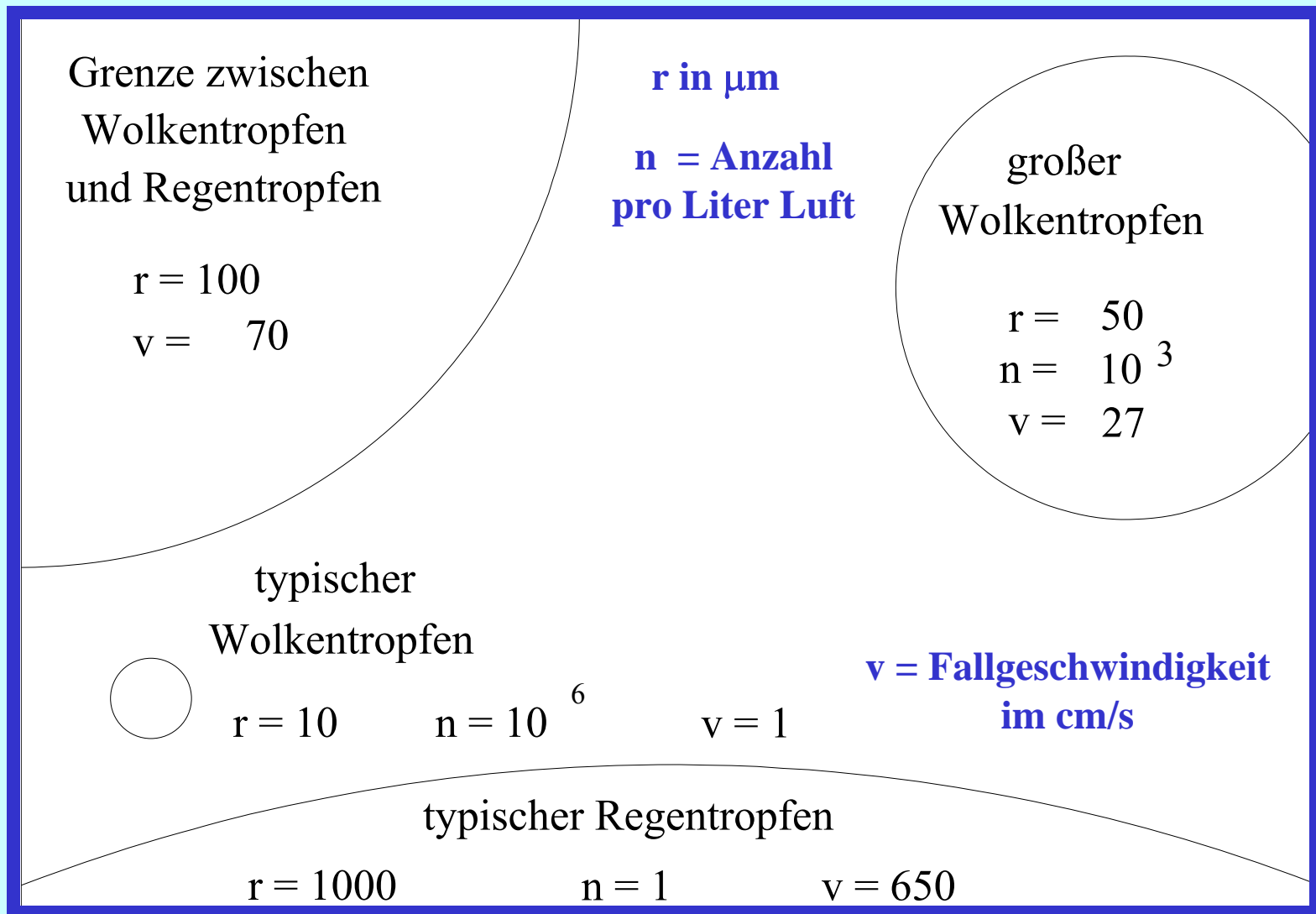


relative Feuchte der  
aufsteigenden Luft  
beträgt 100%

---

In Wirklichkeit sind die Verhältnisse erheblich komplizierter!

# Größenvergleich von Regentropfen, Wolkentropfen



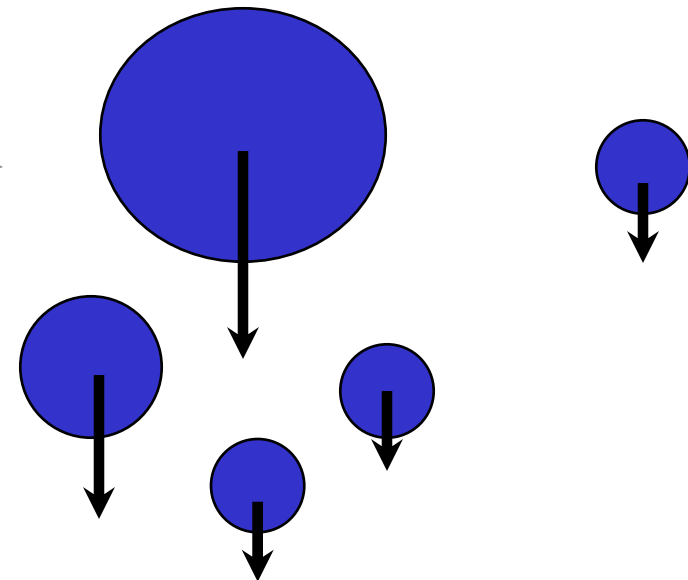
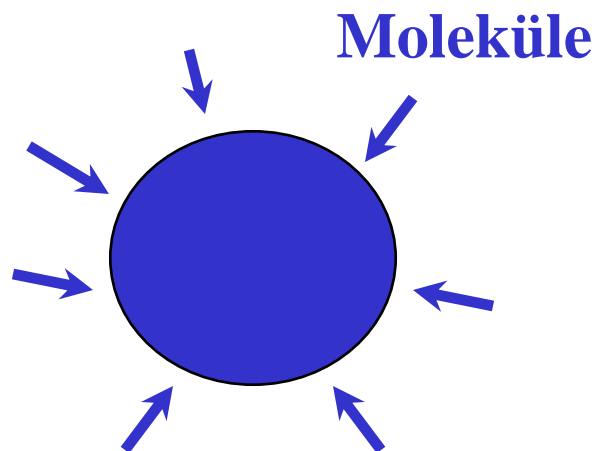
## Niederschlagsbildung

- Die Größe der Teilchen ist jedoch nicht gleich, sondern statistisch verteilt und die Sinkgeschwindigkeit relativ zur Luft, obwohl gering, nimmt mit der Größe zu.
- Die größeren Teilchen sinken Schneller, stoßen mit kleineren Teilchen zusammen.
- Dabei werden sie immer größer und sinken immer schneller.
- Schließlich wird die Geschwindigkeit höher als der Aufwind und diese „**Supertröpfchen**“ fallen als Regen.
- Dieser Vorgang heißt **Koaleszenz durch Zusammenstoß** „**collision-coalescence**“ auf Englisch.
- Es ist der einzige Vorgang für die Entstehung von Regen bei Temperaturen über 0°C.

## Wachstum von Wolkentropfen in warmen Wolken

- In warmen Wolken können sich Tropfen durch **Kondensation** in der übersättigten Luft oder durch **Kollision und Koaleszenz (Zusammenwachsen)** mit anderen Wolkentropfen vergrößern.

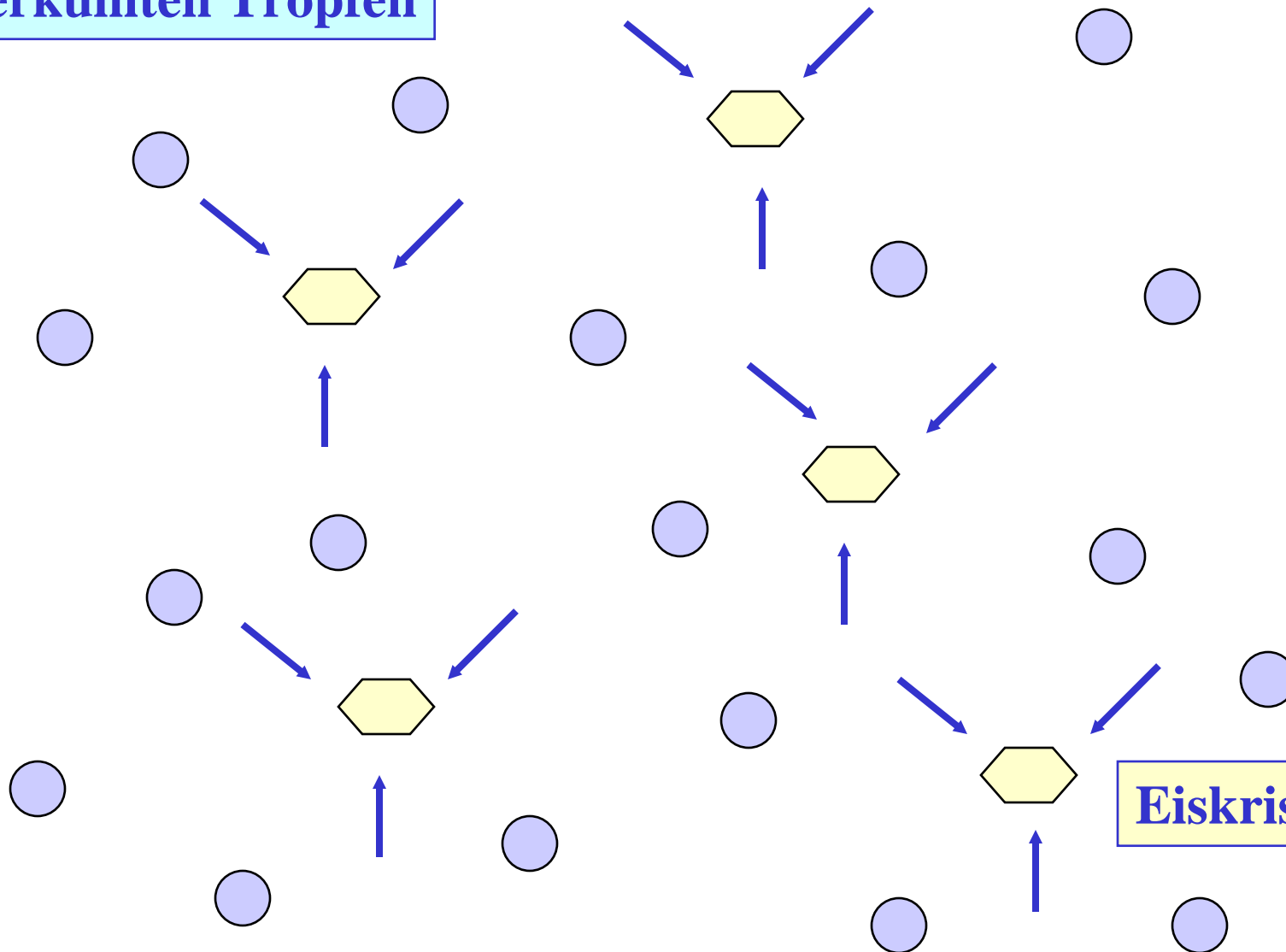
### Kondensation



## Der Bergeron-Findeisen-Prozeß

- Bei Temperaturen unter  $0^{\circ}\text{C}$  ist ein anderer Vorgang von Bedeutung.
- Steigen die gesättigten Luftteilchen (die Wassertröpfchen enthalten) so hoch, daß die Temperatur unter  $0^{\circ}\text{C}$  sinkt, so gefriert **nur ein Teil** des Wassertröpfchens.
- Weil die Luft über Wasser gesättigt ist, ist sie gleichzeitig über Eis übergesättigt.
- Die Wasserdampfmoleküle subkondensieren auf dem Eis, und die Luft über dem Wasser wird untergesättigt.
- Deshalb verdunsten die Wassertröpfchen und die Eisteilchen wachsen.
- Daher werden sie schwerer, sinken schneller u.s.w. Natürlich treten auch Zusammenstöße auf.

**unterkühlten Tropfen**



**Eiskristallen**

**Die Eiskristalle wachsen auf Kosten der Tropfen**

## Andere feuchte Variablen

- Die **relative Feuchte**,  $RH = 100 \times e/e^*(T)$ .
  - $e^* = e^*(T)$  ist das **Sättigungsdampfdruck** - die maximum Menge von Wasserdampf, die ein Luftteilchen halten kann, ohne daß Kondensation stattfindet.
- Die relative Feuchte ist auf keinen Fall eine konservative Größe.
- Warme und relativ trockene Luft kann wesentlich mehr Wasserdampf enthalten als relativ feuchte aber kalte Luft.

## Andere feuchte Variablen

- Wenn man Luft bei konstantem Druck abkühlt, ändert sich der Dampfdruck  $e$  dabei nicht.
- Auf der anderen Seite sinkt der Sättigungsdampfdruck stark ab - d.h. die relative Feuchte erhöht sich.
- Die Temperatur, bei der der Dampfdruck und Sättigungsdampfdruck gleich groß sind, wird **Taupunkttemperatur** genannt (**dew-point temperature** auf Englisch) - oder einfach **Taupunkt**,  $T_d$ .
- Bei weiterer Abkühlung kondensiert nämlich der Wasserdampf und es bilden sich z.B. Wolken oder am Boden **Tau** (**dew** auf Englisch).



## Andere feuchte Variablen

- Am Taupunkt besteht Gleichheit zwischen  $r$  und  $r_s$  :

$$r = r_s(p, T_d) = \frac{\varepsilon e_s(T_d)}{p - e_s(T_d)}$$

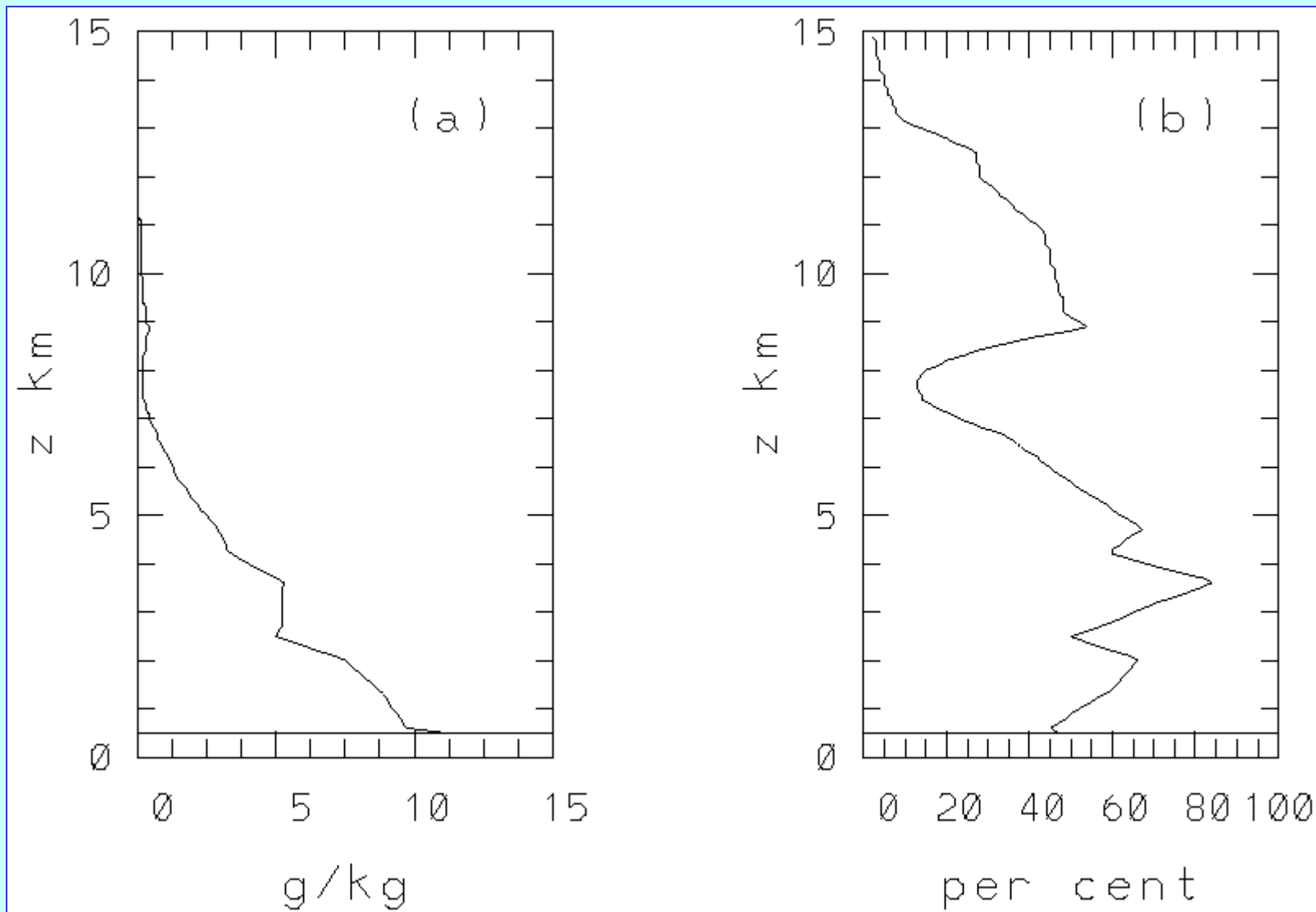
- Analog zum Taupunkt definiert man den **Reifepunkt (Frostpunkt)**  $T_i$ ; die Luft wird bei konstantem Druck soweit abkühlt, bis sie gegenüber einer ebenen Eisoberfläche gesättigt ist.
- Bei weiterer Abkühlung bildet sich am Boden **Reif**.

## Andere feuchte Variablen

- Die **spezifische Feuchte**,  $q$ , ist gleich die Masse Wasserdampf pro Einheitsmasse **feuchte Luft**:

$$q = \frac{r}{1 + r}$$

- Weil  $r \ll 1$ ,  $q \approx r$ .



**Vertikalverteilung von  $r$  und RH von einem radiosonde sounding on a humid summers day in central Europe.**

## Latente Wärme

- Unter gewissen Voraussetzungen bleibt die Temperatur einer Substanz **auch bei Wärmezufuhr** konstant.
- Z.B. wenn man Eis bei Normaldruck (1013 hPa) und 0°C erwärmt, bleibt die Temperatur solange konstant, bis das ganze Eis geschmolzen ist.
- In diesem Fall führt die Zunahme der inneren Energie ausschließlich zu Veränderungen in der Anordnung der Moleküle.
- Hiermit ist eine Phasenänderung verbunden.

## Latente Wärme 2

- Die **Schmelzwärme** ist die Wärmemenge, die nötig ist, um 1 kg einer Substanz (bei gleichbleibender Temperatur) von der festen in die flüssige Phase überzuführen.
- Die Temperatur beim Phasenübergang wird **Schmelzpunkt** genannt.
- Zum Schmelzen von 1 kg Eis bei Normaldruck und  $0^{\circ}\text{C}$  sind  $3,34 \times 10^5 \text{ J}$  erforderlich.
- Die **Verdampfungswärme** ist die Wärme, die gebraucht wird, um 1 kg einer Substanz (bei gleichbleibender Temperatur) von der flüssigen in die gasförmige Phase überzuführen.

- Bei Normaldruck und 100 C beträgt die Verdampfungswärme für Wasser:

$$L = 2,257 \times 10^6 \text{ J/kg, bei } 0 \text{ C, } L = 2,500 \times 10^6 \text{ J/kg.}$$

- Wasser verdampft (verdunstet) also auch bei Temperaturen weit unterhalb des **Siedepunktes**.
- Verdunstung ist für die atmosphärische Energiebilanz ein sehr wichtiger Vorgang, denn die Verdampfungswärme geht nicht verloren, sondern kann mit einem gleich hohen Betrag als Kondensationswärme wieder freigesetzt werden.
- Dies passiert, wenn in feuchter Luft Kondensation eintritt.
- In feuchter Luft ist deshalb eine große verborgene Wärme.

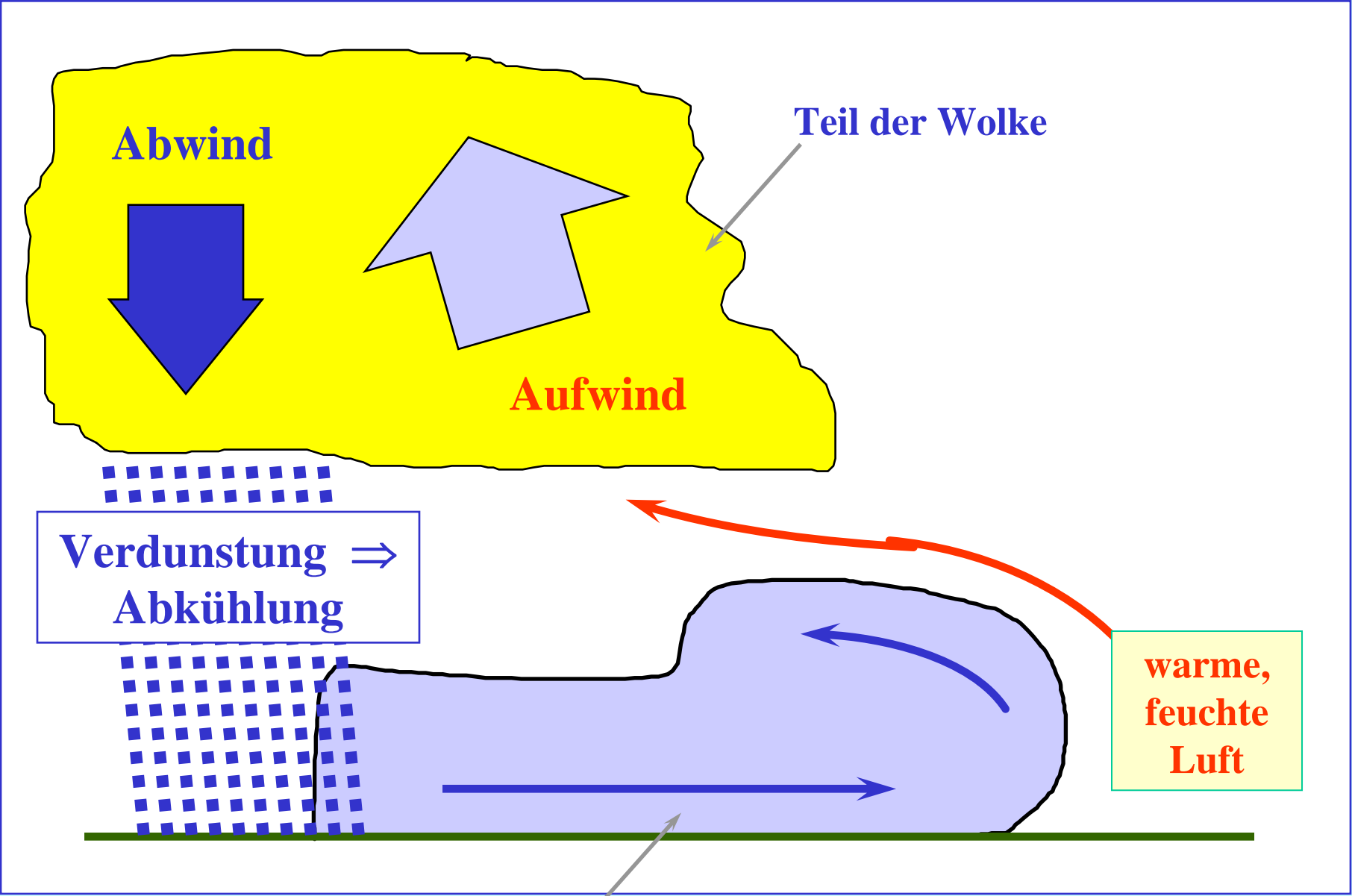
## Latente Wärme 4

- Auch die Schmelzwärme steckt als latente Wärme im flüssigen Wasser und wird beim Gefrieren wieder frei.
- Schmelz- und Siedepunkt sind **druckabhängig**.
- So siedet Wasser bei einem Luftdruck von 700 mb (in ca. 3 km Höhe) bereits bei 90 C.
- Wenn man Kaffee bei NN macht, soll das Wasser nicht ganz kochen. Bei 100 C wird der Kaffee bitter.
- Die idealste Temperatur liegt um 95°C. In einer Höhe von ca. 1,5 km siedet Wasser bei dieser Temperatur. In dieser Höhe ist kochendes Wasser ideal, um den besten Kaffee zu machen.

# Feuchttemperatur

- Wenn Regentropfen in ungesättigte Luft fallen und dabei verdunsten, erhöht sich der Dampfdruck.
- Die **Verdampfungswärme**, die zum Verdunsten nötig ist, wird in diesem Fall der Luft entzogen.
- Dabei sinkt die Lufttemperatur und auch der Sättigungsdampfdruck, obwohl der Luftdruck konstant bleibt.
- Regnet es lange genug, nähert sich die Luft allmählich dem Sättigungszustand.
- Wenn die Sättigung erreicht ist, dann geht die Temperatur nicht mehr weiter zurück.
- Die Temperatur der gesättigten Luft nennt man die **Feuchttemperatur**,  $T_w$  (**wet-bulb temperature auf Englisch**).





**Abwind**

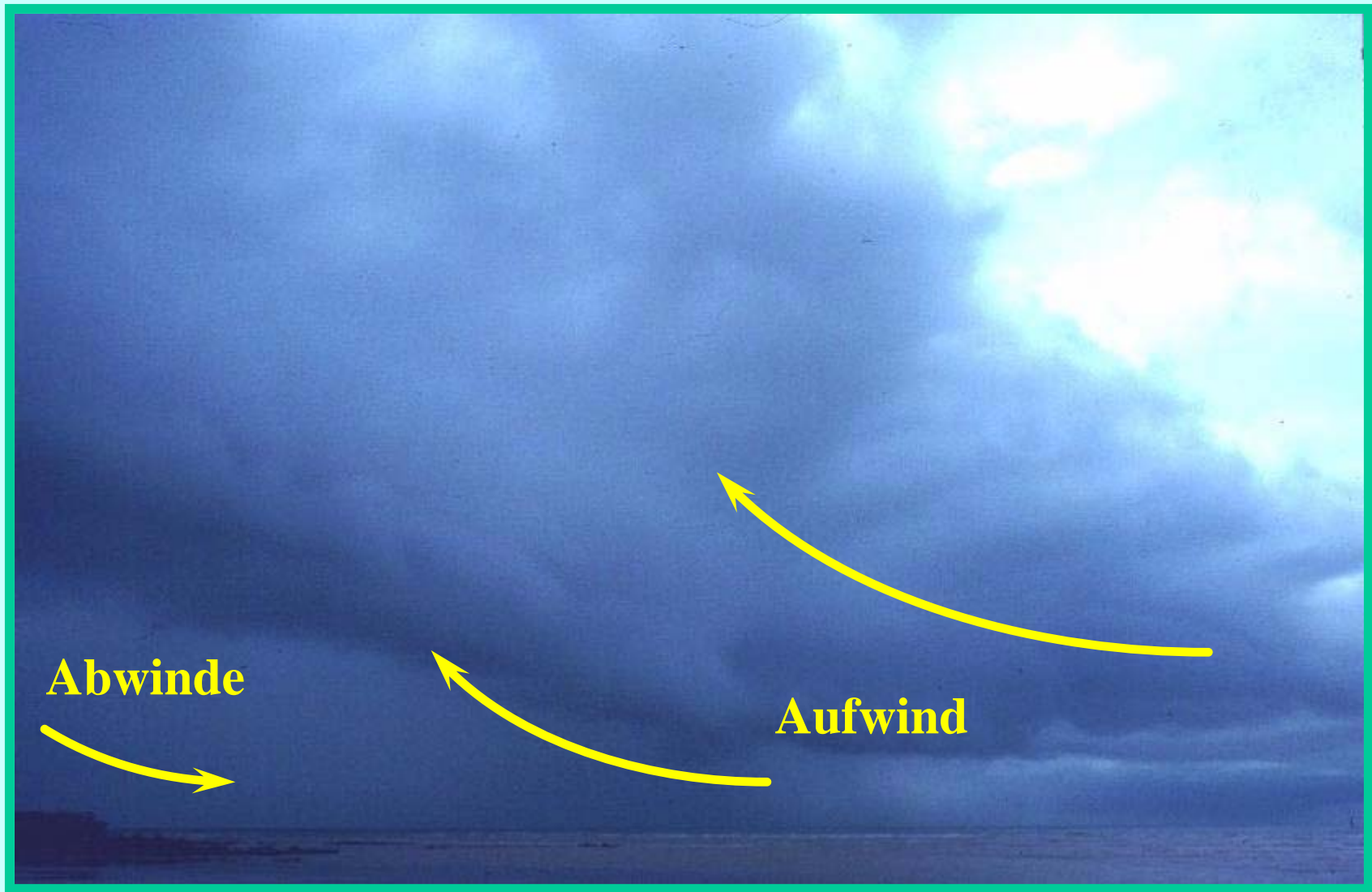
**Teil der Wolke**

**Aufwind**

**Verdunstung =>  
Abkühlung**

**warme,  
feuchte  
Luft**

**Dichteströmung**



**Bodennahe ausströmende Luft eines Gewitters**

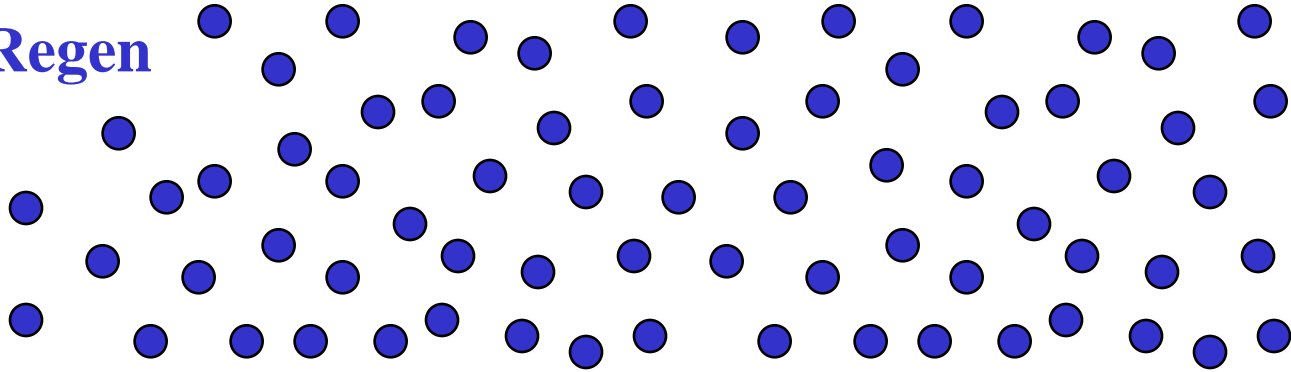


**Arcus-Wolke - Oklahoma**

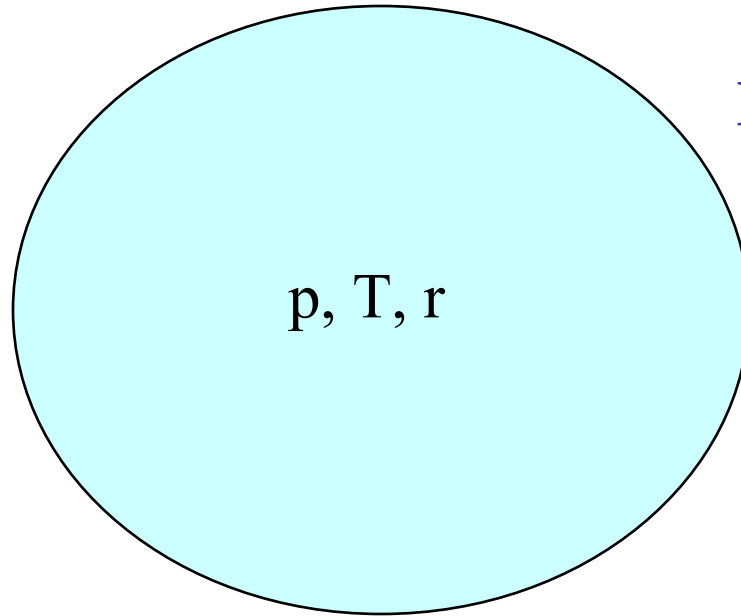
## Feuchttemperatur 2

- Vor dem Regen enthält 1 kg trockene Luft  $r$  kg Wasserdampf.
- Der Wasserdampfanteil erhöht sich bis zur Sättigung auf  $r_s$  kg.
- Die in der Luft gespeicherte latente Wärmemenge vergrößert sich dadurch um  $L(r_s - r)$  [L steht für **Latentverdampfungswärme.**]
- Gleichzeitig kühlt sich **das System** (trockene Luft + Wasserdampf) von  $T$  auf  $T_w$  ab und verliert dabei die fühlbare Wärmemenge  $\Delta q$ .
- Der erste Hauptsatz lautet  $dq = c_p dT - \alpha dp$  : hier ist  $dp = 0$ .

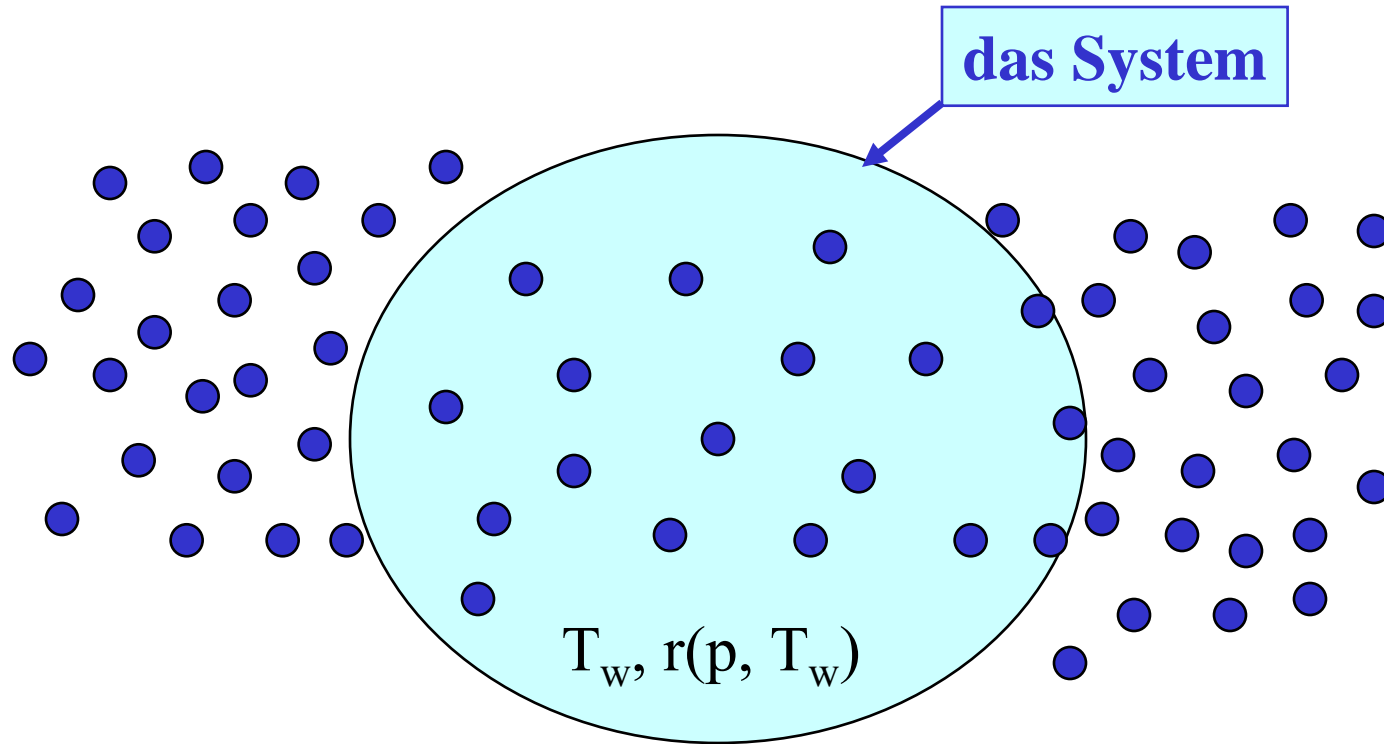
**Regen**



**Luftpaket**



$p, T, r$



$$\Delta q = c_p(T_w - T) + r_g c_{pv}(T_w - T)$$

↑ **Gesamtwassergehalt**

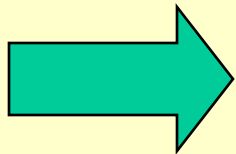
$r_g$  = ursprünglicher Wassergehalt  $r$  + Wasseranteil  $r_s - r$ .

$$\Delta q = (c_p + r_s c_{pv})(T_w - T)$$

## Feuchttemperatur 3

$$-\Delta q = (c_p + r_s c_{pv})(T - T_w)$$

**Wenn die fühlbare Wärme um  $\Delta q$  abnimmt, erhöht sich die latente Wärme um  $L(r_s - r)$ .**



$$(c_p + r_s c_{pv})(T - T_w) = L(r_s(p, T_w) - r)$$

- **Bei gegebenem  $r$  und  $T$  stellt diese Gleichung eine implizite Beziehung für  $T_w$  dar.**
- **Aber  $T$  und  $T_w$  lassen sich einfach messen.**
- **Dann kann  $r$  mit Hilfe dieser Gleichung bestimmt werden.**

## Feuchttemperatur 4

$$(c_p + r_s c_{pv})(T - T_w) = L(r_s(p, T_w) - r)$$

- Wenn man die relativ kleine Änderung des Wasserdampfwärmegehalts  $r_s c_{pv}(T - T_w)$  vernachlässigt, ergibt sich

$$r = r_s - \frac{c_p}{L}(T - T_w)$$

und für den Dampfdruck der Luft

$$e = e_s(T_w) - \frac{c_p}{\varepsilon L} p(T - T_w)$$

$c_p/(\varepsilon L)$  beträgt  $\approx 0,000622$

Einheiten von  $e$ ,  $e_s(T)$  und  $p$   
müssen übereinstimmen



$$e = e_s(T_w) - \frac{c_p}{\varepsilon L} p(T - T_w)$$

$$c_p/(\varepsilon L) \approx 0,000622$$

ist die Grundgleichung für die **psychrometrische Methode** der Feuchtemessung.

- Ein Psychrometer besteht aus zwei Thermometern, von eines die Lufttemperatur messen soll.
- Das Quecksilbergefaß des anderen ist mit einem feuchten Strumpf überzogen und kühlt sich infolge der Verdunstung auf  $T_w$  ab.

Aspirationspsychrometer

# Aspirationspsychrometer nach Aßmann

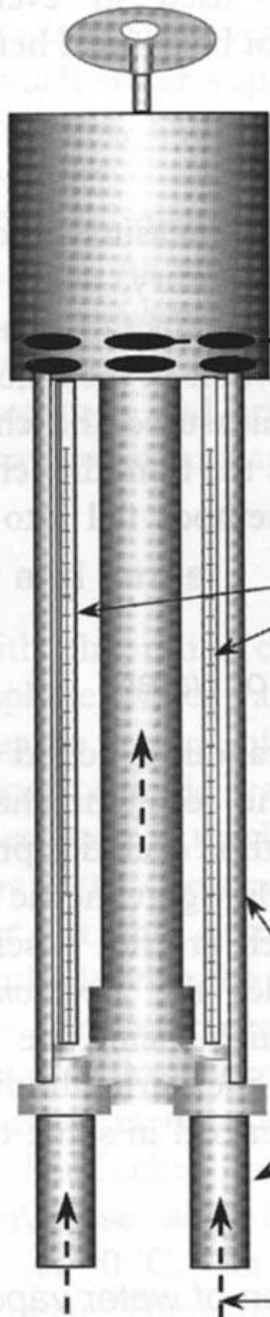
**Aufziehbarer Ventilator**

**Thermometer**

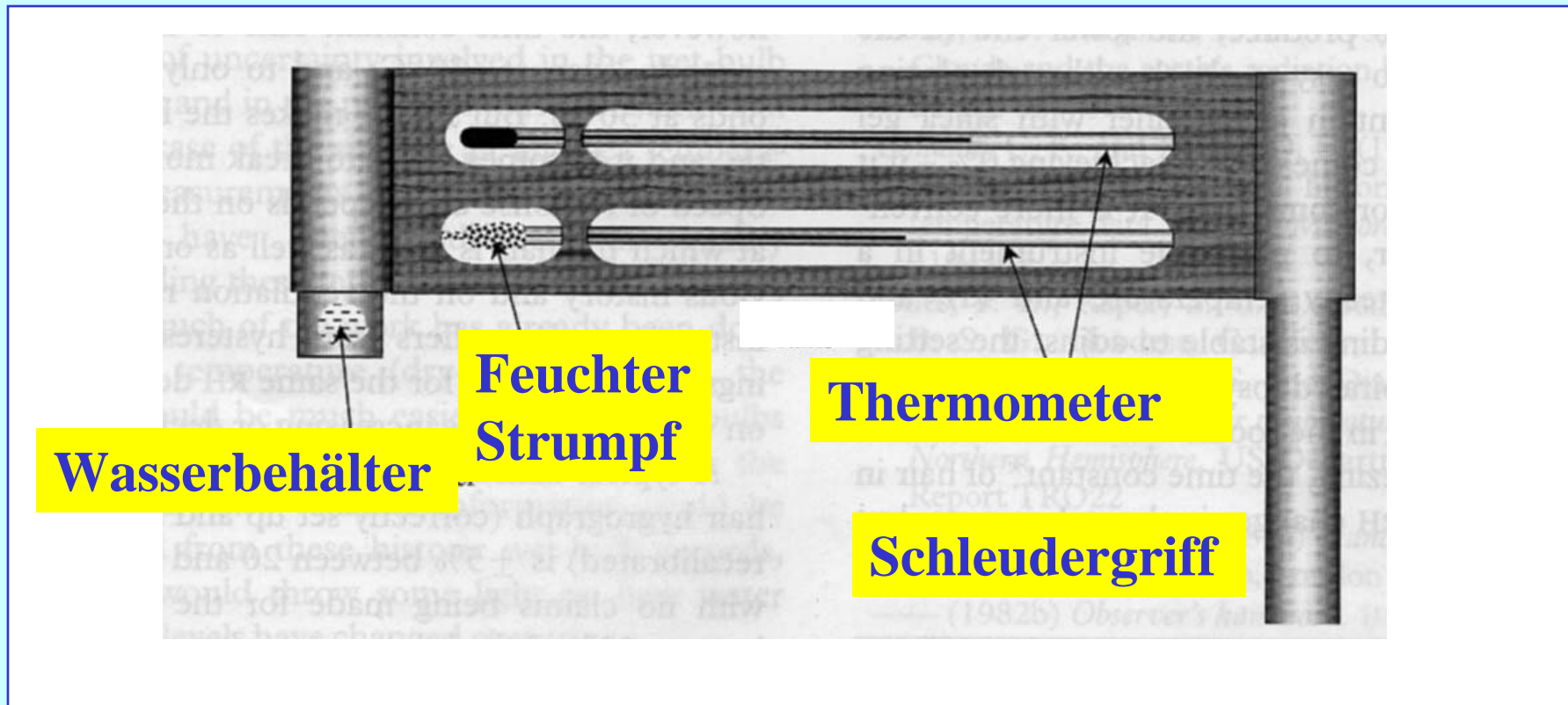
**Strahlungsschild**

**Luftströmung**

Hier werden zwei normale, durch einen Chrommantel weitestgehend gegen Strahlung geschützte, Thermometer durch einen elektrischen oder mechanischen Ventilator belüftet, wobei eines der Thermometer mit einem feuchten Strumpf überzogen ist um die Fechttemperatur zu messen.

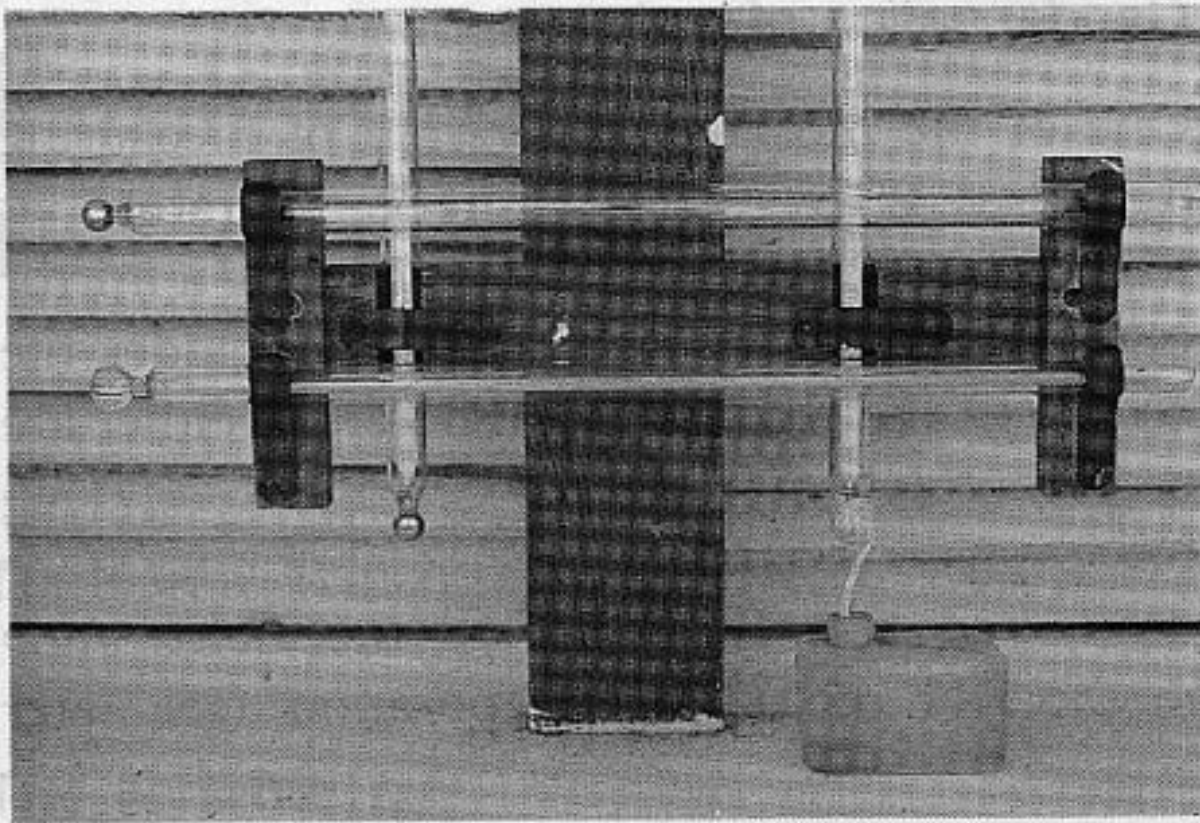


# Schleuderpsychrometer

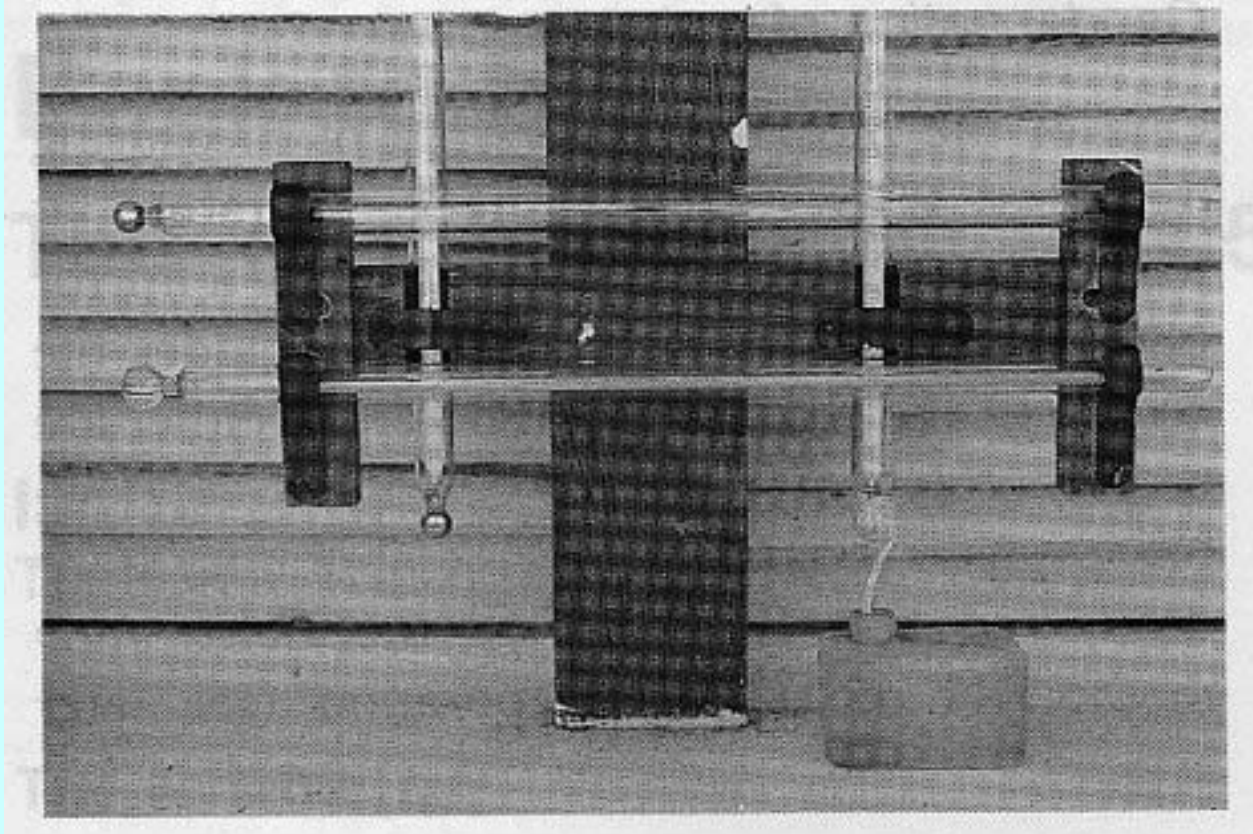


Funktionsweise analog zum Aspirationspsychrometer, allerdings fehlt hier der Schutz gegen die Strahlung. Der Luftstrom wird hier durch das schleudern des Psychrometers erzeugt, während der Strumpf durch die Verbindung mit dem Wasserbehälter ständig feucht gehalten wird.

## Stevenson Screen

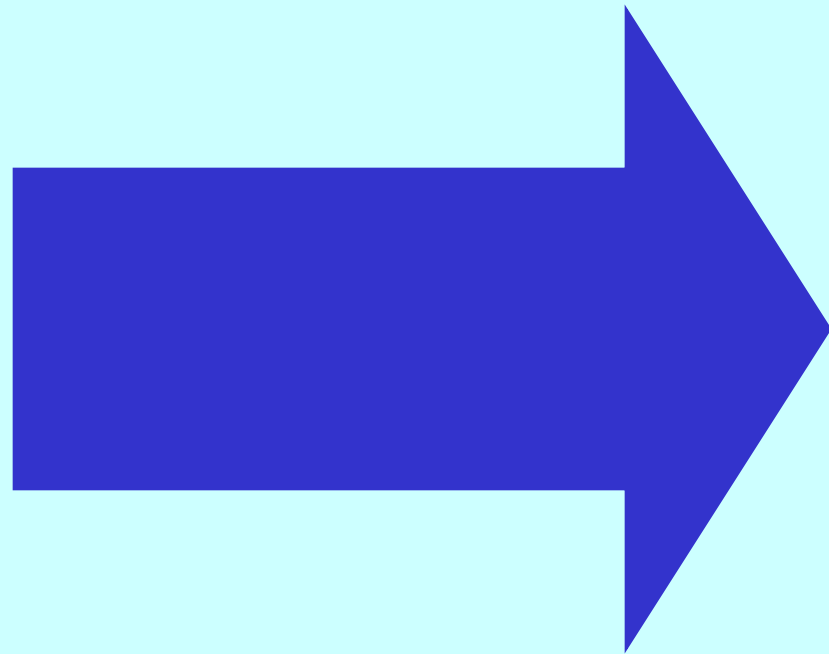


Die horizontalen Thermometer sind Min-Max-Thermometer, während das linke vertikal aufgehängte die aktuelle Temperatur mißt und das rechte die Fechttemperatur. Wieder wird das Thermometer mit einem feuchten Strumpf überzogen, der über die Verbindung mit einem Wassertank feucht gehalten wird.



- Bei der Messung mit einem nicht belüfteten Psychrometer muß man den Koeffizienten  $c_p/(\epsilon L)$  auf 0,00121 (statt 0,000622) korrigieren, um die Änderung der Verdunstungseigenschaften zu berücksichtigen.

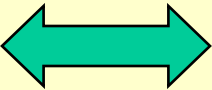
# Zusammenfassung



# Feuchtemeßgrößen

- **das Mischungsverhältnis: ist eine konservative Größe**

$$r = \frac{m_v}{m_d}$$

- **Der Dampfdruck:**  $e = \frac{rp}{\varepsilon + r}$    $r = \frac{\varepsilon e}{p - e}$

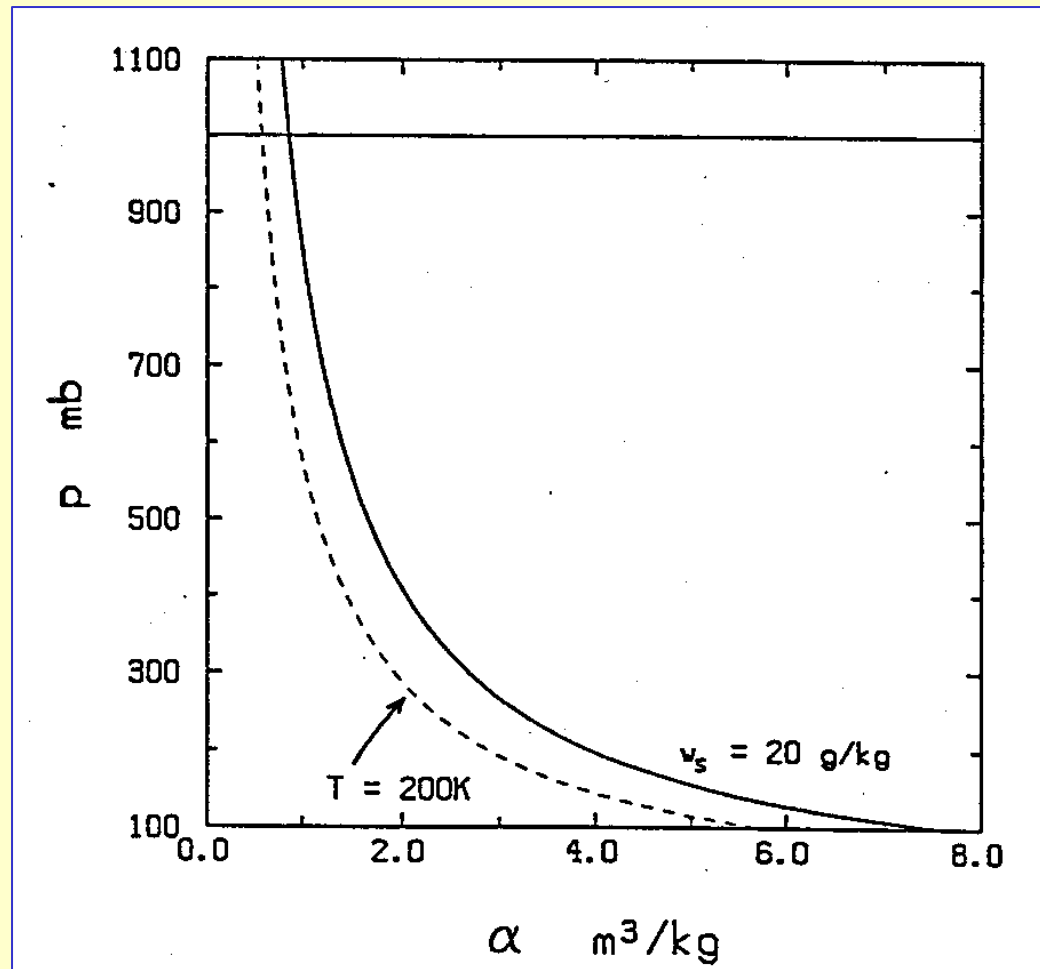
**ist keine Erhaltungsgröße**

- **Sättigungsdampfdruck über einer ebenen Wasseroberfläche (aus reinem Wasser),  $e_s$ .**

$$e_s(T) = 6,112 \exp\left(\frac{17,67T}{T + 243,5}\right) \quad \text{mit } T \text{ im } ^\circ\text{C.}$$

# Feuchtemeßgrößen

➤ Das Sättigungsmischungsverhältnis  $r_s(p, T) = \frac{\epsilon e_s(T)}{p - e_s(T)}$





## Feuchtemeßgrößen

- **Die relative Feuchte**,  $RH = 100 \times e/e^*(T)$ .
  - $e^* = e^*(T)$  ist das **Sättigungsdampfdruck**
  - ist keine konservative Größe.
- **Taupunkttemperatur (dew-point temperature auf Englisch)** - oder einfach **Taupunkt**,  $T_d =$  die Temperatur, bei der der Dampfdruck und Sättigungsdampfdruck gleich groß sind.

$$r = r_s(p, T_d) = \frac{\varepsilon e_s(T_d)}{p - e_s(T_d)}$$

- **Reifepunkt (Frostpunkt)  $T_i$** ; die Luft wird bei konstantem Druck soweit abkühlt, bis sie gegenüber einer ebenen Eisoberfläche gesättigt ist.

## Feuchtemeßgrößen

- Die **spezifische Feuchte**,  $q$ , = die Masse Wasserdampf pro Einheitsmasse **feuchte Luft**:

$$q = \frac{r}{1 + r}$$

## Latente Wärme

- Die **Schmelzwärme** ist die Wärmemenge, die nötig ist, um 1 kg einer Substanz (bei gleichbleibender Temperatur) von der festen in die flüssige Phase überzuführen.
- Die Temperatur beim Phasenübergang wird **Schmelzpunkt** genannt.
- Die **Verdampfungswärme** ist die Wärme, die gebraucht wird, um 1 kg einer Substanz (bei gleichbleibender Temperatur) von der flüssigen in die gasförmige Phase überzuführen.

$$\text{bei } 100 \text{ C} \quad L = 2,257 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

$$\text{bei } 0 \text{ C}, \quad L = 2,500 \times 10^6 \text{ J/kg.}$$

## Sättigungsdampfdruck über Eis

- Sättigungsdampfdruck über einer ebenen Eisoberfläche,  $e_{si}$ .

# Feuchttemperatur

- Wenn Regentropfen in ungesättigte Luft fallen und dabei verdunsten, erhöht sich der Dampfdruck.
- Die **Verdampfungswärme**, die zum Verdunsten nötig ist, wird in diesem Fall der Luft entzogen.
- Dabei sinkt die Lufttemperatur und auch der Sättigungsdampfdruck, obwohl der Luftdruck konstant bleibt.
- Regnet es lange genug, nähert sich die Luft allmählich dem Sättigungszustand.
- Wenn die Sättigung erreicht ist, dann geht die Temperatur nicht mehr weiter zurück.
- Die Temperatur der gesättigten Luft nennt man die **Feuchttemperatur**,  $T_w$  (**wet-bulb temperature auf Englisch**).

# Feuchttemperatur

$$(c_p + r_s c_{pv})(T - T_w) = L(r_s(p, T_w) - r)$$

- Bei gegebenem  $r$  und  $T$  stellt diese Gleichung eine implizite Beziehung für  $T_w$  dar.
- Aber  $T$  und  $T_w$  lassen sich einfach messen.
- Dann kann  $r$  mit Hilfe dieser Gleichung bestimmt werden.

$$r = r_s - \frac{c_p}{L}(T - T_w)$$

$$e = e_s(T_w) - \frac{c_p}{\varepsilon L} p(T - T_w) \quad c_p/(\varepsilon L) \approx 0,000622$$



**Ende**