

Thermodynamik der Atmosphäre III

Änderung der inneren Energie dU

$$dq = du + pd\alpha$$

- Wärmezufuhr bewirkt nicht nur eine **Ausdehnung** sondern auch eine **Temperaturerhöhung** des Gases.
- Die **potentielle Energie** wird von den Anziehungskräften zwischen den Gasmolekülen verursacht.
- Beim **idealen Gas** ist die **potentielle Energie** definitionsgemäß zu **vernachlässigen**, weil es keine Wechselwirkungen zwischen den Gasteilchen gibt.
- **D**ie innere Energie einer bestimmten Menge eines idealen Gases hängt nur von der Temperatur ab. (**Mayer's Experiment zeigt dies**).

Spezifische Wärmekapazität

$$dq = du + pd\alpha$$

- Für die Berechnung der **Energieänderung** dU benötigt man sowohl die Temperaturänderung als auch die spezifische Wärmekapazität der Substanz.
- Man bezeichnet das Verhältnis der zugeführten Wärmemenge dQ zur erzielten Temperaturerhöhung dT als Wärmekapazität c .
- Die **spezifische Wärmekapazität** c ist die Wärmemenge, die notwendig ist, um 1 kg eines Stoffes um 1 K zu erwärmen - (Phasenübergänge sind hierbei ausgeschlossen sein).

$$c = \frac{dq}{dT}$$

Spezifische Wärmekapazität

$$c = \frac{dq}{dT}$$

- Für Wasser beträgt die spezifische Wärmekapazität c :
 - bei 0°C : 4218 J/K/kg ,
 - bei 30°C : 4179 J/K/kg .
 - - die % Änderung » $40/4200 \sim 1\%$ in diesem Bereich.



- **P** um die Temperatur von 1 kg Wasser von 10°C auf 20°C zu erhöhen, benötigt man eine Wärmemenge $\Delta Q = c \times \Delta T \approx 4200 \times 10 = 4.2 \times 10^4 \text{ J}$.

Spezifische Wärmekapazität

- Bei Gasen muß man **zwei Arten** der spezifischen Wärmekapazität unterscheiden.
- Es wird eine größere Wärmemenge benötigt, wenn sich das Gas ausdehnen kann (d.h. wenn eine Volumenänderung stattfinden kann), als wenn das Volumen konstant bleibt (z.B. wenn der Kolben fest ist).



$$dq = du$$



$$dq = du + pd\alpha$$

$$c = \frac{dq}{dT}$$

Spezifische Wärmekapazität

$$c = \frac{dq}{dT}$$

- Hält man den Kolben des Zylinders fest und erwärmt das eingeschlossene Gas, so kann das Gas keine Volumenänderungsarbeit leisten ($dw = 0 \Rightarrow dq = du$).
- Die **spezifische Wärmekapazität bei konstanten Volumen** ist:

$$c_v = \frac{dq}{dT} = \left(\frac{du}{dT} \right)_{\alpha=\text{const}}$$

- Die innere Energie u von 1 kg eines idealen Gases hängt nicht vom Volumen ab (**Mayer's Experiment**). P

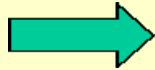
$$du = c_v dT$$

Spezifische Wärmekapazität

$$dq = du + pd\alpha$$

mit

$$du = c_v dT$$



$$dq = c_v dT + pd\alpha$$

- Angenommen der Kolben des Zylinders bewegt sich bei der Erwärmung des Gases gerade so mit, daß der Druck konstant bleibt, dann läßt sich die **spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck** definieren:

$$c_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_{p=\text{const}}$$

- In diesem Fall erhöht die zugeführte Wärmemenge die Temperatur und gleichzeitig wird der Kolben vom Gas nach außen gedrückt $\Rightarrow dw \neq 0$.

Spezifische Wärmekapazität

Ideale Gasgleichung $\Rightarrow p\alpha = RT$

differentielle Form $\Rightarrow \underline{pd\alpha} + \alpha dp = R dT$

Erster Hauptsatz $\Rightarrow dq = c_v dT + \underline{pd\alpha}$

$$\Rightarrow dq = (c_v + R)dT - \alpha dp$$



$$c_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_{p=\text{const}} = c_v + R$$

- Die Werte für trockene Luft sind

- $c_v = 717 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- $c_p = 1004 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$

Der erster Hauptsatz

Zwei Schreibweisen

$$dq = c_v dT + p d\alpha$$

$$dq = c_p dT - \alpha dp$$

- Auch wenn die Terme αdp und $p d\alpha$ ähnlich aussehen, sollten sie nicht verwechselt werden, weil αdp **nicht** die vom Gas verrichtete Arbeit ist.

Enthalpie

- Wird einer Substanz bei konstantem Druck (z.B. Atmosphärendruck) Wärme zugeführt, beträgt die verrichtete Arbeit pro Einheitsmasse:

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} p d\alpha = p(\alpha_2 - \alpha_1)$$

- Dann $dq = du + p d\alpha$ \mathcal{P}

$$\begin{aligned}\Delta q &= u_2 - u_1 + p(\alpha_2 - \alpha_1) \\ &= (u_2 + p\alpha_2) - (u_1 + p\alpha_1) \\ &= h_2 - h_1\end{aligned}$$

$h = u + p\alpha$ wird spezifische Enthalpie genannt.

Die spezifische Enthalpie des idealen Gases

- Die differentielle Form \mathcal{P}

$$dh = du + d(p\alpha) = c_v dT + R dT = c_p dT$$

- Die **spezifische Enthalpie** des idealen Gases $h = c_p T$.

Für $T = 0^\circ\text{K}$ wurde festgelegt: $h = 0$

Enthalpie

- Bei Vertikalbewegungen eines Luftpakets in der Atmosphäre kann man Druckänderungen nicht vernachlässigen.

Nun
$$\phi(z) = \int_0^z g(z') dz'$$

- Dann für eine Atmosphäre, die sich im **hydrostatischen Gleichgewicht** befindet $d\phi = g dz = -\alpha dp$ \mathcal{P}

$$dq = du + p d\alpha \Rightarrow dq = du + d(p\alpha) - \alpha dp$$

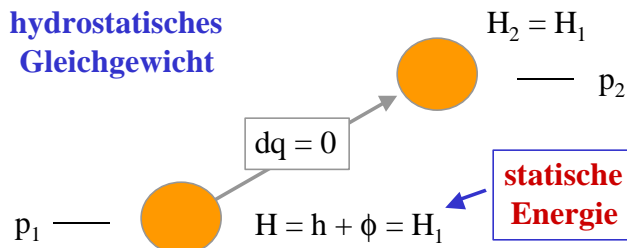
$$\Rightarrow dq = dh + d\phi$$

$$\Rightarrow dq = d(h + \phi) = d(c_p T + \phi)$$

Adiabatischer Prozeß

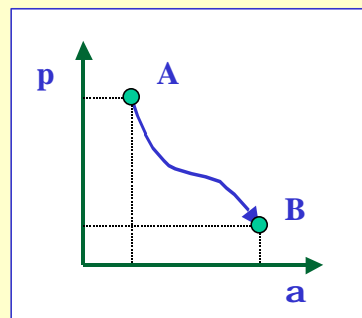
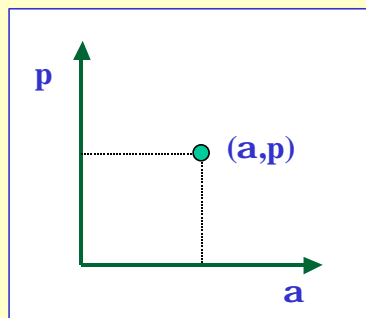
- Wenn zwischen dem Luftpaket und seiner Umgebung kein Wärmeaustausch stattfindet (d.h. $dq = 0$), ist $H = h + \phi$ eine **Erhaltungsgröße**.
- Wenn keine Wärmeaustausch stattfindet, beschreiben wir den Prozeß als einen **adiabatischen Prozeß**.

hydrostatisches
Gleichgewicht



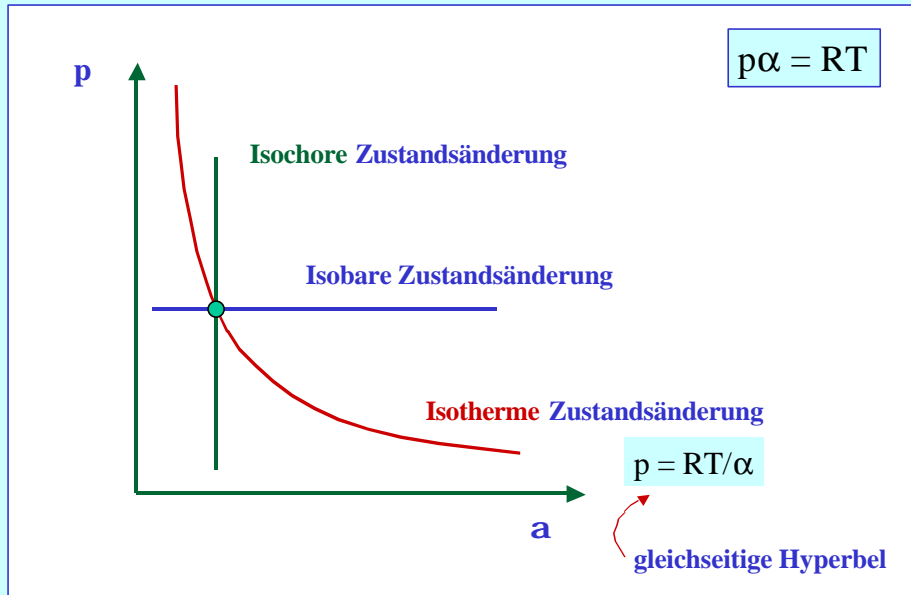
Graphische Darstellung von Zustandsänderungen

- Der thermodynamische Zustand eines Gases läßt sich durch einen Punkt im pV - oder $p\alpha$ -Diagramm angeben.

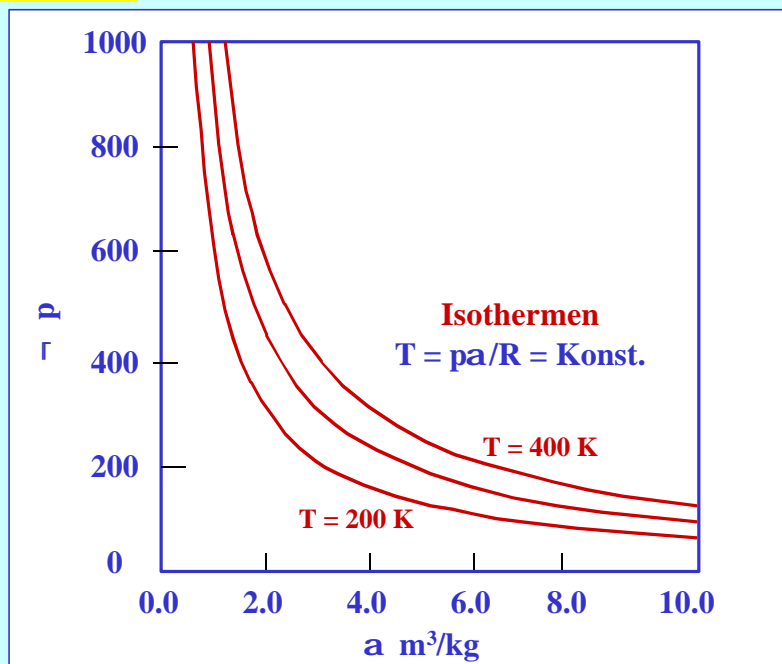


- Zustandsänderungen kann man durch Kurven in diesem Diagramm darstellen.

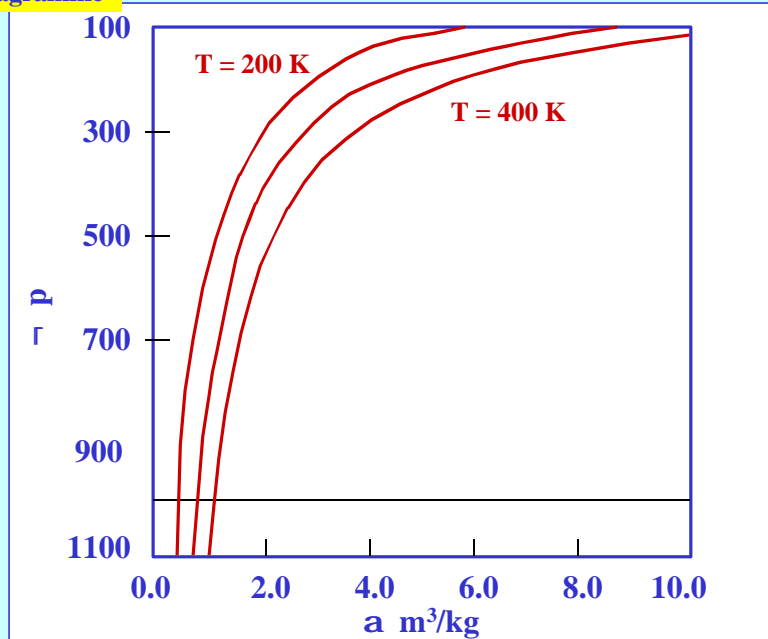
p-a Diagramme



p-a Diagramme



p- α Diagramme



➤ Die Grundlage für ein sogenanntes **aerologisches Diagramm**.

Thermodynamische Diagramme

- Neben p und α kann man genauso gut irgendeine andere Kombination der drei Variablen p , T und α wählen.
- Thermodynamische Diagramme sind ein wichtiges Hilfsmittel bei der Analyse des vertikalen Aufbaus der Atmosphäre.
- Auf diese Weise können aus den Meßdaten der Radiosondenaufstiege die Wolkenbasis oder die Wahrscheinlichkeit von Schauern und Gewittern bestimmt werden.
- Von der Anwendung des thermodynamischen Diagramms müssen ein paar Grundbegriffe erläutert werden.

Adiabatische Zustandsänderungen

- Bei der Bewegung eines Luftpakets in der Atmosphäre kann zumindest für ein paar Stunden die **von außen zugeführte** Wärmemenge vernachlässigt werden, da die Luft nur eine geringe Wärmeleitfähigkeit besitzt.
- Annahme:
 - **keine Mischung** mit der umgebenden Luft
 - **die absorbierte bzw. emittierte Strahlungsenergie ist ebenfalls klein**
- das Luftpaket bleibt bei dessen Verlagerung fast völlig wärmeisoliert von der Umgebung \mathcal{P} eine **adiabatische Zustandsänderung**.

Adiabatische Zustandsänderungen

- Zunächst untersuchen wir das Verhalten von trockener Luft.
- Ohne Wärmezufuhr dq vereinfacht sich der erste Hauptsatz:

$$\begin{aligned} \alpha &= RT/p \\ (dq =) 0 &= c_p dT - \alpha dp \Rightarrow 0 = c_p \frac{dT}{T} - \frac{R}{p} dp \\ 0 &= d \ln T - \frac{R}{c_p} d \ln p \end{aligned}$$

κ

Nach Integration

$$\ln T - \kappa \ln p = \text{Konst.}$$

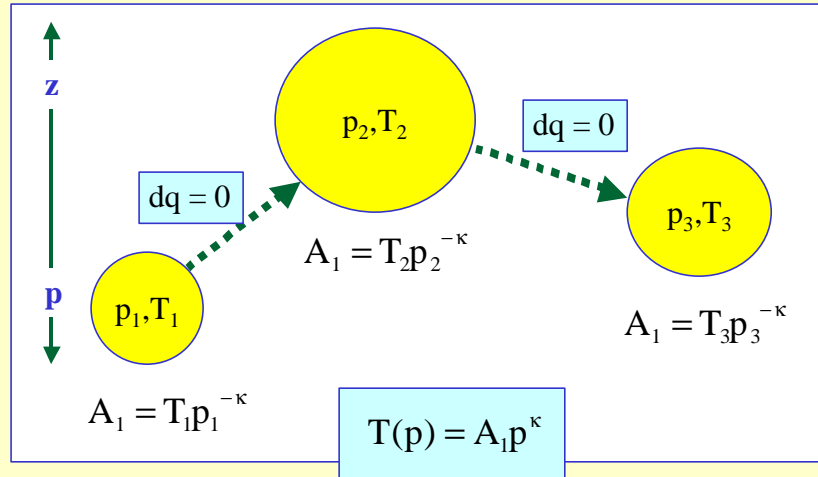
\mathcal{P} $T = T(p)$ für einen adiabatische Prozeb

Adiabatische Zustandsänderungen

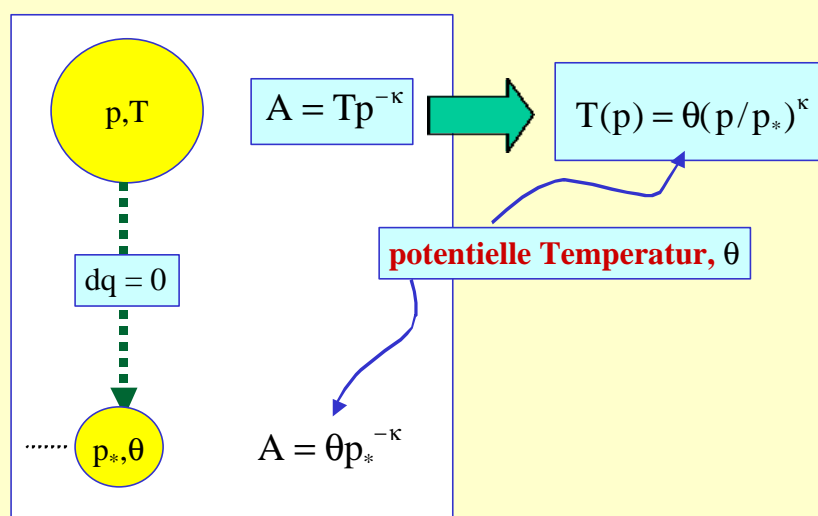
$$\ln T - \kappa \ln p = \text{Konst.}$$



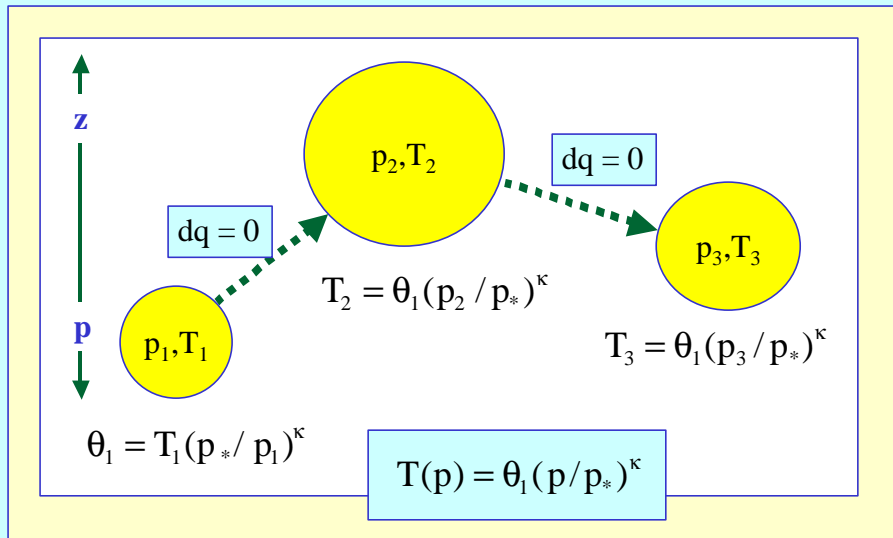
$$T = Ap^\kappa$$



Die potentielle Temperatur



Die potentielle Temperatur



Adiabaten in einem p - α -Diagramm

➤ Die potentielle Temperatur ist eine Funktion von Druck und Temperatur: $\theta = \theta(p, T) = T(p^*/p)^\kappa$.

➤ Mit $T = p\alpha/R$: $\theta = \theta(p, \alpha) = (p\alpha/R)(p^*/p)^\kappa$.

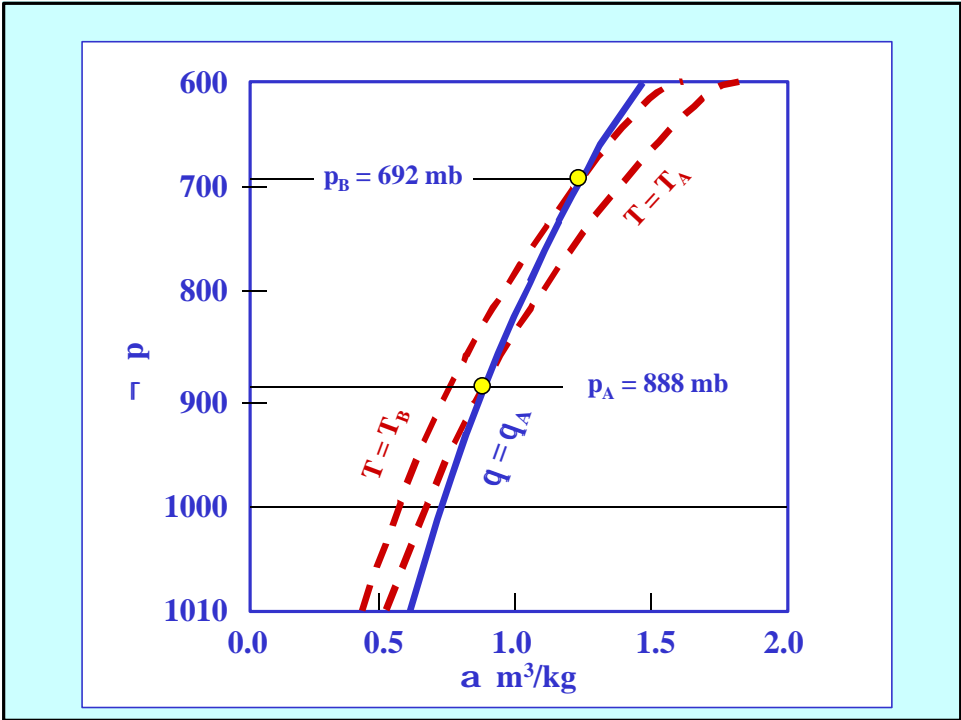
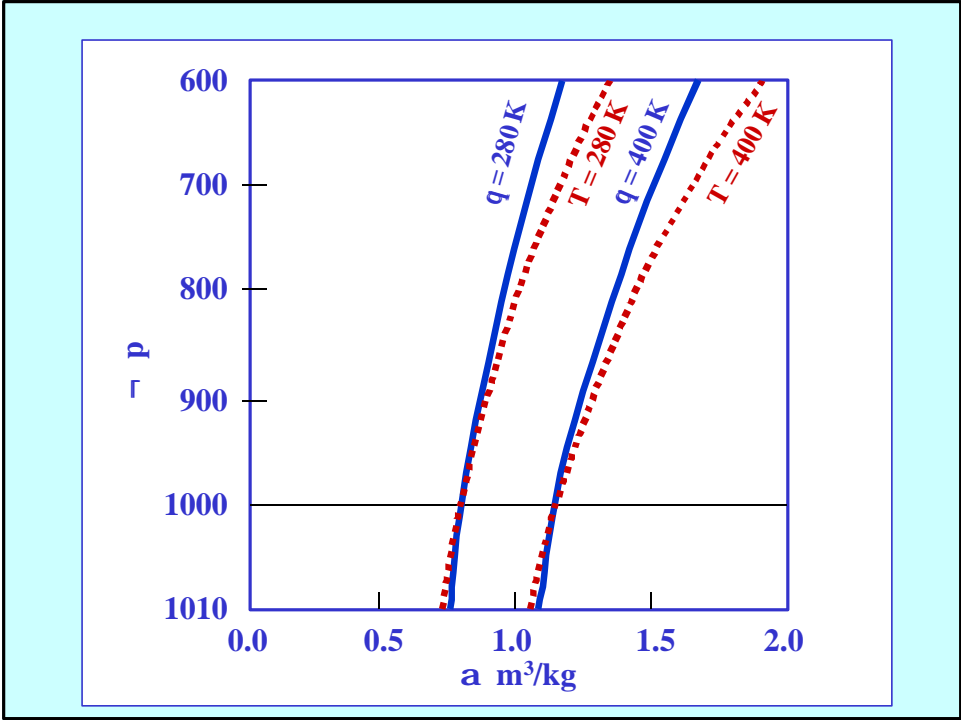
➤ Löst man die Gleichung $\theta = (p\alpha/R)(p^*/p)^\kappa$ nach α auf, ergibt sich:

$$\alpha = \frac{R\theta}{p_*} \left(\frac{p_*}{p} \right)^{1-\kappa}$$

➤ Für verschiedene Werte $\theta = \text{Konstant}$ können die Kurven $\alpha = \alpha(p)$ in einem $(-p)\alpha$ -Diagramm eingetragen werden.

➤ Wir nennen diese Kurven **Trockenadiabaten**.

➤ Entlang dieser Linien erfolgt die **trockenadiabatische Zustandsänderung** eines Luftpakets.



Gleichgewicht und Stabilität in der Atmosphäre

- Beim Wettergeschehen spielen Vertikalbewegung eine wichtige Rolle.
- Wenn z.B. an einem Sommertag Luftpakete, die von der Sonne aufgeheizt sind, vom Boden aus mehrere Kilometer aufsteigen, dann ist die Wahrscheinlichkeit für ein Gewitter sehr groß.
- Wenn die Luftpakete weiter unten abgebremst werden, bilden sich höchstens ein paar Wolken.
- Wir werden nun diskutieren, welche Kräfte auf ein Luftpaket einwirken, das sich zunächst in Ruhelage befindet und schließlich gestört wird und wie sich das unterschiedliche Verhalten erklären läßt.

Ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit

- Zuerst werden die Kräfte untersucht, die auf ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit wirken, das aus dem Gleichgewicht gebracht wird.
- Ein Beispiel für eine **inkompressible Flüssigkeit** ist Wasser.
- Am Ozeanboden - in durchschnittlich 4 km Tiefe - herrscht zwar ein gewaltiger Druck.
- Trotz dies unterscheidet sich die Dichte des Wassers nur um **ein paar Prozent** von der des Oberflächenwassers.
- Das Wasser wird (im Gegensatz zur Luft) unter seinem eigenen Gewicht nicht zusammengedrückt.
- Die **Dichte hängt ausschließlich von der Temperatur ab.**

Ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit 2

- Bei einer kleinen Temperaturänderung von T_0 auf T steht die **dazugehörige** Dichteänderung $\rho(T) - \rho(T_0)$ in linearen Zusammenhang:

$$\rho(T) - \rho(T_0) = k(T - T_0)$$

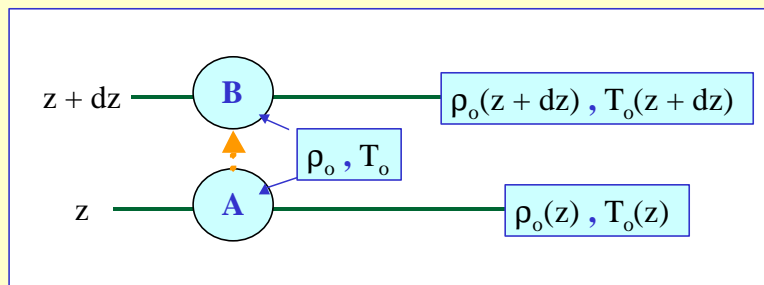
↳ $\rho(T) = \rho_0(T_0)[1 - \mu(T - T_0)]$, k, μ **Konstante**.

Hier $\mu = -k/\rho_0(T_0)$, wenn $T, T_0 > 4 \text{ C}$.

- Unter diesen Bedingungen nimmt die Dichte von Wasser mit zunehmender Temperatur ab.

Ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit 3

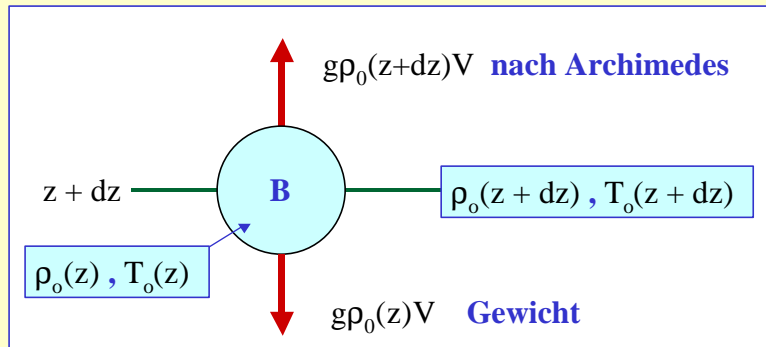
- Wir betrachten einen Wasserkörper mit dem Volumen V , der von seiner Gleichgewichtslage A in der Höhe z auf den benachbarten Punkt B mit der Höhe $z + dz$ gehoben wird.



- Die Dichte ρ_0 und Temperatur T_0 des Wassers in diesem Körper ändert sich nicht.
- Dies ist eine gute Annahme, weil die **Diffusion von Wärme** relativ klein ist.

Ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit 4

- Das Archimedische Prinzip besagt, daß der Gewichtskraft des Körpers $g\rho_0(z)V$ eine Kraft entgegenwirkt, die gleich der Gewichtskraft des **von ihm verdrängten Wassers** $g\rho_0(z+dz)V$ ist.

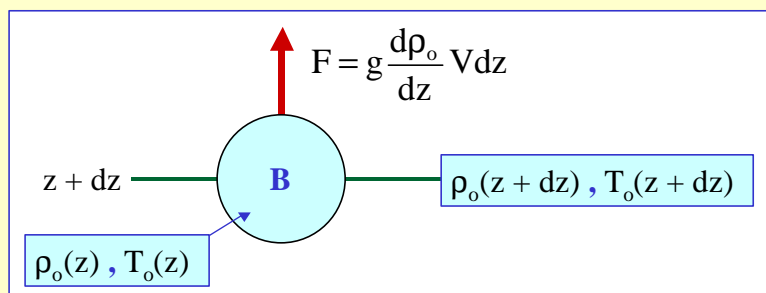


Nettokraft $F = g[\rho_0(z + dz) - \rho_0(z)]V$ ist die **Auftriebskraft**.

Ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit 5

Für kleine Höhenänderungen gilt

$$\rho_0(z + dz) - \rho_0(z) = \frac{d\rho_0}{dz} dz \quad \Rightarrow \quad F = g \frac{d\rho_0}{dz} V dz$$



$$\frac{d\rho_0}{dz} < 0$$

es wirkt eine rücktreibende Kraft

Das Wasser ist **stabil geschichtet**

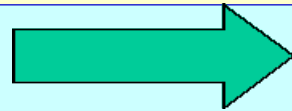
Ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit 6

$$F = g \frac{d\rho_o}{dz} V dz$$

$$\frac{d\rho_o}{dz} < 0 \quad \rightarrow$$

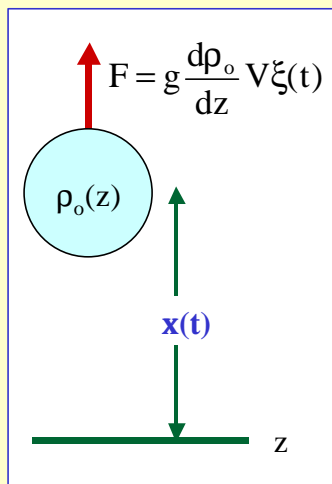
Es genügt die kleinste Störung, um eine Umlagerung der ganzen Schicht auszulösen (**labile Schichtung**).

- Die Bewegungen der Wasserteilchen dauern so lange bis das Wasser durchmischt und $d\rho_o/dz = 0$ ist (**neutrale Schichtung**).
- Die Bewegung des Wasserkörpers kann mit Hilfe des zweiten Gesetzes von Newton mathematisch beschrieben werden.



Ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit 7

- Es wird angenommen, daß **nur die Auftriebskraft** wirkt (z.B. **keine Reibungskraft**). Newton \mathcal{P}



Masse \cdot Beschleunigung = Kraft,

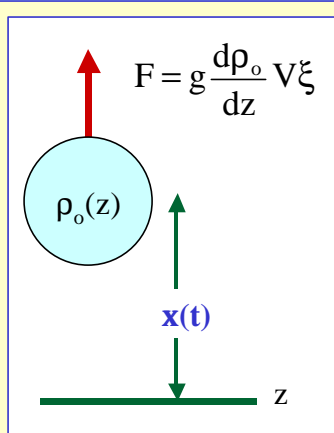
$$\rho_o(z) V \times \frac{d^2 \xi}{dt^2} = g \frac{d\rho_o}{dz} V \xi$$

$$\rightarrow \frac{d^2 \xi}{dt^2} + N^2 \xi = 0$$

$$N^2 = - \frac{g}{\rho_o} \frac{d\rho_o}{dz}$$

Brunt-Väisälä-Frequenz
(oder **Auftriebsfrequenz**)

Ein Teilchen in einer inkompressiblen Flüssigkeit 8



$$F = -N^2 \xi$$

pro Einheitsmasse

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + N^2 \xi = 0 \quad N^2 = -\frac{g}{\rho_o} \frac{d\rho_o}{dz}$$

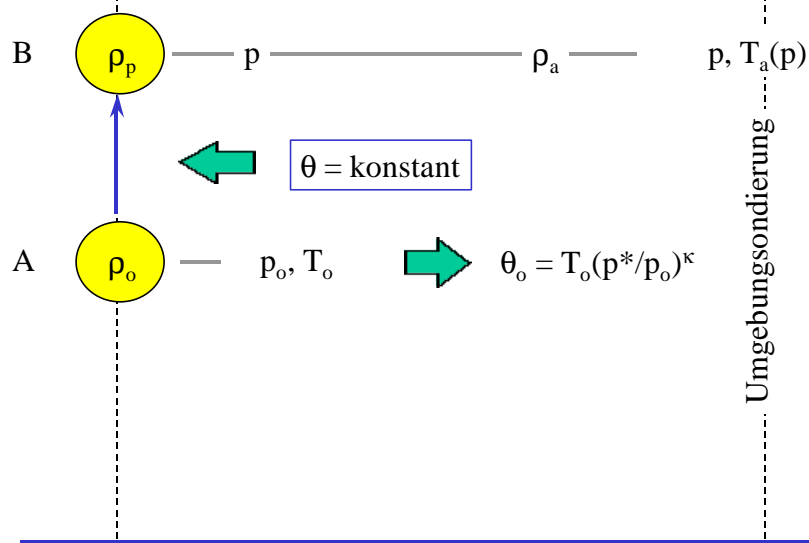
$N^2 > 0$ \Rightarrow harmonische Schwingungen

Lösung für N Konst. \Rightarrow

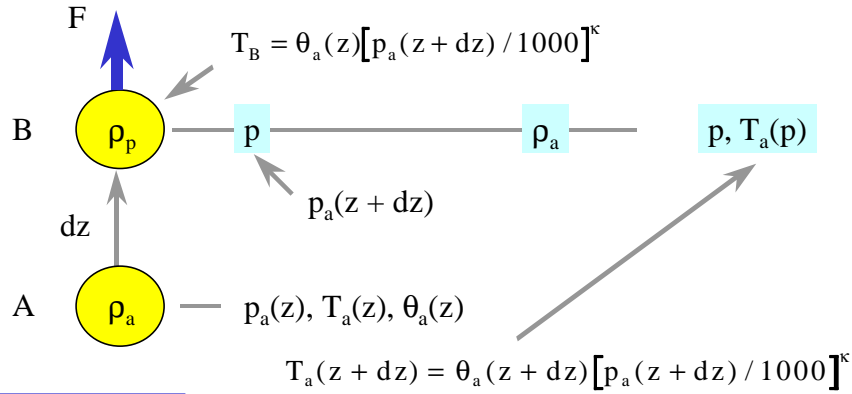
$$\xi = \xi_0 \cos(Nt + \chi) : \xi_0 \text{ und } \chi \text{ Konstanten.}$$

Der Wasserkörper schwingt mit der **Frequenz** N und der **(Brunt-Väisälä-) Periode** $T = 2\pi/N$ auf und ab.

Aufstieg eines trockenen Luftpakets



Auftriebskraft des Pakets in der Höhe B



Auftriebskraft

$$F = \frac{(\text{Gewicht der verschobenen Luft} - \text{Gewicht des Luftpakets})}{\text{Masse des Luftpakets}},$$

$$= (g\rho(z + dz)V - g\rho_B V) / \rho_B V,$$

Auftriebskraft

$$F = g \left[\frac{\rho_a(z + dz) - \rho_B}{\rho_B} \right] \quad \leftarrow \quad \rho = p_a(z + dz) / RT$$

$$= g \left[\frac{T_B - T_a(z + dz)}{T_a(z + dz)} \right] \quad \leftarrow \quad T = \theta [p_a(z + dz) / 1000]^{\kappa}$$

$$= g \left[\frac{\theta_a(z) - \theta_a(z + dz)}{\theta_a(z + dz)} \right] \quad \theta_B = \theta_a(z)$$

$$\Rightarrow F \approx -\frac{g}{\theta_a} \frac{d\theta_a}{dz} dz = -N^2 dz$$

N ist die Brunt-Väisälä-Frequenz oder Auftriebsfrequenz

Stabilität des Luftpakets

$$F = -N^2 dz \quad N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz}$$

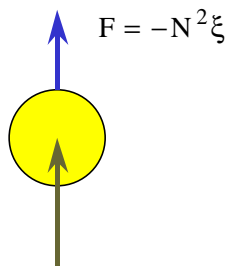
Drei Fälle:

- **Neutrale Stabilität** $N^2 = 0$ θ einheitlich mit Höhe.
- **Stabile Verlagerung** $N^2 > 0$ θ zunehmend mit Höhe.
- **Instabile Verlagerung** $N^2 < 0$ θ abnehmend mit Höhe.
- Diese Fälle gelten auch für Luftschichten
- Erheblich instabile Schichten werden in der Atmosphäre nie beobachtet, da sogar ein geringer Grad an Instabilität einen konvektiven Überschlag verursachen würde bis die Schicht schließlich neutral geschichtet ist.

Interpretation der Brunt-Väisälä Frequenz

Luftpaket - Masse m

Auslenkung ξ



Newton's zweites Gesetz



$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -m N^2 \xi$$



$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + N^2 \xi = 0$$



Die Bewegung ist harmonisch (Frequenz N , Periode $2\pi/N$)

Die trockenadiabatische Temperaturabnahme

- Das **Temperaturgefälle** Γ ist definiert als die Abnahmerate der Temperatur mit der Höhe, $-dT/dz$.

$$\theta = T(p_*/p)^\kappa \quad \longrightarrow \quad \ln \theta = \ln T + \kappa(\ln p_* - \ln p)$$

$$\longrightarrow \quad \frac{1}{T} \frac{dT}{dz} = \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dz} + \frac{\kappa}{p} \frac{dp}{dz}$$

$$\frac{d\theta}{dz} = 0$$

$$\frac{dp}{dz} = -g\rho$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\kappa T}{p} g\rho = -\frac{R}{c_p} \frac{g}{R} = -\frac{g}{c_p}$$

$$\Gamma = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} \quad \begin{array}{l} \longleftarrow 9.8 \text{ ms}^{-2} \\ \longleftarrow 1005 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} / \text{K} \end{array} \quad \Rightarrow \Gamma = 9.8 \text{ K/km}$$

Vertikales Temperaturgefälle

- Die Abnahmerate in einer **neutralen Schicht** ist konstant, und beträgt etwa 10 K/km, oder 1 K pro 100 m; dies ist die sogenannte **trockenadiabatische Temperaturabnahme** (**dry adiabatic lapse rate, dalr**).
- Es ist auch die Rate mit der sich ein Paket trockener Luft adiabatisch abkühlt (erwärmt), wenn es aufsteigt (absinkt).
- Wenn ein aufsteigendes Luftpaket seinen **Sättigungspunkt** erreicht, ist die anschließende Abkühlungsrate geringer als die trockenadiabatische, da durch Kondensation latente Wärme frei wird.

Stabilität eines feuchten Luftpakets

Auftriebskraft

$$F = g \left[\frac{\rho_a(z+dz) - \rho_B}{\rho_B} \right] \leftarrow \rho = p_a(z+dz)/RT_v$$

$$= g \left[\frac{T_{vB} - T_{va}(z+dz)}{T_{va}(z+dz)} \right] \leftarrow T_v = \theta_v [p_a(z+dz)/1000]^\kappa$$

$\theta_{vB} = \theta_{va}(z)$

Definition $\theta_v = T_v(1000/p)^\kappa$
Virtuelle potentielle Temperatur

$$F = g \left[\frac{\theta_{va}(z) - \theta_{va}(z+dz)}{\theta_{va}(z+dz)} \right]$$

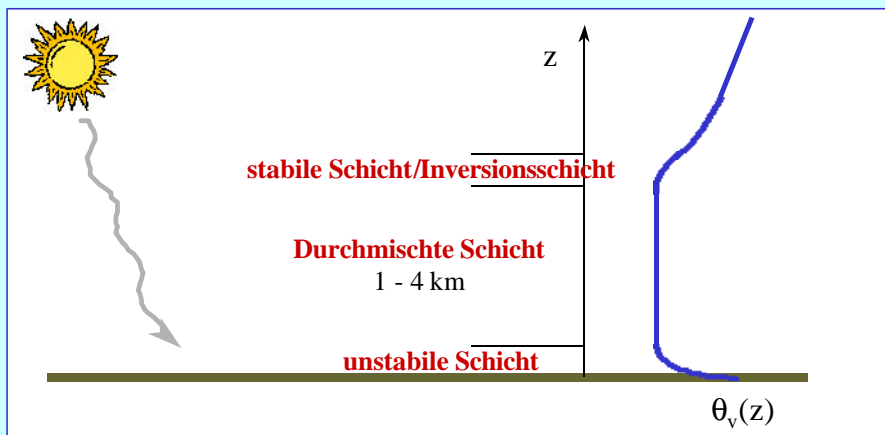
Für feuchte Luft

$$N^2 = \frac{g}{\theta_v} \frac{d\theta_v}{dz}$$

➔

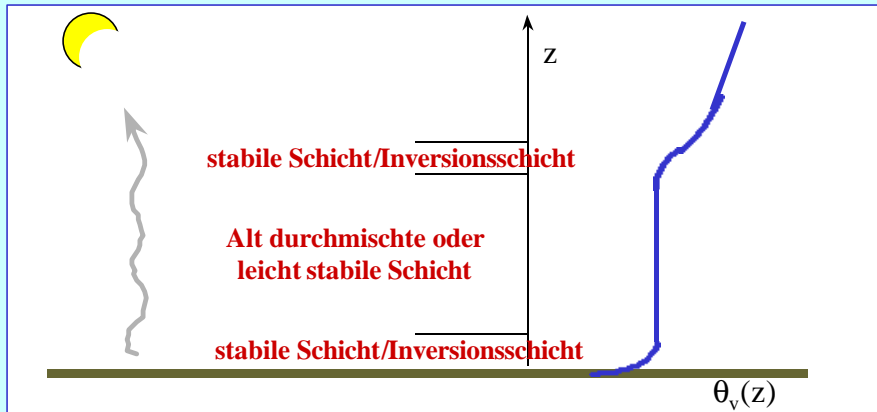
$$F \approx -\frac{g}{\theta_{va}} \frac{d\theta_{va}}{dz} dz = -N^2 dz$$

Konvektive Aufheizung untertags



Wenn der Boden durch die solare Strahlung geheizt wird, werden die bodennahen Luftschichten ständig durch die Konvektion durchmischte um eine neutrale Schichtung mit einer **einheitlichen (virtuell) potentiellen Temperatur** zu bilden.

Nächtliche Abkühlung durch Ausstrahlung



Nachts, wenn der Wind nicht zu stark ist, und besonders bei klarem Himmel, bildet sich eine starke **Strahlungs-inversion** in den untersten Schichten.

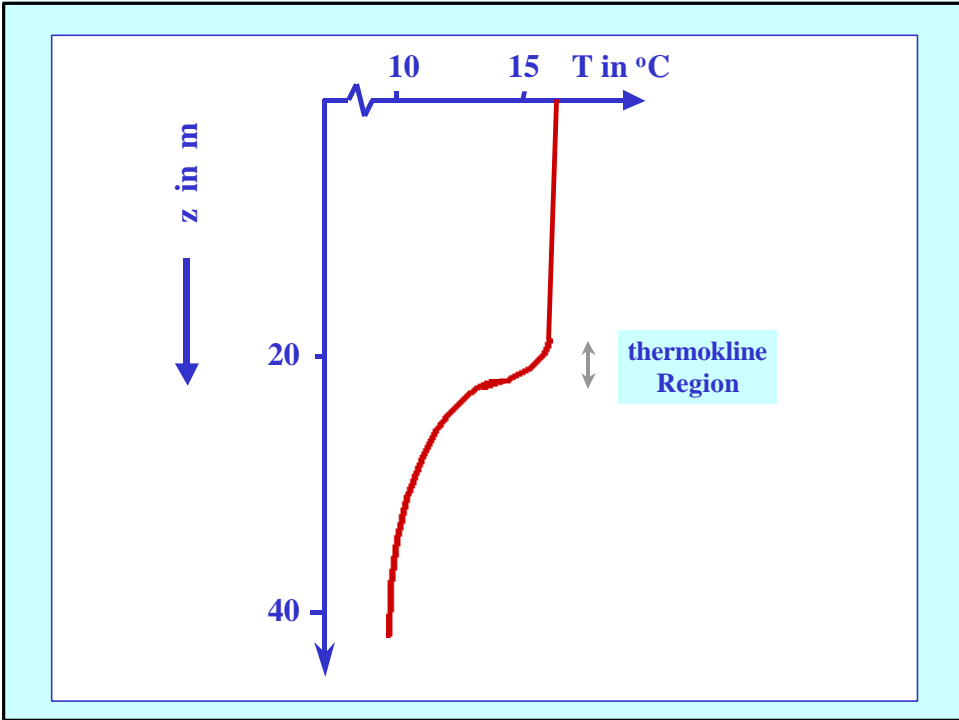
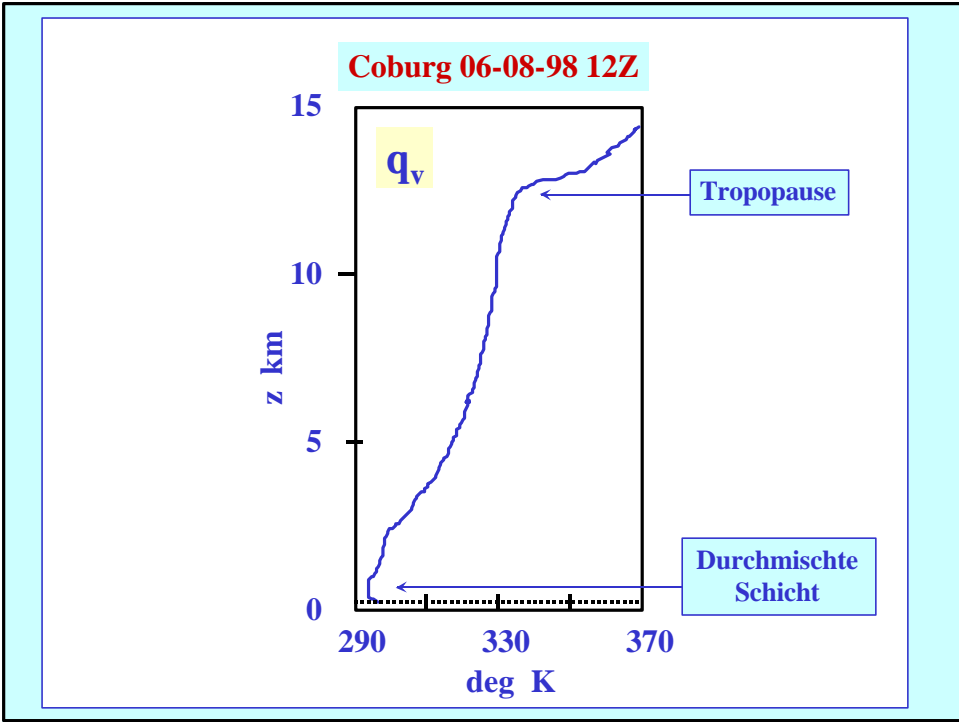
In einer **Inversion** nimmt nicht nur θ mit der Höhe zu, sondern auch T ; eine solche Schicht ist sehr stabil.

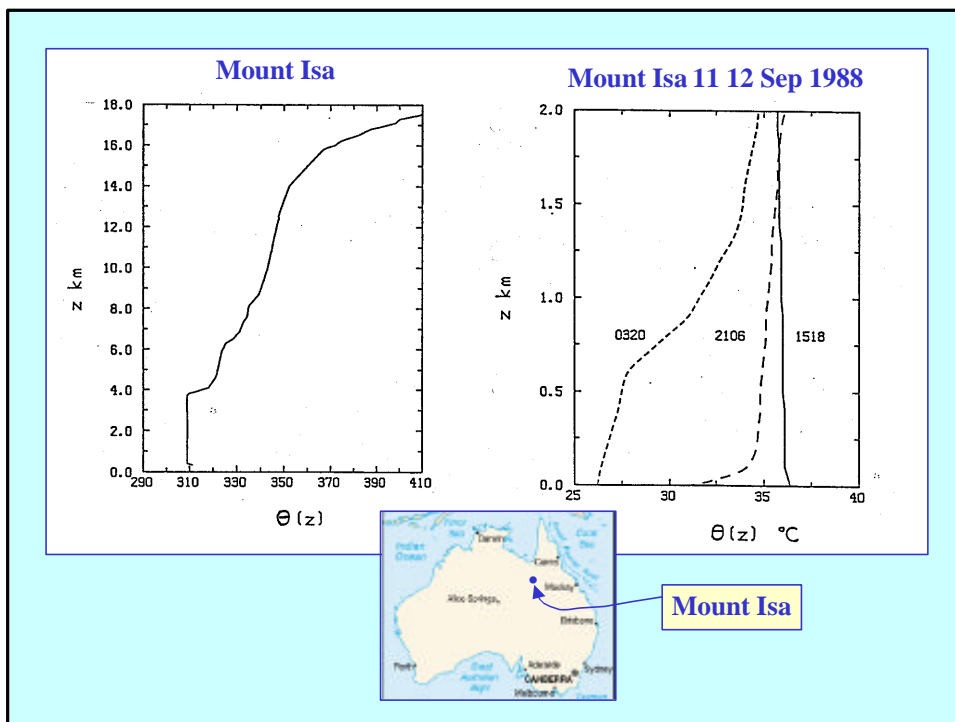
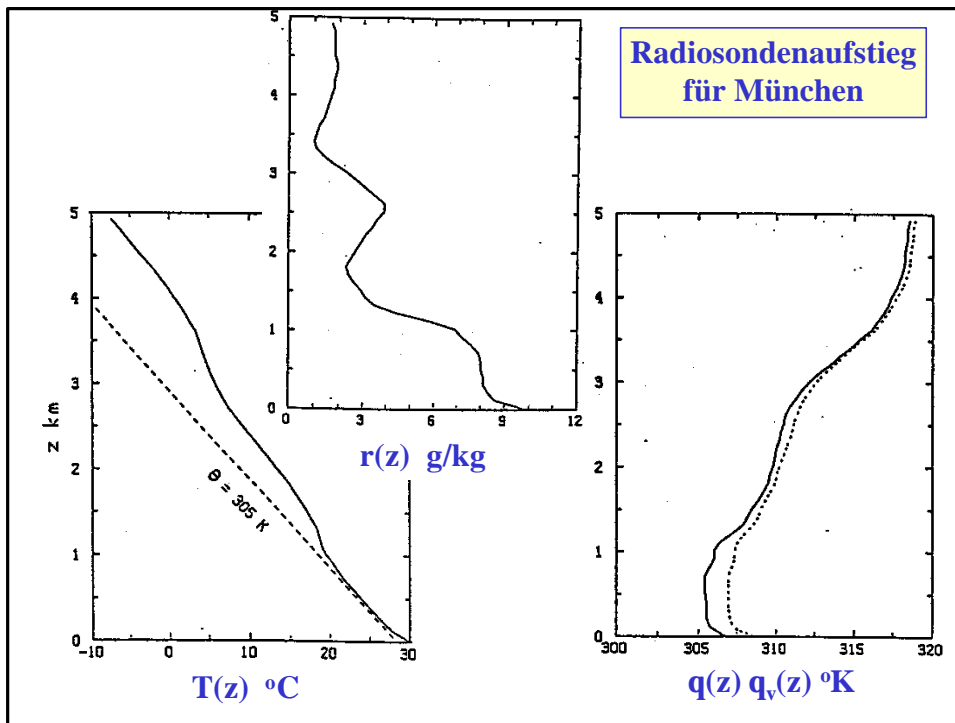
- N ist ein Schlüsselparameter für die atmosphärische Schwerewellentheorie.
- Da für eine feste Auslenkung die Rückstellkraft mit N zunimmt, kann die letztere als eine Quantität zur Messung des Grades der Stabilität einer atmosphärischen Schichtung herangezogen werden.
- Für eine **unstable Schichtung**, ist N **imaginär** und Instabilität spiegelt sich somit in der Existenz einer exponentiell wachsenden Lösung für die Auslenkungsleichung wider.

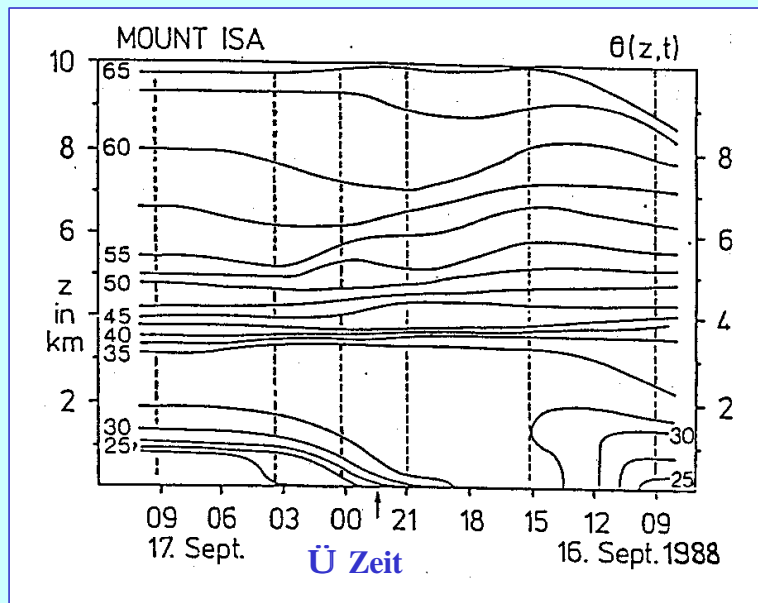
$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + |N^2|\xi = 0$$



$$\xi \propto \exp(\pm |N|t)$$







Zeit-Höhenschnitte der potentiellen Temperatur

Der Begriff „Luftpaket“

- Ich habe mehrmals bereits von einem „Luftpaket“ gesprochen. Ich soll dieses Konzept ausführlicher erklären.
- Im allgemeinen hat die Mischung mit der Umgebung auf Grund der statistischen Molekülbewegungen keinen wesentlichen Einfluß.
- In der Atmosphäre ist die Mischung nur bei Luftpaketen mit einer Ausdehnung von weniger als 1 cm und über der Turbopause (d.h. über 100 km) von Bedeutung.
- Sonst geschieht der Transport zwischen verschiedenen Luftschichten tatsächlich durch den Austausch von Luftpaketen.

Der Begriff „Luftpaket“ 2

- Die Größe dieser Luftpaketen liegen zwischen wenigen Zentimetern bis zu ein paar hundert Metern.
- Bisher wurde die Vertikalbewegung eines infinitesimal kleinen Luftpakets untersucht.
- Es soll gegen den Wärmeaustausch mit der Umgebung **isoliert** sein.
- Der Druck im Luftpaket soll immer **gleich dem Umgebungsdruck** in dieser Höhe sein. Dabei wird hydrostatisches Gleichgewicht angenommen.
- Die Verlagerung des Luftpakets soll so langsam geschehen, daß die kinetische Energie einen vernachlässigbar kleinen Anteil an der Gesamtenergie hat.

Der Begriff „Luftpaket“ 3

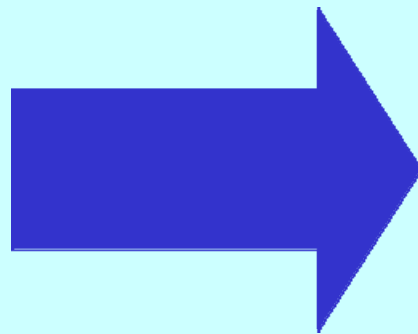
- Bei der Bewegung realer Luftpakete wird fast immer mindestens eine diese Annahmen mehr oder weniger stark verletzt.
- Trotzdem hilft uns dieses einfache, idealisierte Modell beim Verstehen der physikalischen Vorgänge, die die Vertikalbewegungen und den vertikalen Austausch in der Atmosphäre beeinflussen.



Cumuluswolken



Zusammenfassung



Der erster Hauptsatz

Zwei Schreibweisen

$$dq = c_v dT + p d\alpha$$

$$dq = c_p dT - \alpha dp$$

- Auch wenn die Terme αdp und $p d\alpha$ ähnlich aussehen, sollten sie nicht verwechselt werden, weil αdp **nicht** die vom Gas verrichtete Arbeit ist.
- Für Änderungen, die im hydrostatischen Gleichgewicht bleiben

$$dq = d(h + \phi) = d(c_p T + \phi)$$

gdz

Spezifische Wärmekapazität

$$c_v = \left(\frac{dq}{dT} \right)_{\alpha=\text{const}}$$

$$c_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_{p=\text{const}} = c_v + R$$

➤ Für trockene Luft:

- $c_v = 717 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- $c_p = 1004 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$

Spezifische Enthalpie

$$h = u + p\alpha$$

Für einen idealen Gas $h = c_p T$.

Statische Energie

$$H = h + \phi = c_p T + gz$$

Hier, nicht die Skalenhöhe!

Die potentielle Temperatur

$$\theta = T(p_*/p)^\kappa \quad p_* = 1000 \text{ mb}, \quad \kappa = c_p/R_d = 0.286$$

Adiabatischer Prozeß

➤ $dq = 0$: d.h. kein Wärmeaustausch stattfindet.

Erhaltungsgrößen

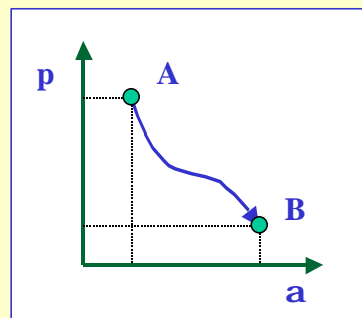
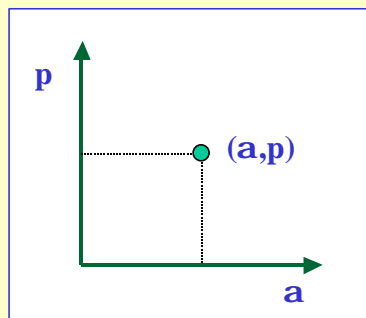
➤ In einem **adiabatischen Prozeß** sind $H = h + \phi$ und θ **Erhaltungsgrößen** (H wenn der Prozeß hydrostatisch ist).

Die virtuelle potentielle Temperatur

$$\theta_v = T_v(p_*/p)^\kappa \quad \kappa = 0.286 \text{ wie für trockene Luft}$$

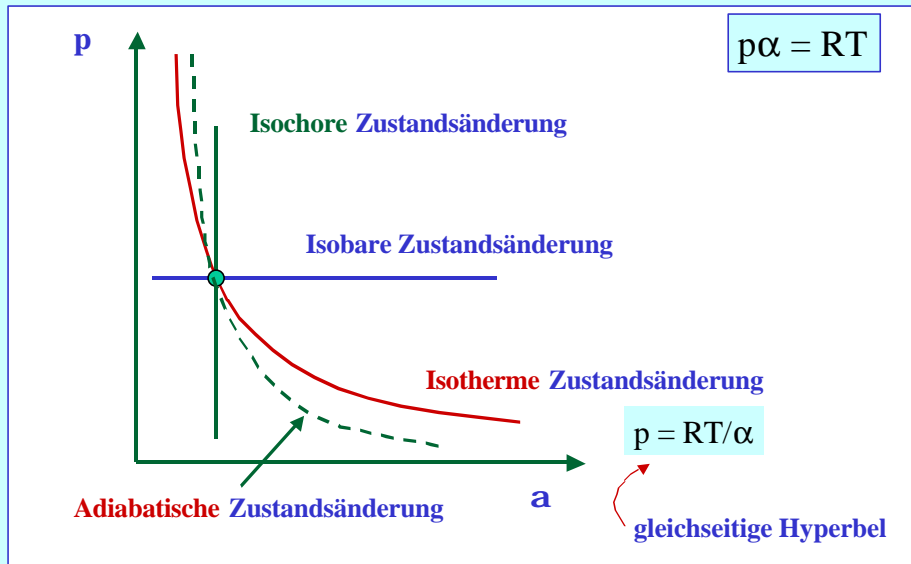
Graphische Darstellung von Zustandsänderungen

➤ Der thermodynamische Zustand eines Gases läßt sich durch einen Punkt im pV- oder p α -Diagramm angeben.



➤ Zustandsänderungen kann man durch Kurven in diesem Diagramm darstellen.

p-a Diagramme



Stabilität eines feuchten Luftpakets

$$N^2 = \frac{g}{\theta_v} \frac{d\theta_v}{dz}$$

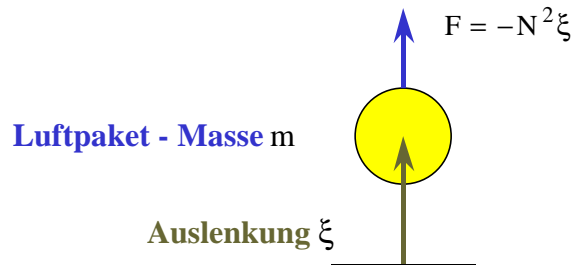
- **Neutrale Stabilität** $N^2 = 0$ θ_v einheitlich mit Höhe.
- **Stabile Verlagerung** $N^2 > 0$ θ_v zunehmend mit Höhe.
- **Instabile Verlagerung** $N^2 < 0$ θ_v abnehmend mit Höhe.

Die trockenadiabatische Temperaturabnahme

$$\Gamma = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p}$$

$$\Gamma = 9.8 \text{ K/km}$$

Interpretation der Brunt-Väisälä Frequenz



Newton's zweites Gesetz $\rightarrow m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -mN^2 \xi$

$\rightarrow \frac{d^2 \xi}{dt^2} + N^2 \xi = 0$

Die Bewegung ist harmonisch (**Frequenz** N , **Periode** $2\pi/N$)

Ende