

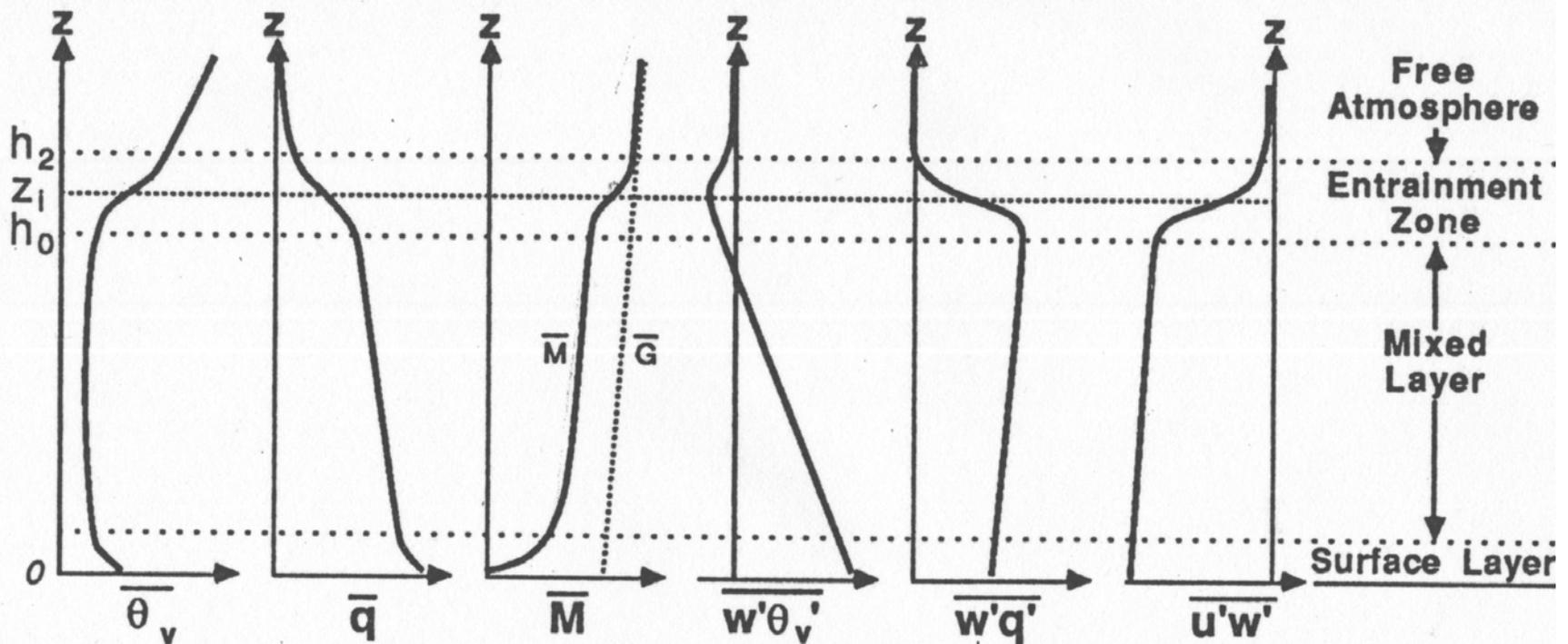
Kapitel 11: Konvektiv durchmischte Schicht



Konvektiv durchmischte Schicht

- Auftrieb ist der dominierende Mechanismus für den Antrieb von Turbulenz in einer konvektiven Grenzschicht.
- Wie schon vorher erwähnt ist Turbulenz nicht vollständig zufällig; sie ist oft "organisiert" in deutlich erkennbaren Strukturen, wie z.B. Thermals oder Rauch- (Abgas-) fahnen.

In diesem Kapitel wird die Struktur und die Entwicklung der Konvektion in der Grenzschicht sowie die Kräfte, die auf sie wirken, besprochen.



- Innerhalb der konvektiven Grenzschicht können 3 Schichten identifiziert werden:
 1. Bodenschicht (untere 5-10%);
 2. Mischungsschicht (mittlere 35-80%);
 3. Übergangsbereich (obere 10-60%).
- Oft wird die gesamte konvektive Grenzschicht auch Mischungsschicht genannt.

Konvektiv durchmischte Schicht

- Die Mischungsschicht wird deshalb so genannt, da eine intensive Vermischung in der Vertikalen dazu führt, dass Größen, wie die potentielle Temperatur oder die spezifische Feuchte, nahezu konstant mit der Höhe sind.
- Auch die Windgeschwindigkeit und -richtung sind nahezu konstant über die Höhe der Mischungsschicht. Manchmal spricht man auch von einer gut durchmischten Schicht.
- Die Oberkante der konvektiv durchmischten Schicht (z_i) wird oft dort definiert, wo der Wärmefluss negativ ist.
- Dieser Bereich ist etwa in der Mitte der Entrainmentzone, oft dort, wo die Inversion am stärksten ist.
- Eine andere Kenngröße für die mittlere Dicke der ML ist die Höhe, in der ein von der Oberfläche her aufsteigendes Luftpaket (-teichen) keinen weiteren Auftrieb erfährt.

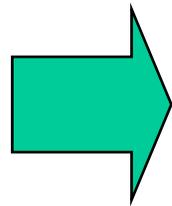
- Mischung kann sowohl mechanisch (durch Scherung) als auch konvektiv (durch Auftrieb) erzeugt werden.
- Auftrieb (Konvektion) erzeugt eine gleichmäßigere Durchmischung als mechanisch erzeugte Mischung, da bei der Konvektion die Anisotropie vertikale Bewegungen bevorzugt, während Scherung eher horizontale Bewegungen verursacht.
- Die Zeitskala für Konvektion t_* hat eine Größenordnung von 10-20 min.: Dies ist die Zeit, die typischerweise ein Luftpaket benötigt, um von der Oberfläche zur Oberkante der ML aufzusteigen.
 - ⇒ Änderungen, die in den Flüssen nahe der Oberfläche entstehen, können sich rasch auf die gesamte ML übertragen.

Erhaltungsgleichungen

- Sei $\langle \xi \rangle$ der Mittelwert einer beliebigen Größe ξ über die gesamte Höhe der Mischungsschicht:

$$\langle \xi \rangle = \frac{1}{z_i} \int_0^{z_i} \xi dz$$

Man kann die Erhaltungsgl. (siehe Kap. 3) integrieren und erhält somit:



$$z_i \frac{d\langle \bar{\theta} \rangle}{dt} = \overline{w'\theta'} \Big|_s - \overline{w'\theta'} \Big|_{z_i}$$

$$z_i \frac{d\langle \bar{q} \rangle}{dt} = \overline{w'q'} \Big|_s - \overline{w'q'} \Big|_{z_i}$$

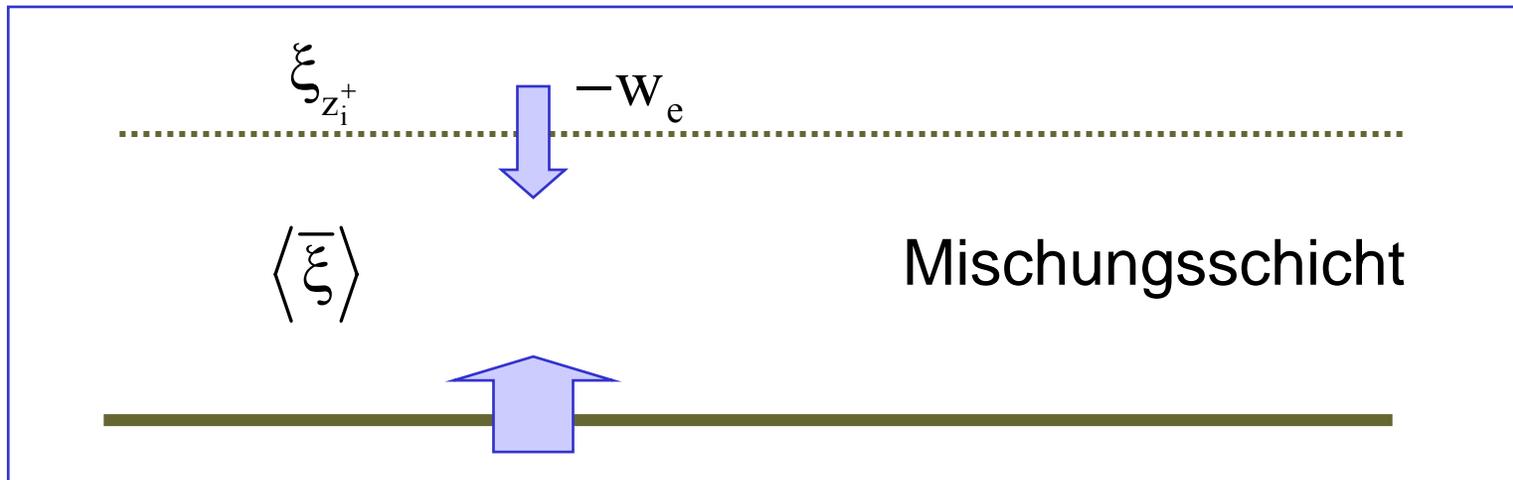
$$z_i \frac{d\langle \bar{u} \rangle}{dt} = \overline{w'u'} \Big|_s - \overline{w'u'} \Big|_{z_i} - f \langle \bar{v}_g - \bar{v} \rangle z_i$$

$$z_i \frac{d\langle \bar{v} \rangle}{dt} = \overline{w'v'} \Big|_s - \overline{w'v'} \Big|_{z_i} + f \langle \bar{u}_g - \bar{u} \rangle z_i$$

- Die Flüsse am Erdboden werden üblicherweise als Randbedingungen vorgegeben.
- Die Flüsse am Oberrand der ML werden normalerweise bestimmt durch (aber nur wenn w_e bekannt ist!):

$$\overline{w'\xi'} \Big|_{z_i} = -w_e (\xi_{z_i^+} - \langle \overline{\xi} \rangle)$$

"Entrainment" Geschwindigkeit



- Des weiteren benötigt man eine Kontinuitätsgleichung. \Rightarrow

Entwicklung der Mischungsschicht

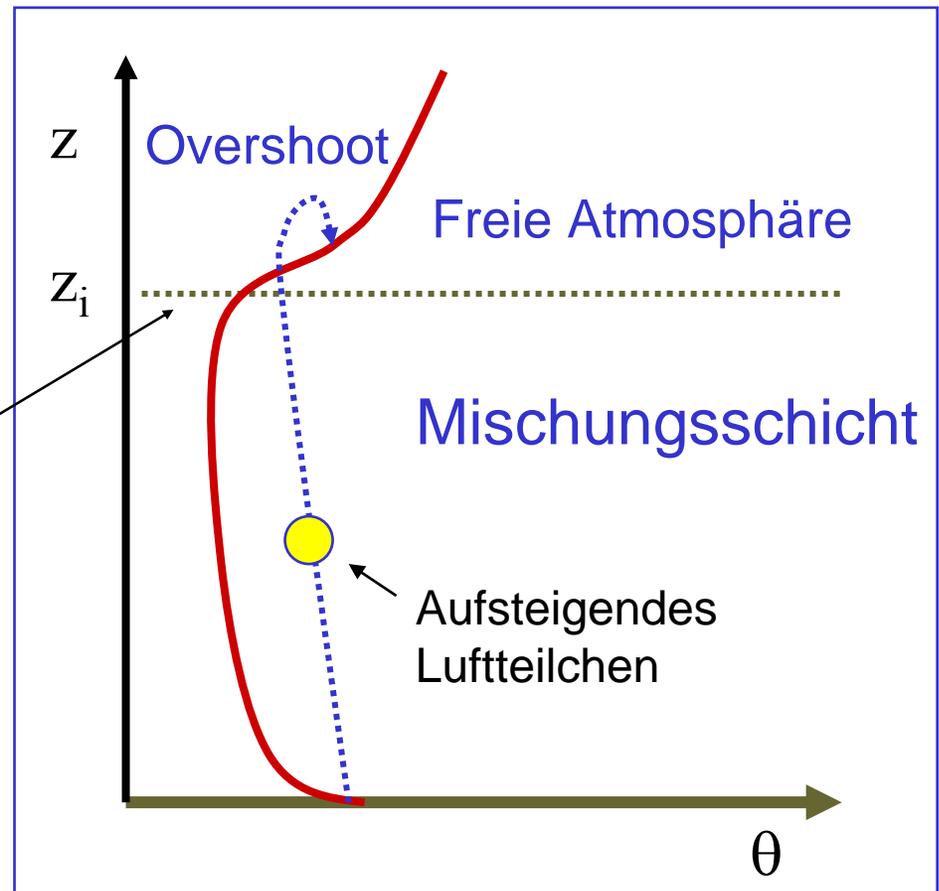
- Dies ist ein Prozess in vier Phasen:
 1. Bildung am frühen Morgen; anfänglich dünne ML, die in ihrer Dicke langsam zunimmt (the burning off phase),
 2. Schnelles Anwachsen der ML,
 3. Mächtige ML mit nahezu konstanter Dicke (Höhe),
 4. Zerfall der Turbulenz.
- Am späten Vormittag erreicht die Oberkante ML die Unterkante der RL, wonach die schnelle Zunahme der ML passiert.
- Nach Sonnenuntergang lässt die Erzeugung von konvektiver Turbulenz rasch nach bis zu dem Punkt, an dem Turbulenz nicht mehr aufrechterhalten wird und Dissipation dominiert.

Turbulentes "Entrainment" und Wachstum der ML

- Bei freier Konvektion erfahren aufsteigende Thermals einen Impuls, während sie von der Bodenschicht durch die ML aufsteigen.

"Eindringende Konvektion ⇒

- Luft der freien Atmosphäre wird in die ML eingetragen: weniger turbulente Luft wird in turbulente Luft eingebracht (engl. entrain).

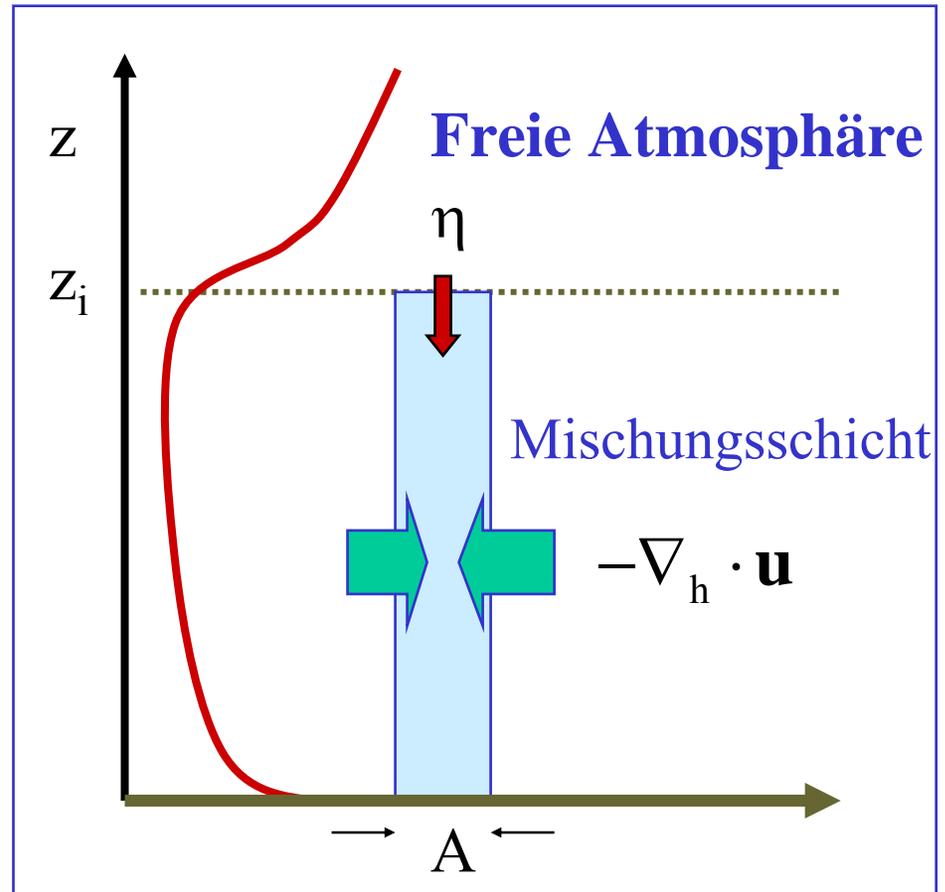


Modellierung von
Entrainment:

$$A \frac{dz_i}{dt} = \eta$$



Netto Flussrate in
ein Volumen



$$\eta = w_e A - \int_0^{z_i} \int_A \nabla_h \cdot \mathbf{u} dx dy dz$$

$$\int_0^{z_i} \int_A \nabla_h \cdot \mathbf{u} dx dy dz = A w_L$$

Großskalige Vertikalgeschwindigkeit in z_i

$$A \frac{dz_i}{dt} = \eta \quad \Rightarrow \quad \frac{dz_i}{dt} = w_e + w_L$$

negativ für Absinken

Wenn (aktive) Wolken vorhanden sind, die dazu führen, dass an der Oberkante der ML Luft nach oben entweicht, folgt:

$$\frac{dz_i}{dt} = (1 - \sigma_c) w_e - \sigma_c w_c + w_L$$

Bedeckungsgrad

Mittleres Aufsteigen in der Wolke

$$\frac{dz_i}{dt} = (1 - \cancel{\sigma_c})w_e - \cancel{\sigma_c}w_c + \cancel{w}_L$$

- Wenn es keine Wolken und kein Absinken gibt folgt, dass der Oberrand der ML (z_i) entsprechend w_e ansteigt.
- Absinken ($w_L < 0$) kann das Anwachsen der Dicke der ML mindern oder die Dicke der ML reduzieren.
- Beachte, dass Absinken aus der freien Atmosphäre keine Luft in die ML injiziert, da das "Entrainment" durch w_e bestimmt ist.
- Bei einer Konvergenz kann die Oberkante der ML mit einer viel höheren Geschwindigkeit aufsteigen, als w_e .
- Beachte, dass horizontale Advektion lokal für die Zunahme der Dicke der ML wichtig sein kann.

Thermodynamisches Anwachsen der Mischungsschicht

- Ein recht einfacher Weg, die Dicke und Temperatur der ML zu bestimmen ist, sich auf thermodynamische Vorgänge zu beschränken und die Dynamik des turbulenten Eindringens (Entrainment) zu vernachlässigen.

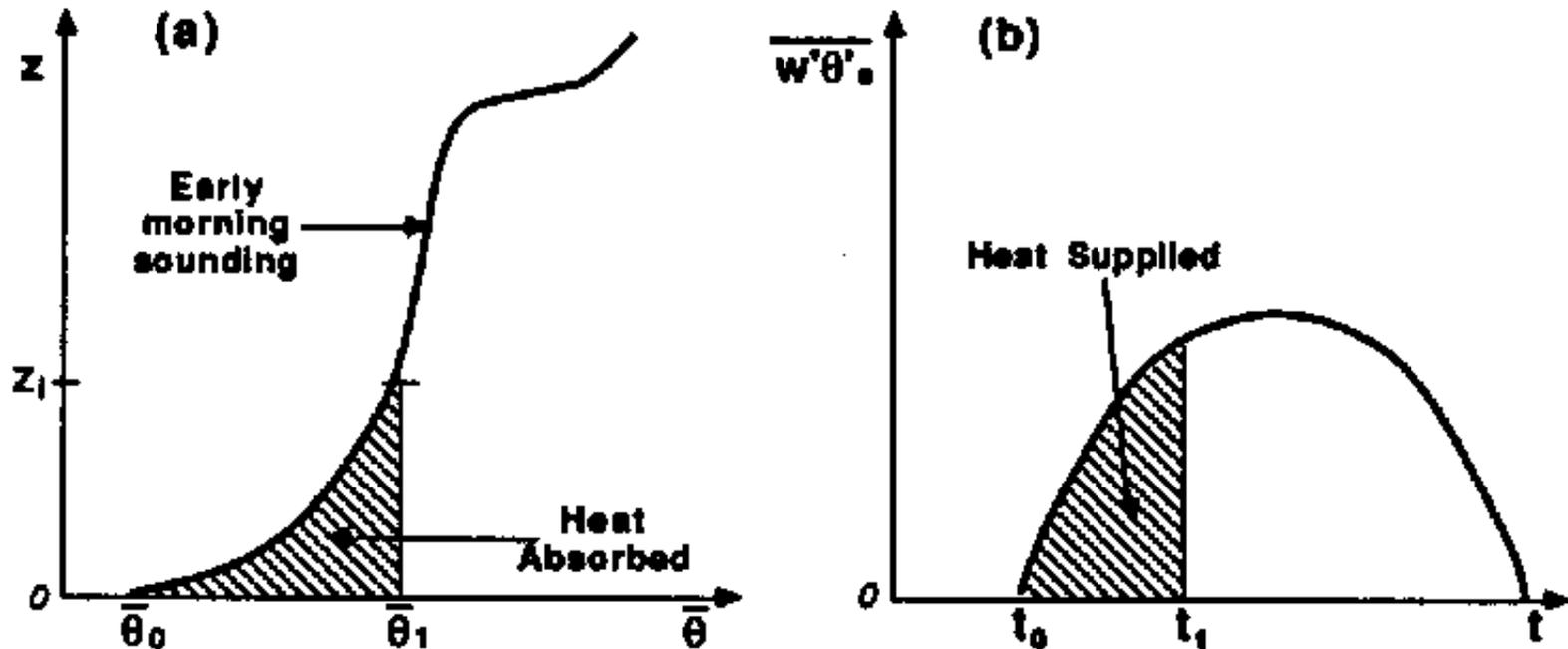
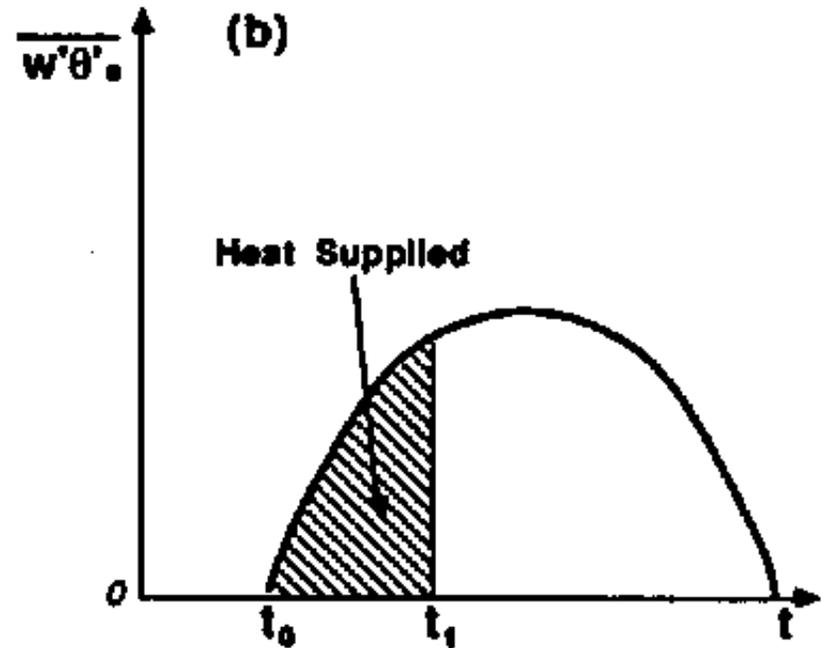
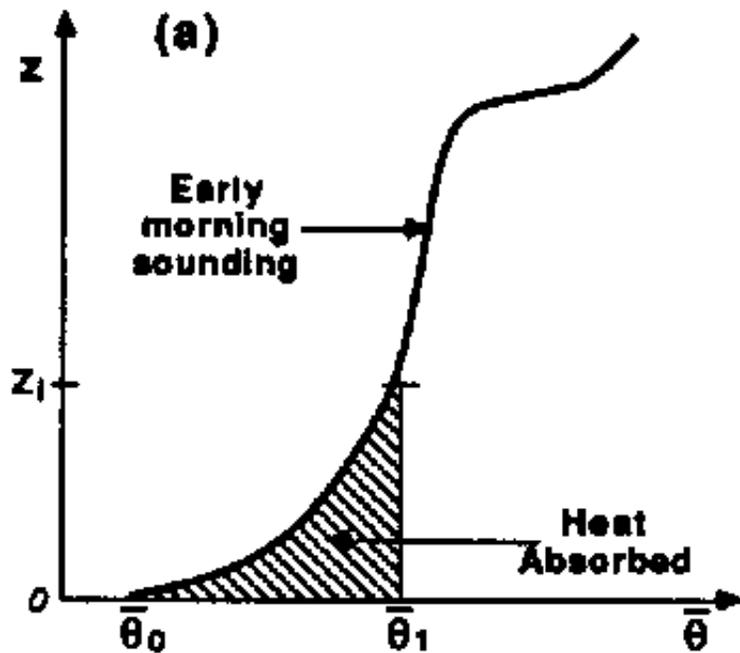


Fig. 11.12 Graphical approach to estimate mixed layer depth thermodynamically by equating heat supplied with heat absorbed.



Thermodynamische Methode zur Bestimmung der Dicke der ML:
 Vernachlässigung Advektion, Strahlung und latenter Wärme.

$$\int_0^{t_1} \overline{w'\theta'_s} (t) dt = \int_{\theta=\theta_0}^{\theta_1} z(\theta) d\theta$$

Messung am
frühen Morgen

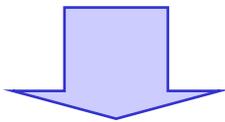
Lösen für θ_1 bei gegebenem t_1

Alternativer Ansatz: Verwendung des lokalen Temperaturgradienten oberhalb ML am frühen Morgen:

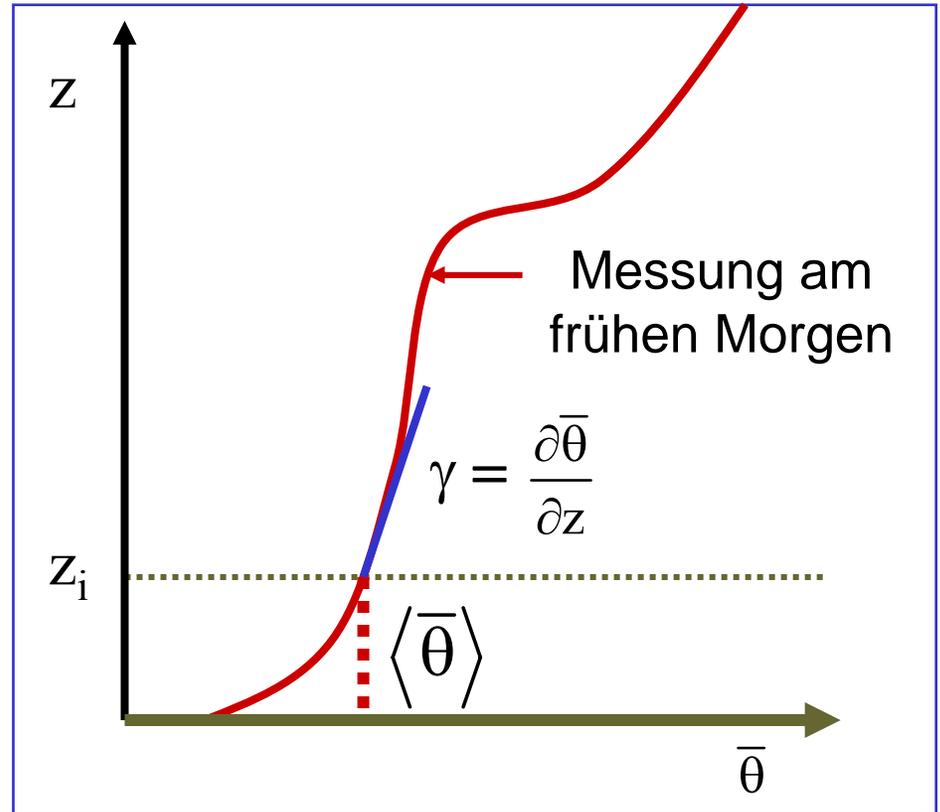
$$\frac{\partial z_i}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \langle \bar{\theta} \rangle}{\partial t}$$

Aber

$$z_i \frac{d \langle \bar{\theta} \rangle}{dt} = \overline{w'\theta'} \Big|_s - \overline{w'\theta'} \Big|_{z_i}$$



$$\frac{\partial z_i}{\partial t} = \frac{\overline{w'\theta'} \Big|_s - \overline{w'\theta'} \Big|_{z_i}}{\gamma z_i}$$

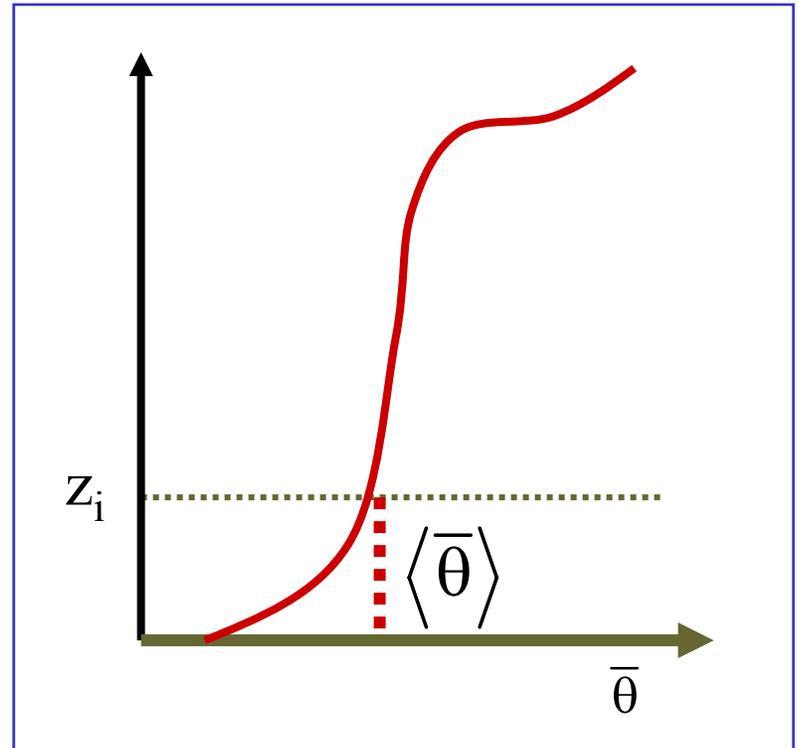


Annahme: Zeitlich konstanter Wärmefluss und in der Höhe konstanter Temperaturgradient:

$$z_i^2 - z_{i0}^2 = \frac{2}{\gamma} \left(\overline{w'\theta'} \Big|_s - \overline{w'\theta'} \Big|_{z_i} \right) (t - t_0)$$

Encroachment Methode

- Annahme: Der Wärmefluss an der Oberfläche sei die einzige Wärmequelle für die ML, d.h. der Wärmefluss am oberen Rand der ML wird Null gesetzt (siehe obige Formeln). Dieser Spezialfall wird "Encroachment" genannt.
- Die Mischungsschicht weitet sich (engl. encroach) nur in dem Maße nach oben aus, wie sich die ML erwärmt.
- Dieser thermodynamische Ansatz erklärt etwa 80-90% der beobachteten Variation der Dicke der ML.



Bulk (Säulen) Modell

- Annahme: Die mittleren Variablen sind in der ML konstant und am Übergang zur freien Atmosphäre weisen sie eine scharfe Diskontinuität auf. (Einfachste Beschreibung der ML.)

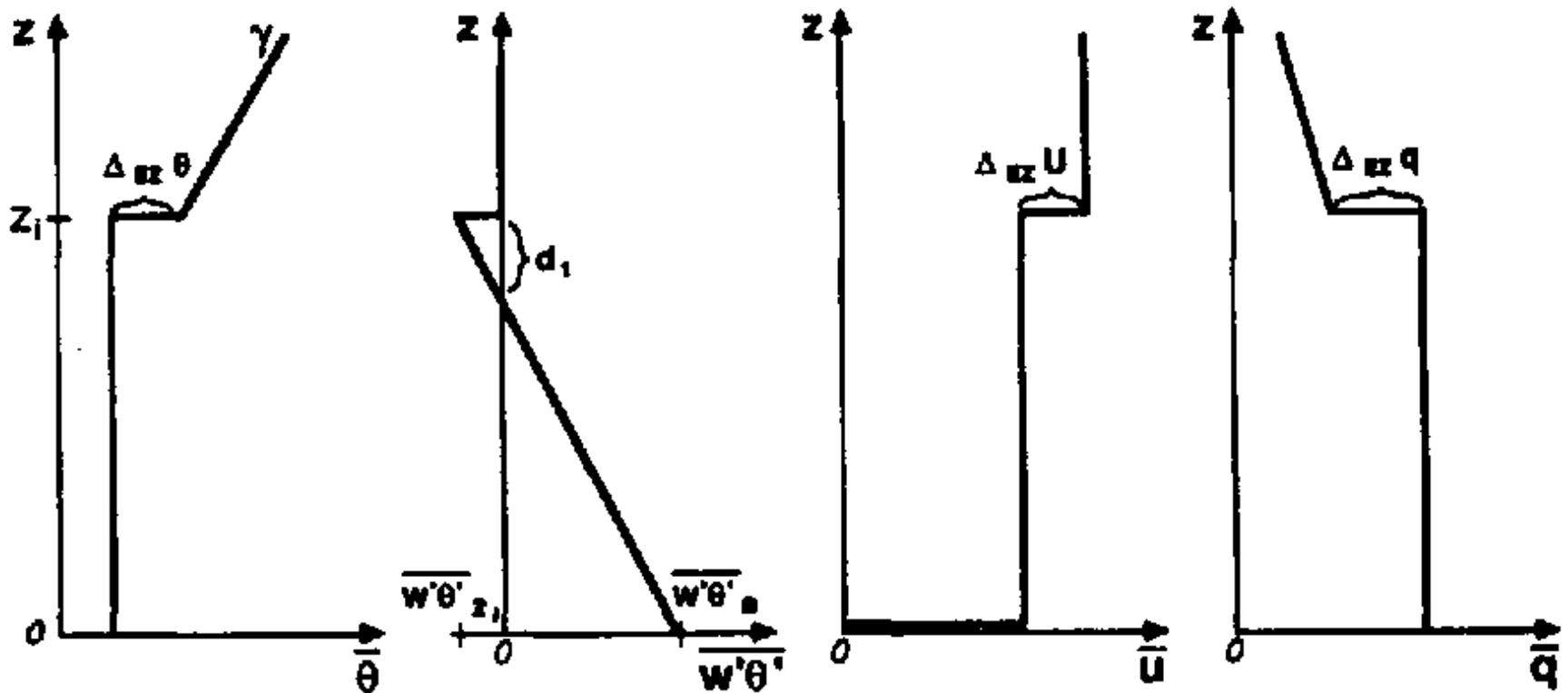


Fig. 11.13 Idealized slab mixed layer, with discontinuous jumps of variables at the mixed layer top.

Erhaltungsgleichungen

Die Erhaltungsgleichungen sind sehr einfach, da die aktuellen Werte der mittleren Variablen in der ML gleich dem vertikalen Mittel sind:

Potentielle Temperatur:
$$z_i \frac{d\bar{\theta}}{dt} = \overline{w'\theta'} \Big|_s - \overline{w'\theta'} \Big|_{z_i}$$

Impuls in x-Richtung:
$$z_i \frac{d\bar{u}}{dt} = \overline{w'u'} \Big|_s - \overline{w'u'} \Big|_{z_i} - f(\bar{v}_g - \bar{v})z_i$$

Analog für Feuchte und Impuls in y-Richtung.

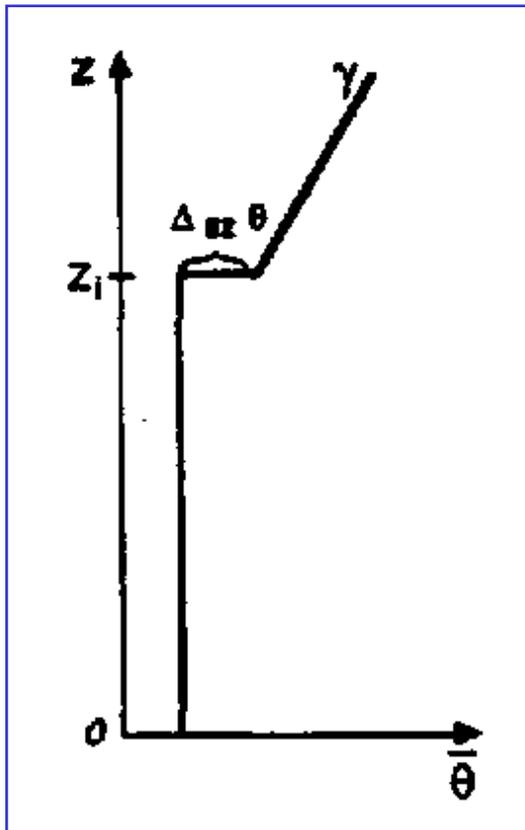
Dicke der ML:
$$\frac{dz_i}{dt} = w_e + w_L$$

$$\overline{w'\theta'} \Big|_{z_i} = -w_e \Delta_{EZ} \bar{\theta}$$



$$\Delta_{EZ} \bar{\theta} = \bar{\theta}_{z_i^+} - \bar{\theta}_{ML}$$

- Betrachtet man die Geometrie des idealisierten Temperaturprofils, so erwartet man bei einer Erwärmung der ML, dass der Sprung kleiner wird; bzw. größer, wenn über das Entrainment z_i nach oben wandert:



$$z_i \frac{d\bar{\theta}}{dt} = \overline{w'\theta'} \Big|_s - \overline{w'\theta'} \Big|_{z_i}$$

$$\frac{dz_i}{dt} = w_e + w_L$$

$$\overline{w'\theta'} \Big|_{z_i} = -w_e \Delta_{EZ} \bar{\theta}$$

$$\frac{d\Delta_{EZ} \bar{\theta}}{dt} = \gamma w_e - \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}$$

Fünf
Unbekannte

Festgelegt
durch Rand-
bedingungen

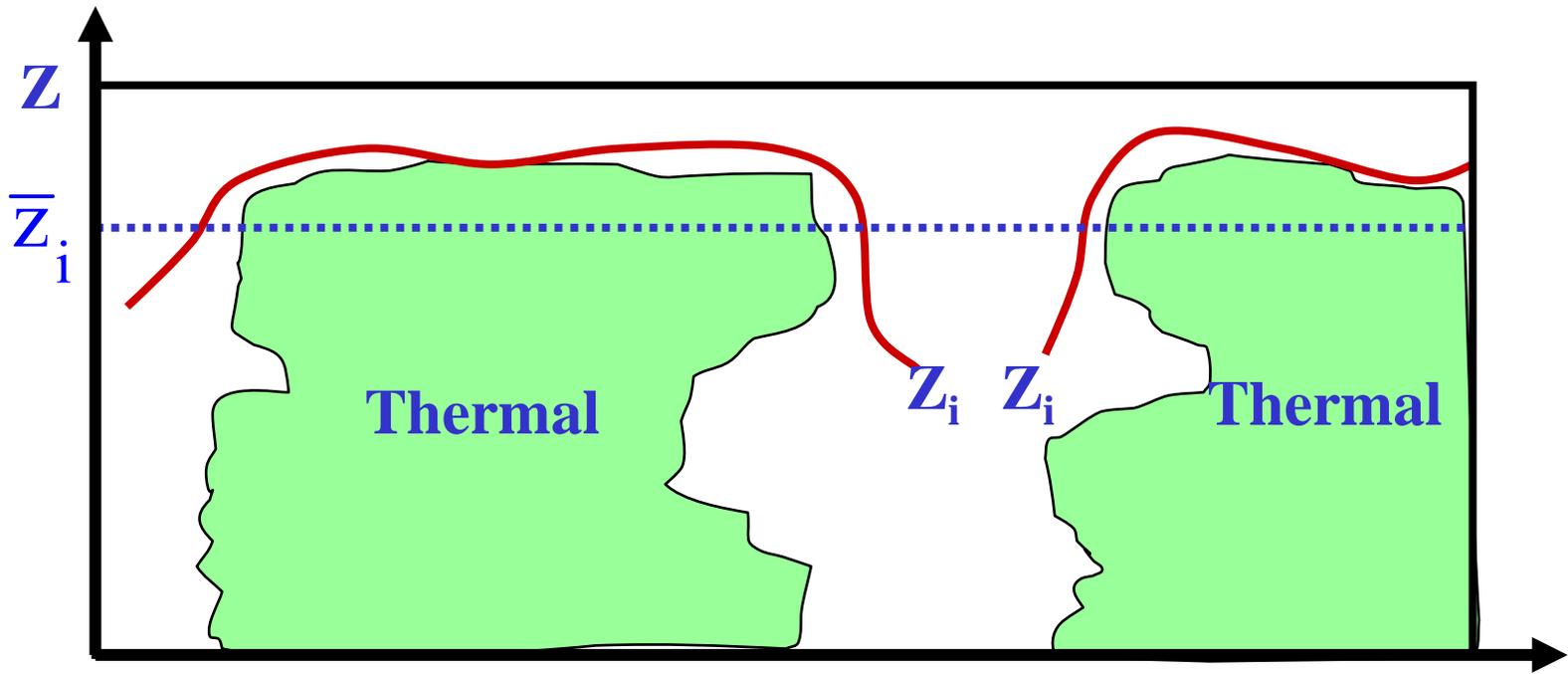
Schließungsansatz

- Gefordert ist eine Schließungsannahme für eine der Unbekannten. Es gibt zwei Möglichkeiten:
 - Annahme für w_e
 - Annahme für $\overline{w'\theta'}|_{z_i}$
- Es handelt sich hierbei um eine Schließung 0.5-ter Ordnung, da die Form der Profile im Vorhinein festgelegt wurde und jeweils nur ein Wert für jede Variable der ML bestimmt wird.

Lokale Schließungsmodelle höherer Ordnung

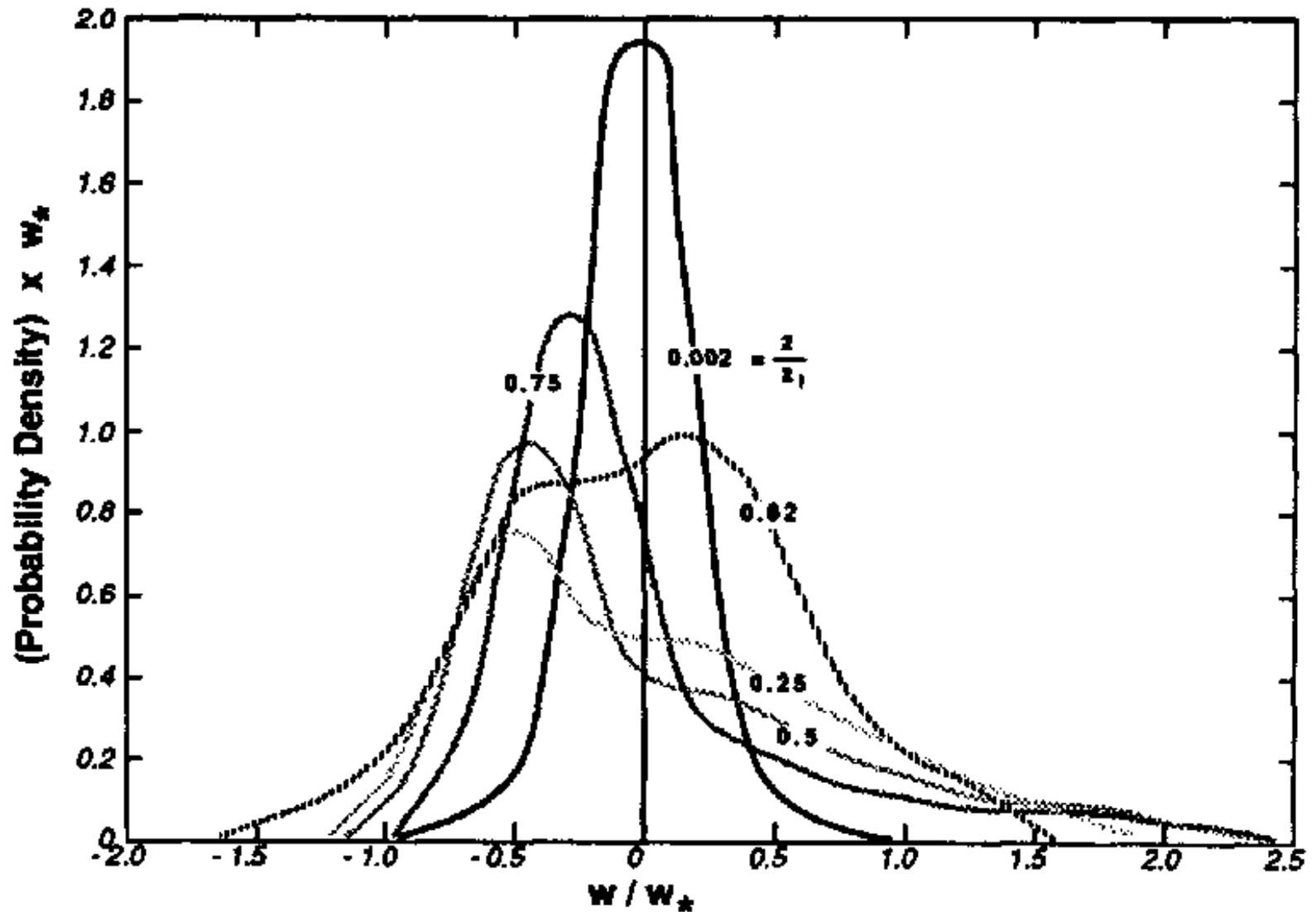
- Lokale Schließungsansätze höherer Ordnung (1.5 - 3) wurden erfolgreich angewendet (siehe oben).
- Vorteile:
 - Möglichkeit der Vorhersage (Bestimmung) der TKE, Varianzen und Flüsse (wenn man Modelle 2. oder höherer Ordnung verwendet).
- Diffusion (Konzept):
 - Die K-Theorie (lokale Schließung 1. Ordnung) hat Probleme in der ML (siehe oben).
 - Eine unendliche Eddy-Diffusivität ist gefordert, um Flüsse in Abwesenheit von mittleren Gradienten zu erhalten.
 - Man kann die Problemlösung mit einem Schließungsansatz 1. Ordnung versuchen und dann das nach oben bzw. unten gerichtete Mischen separat betrachten (siehe Stull, Seite 458-459).

Thermals

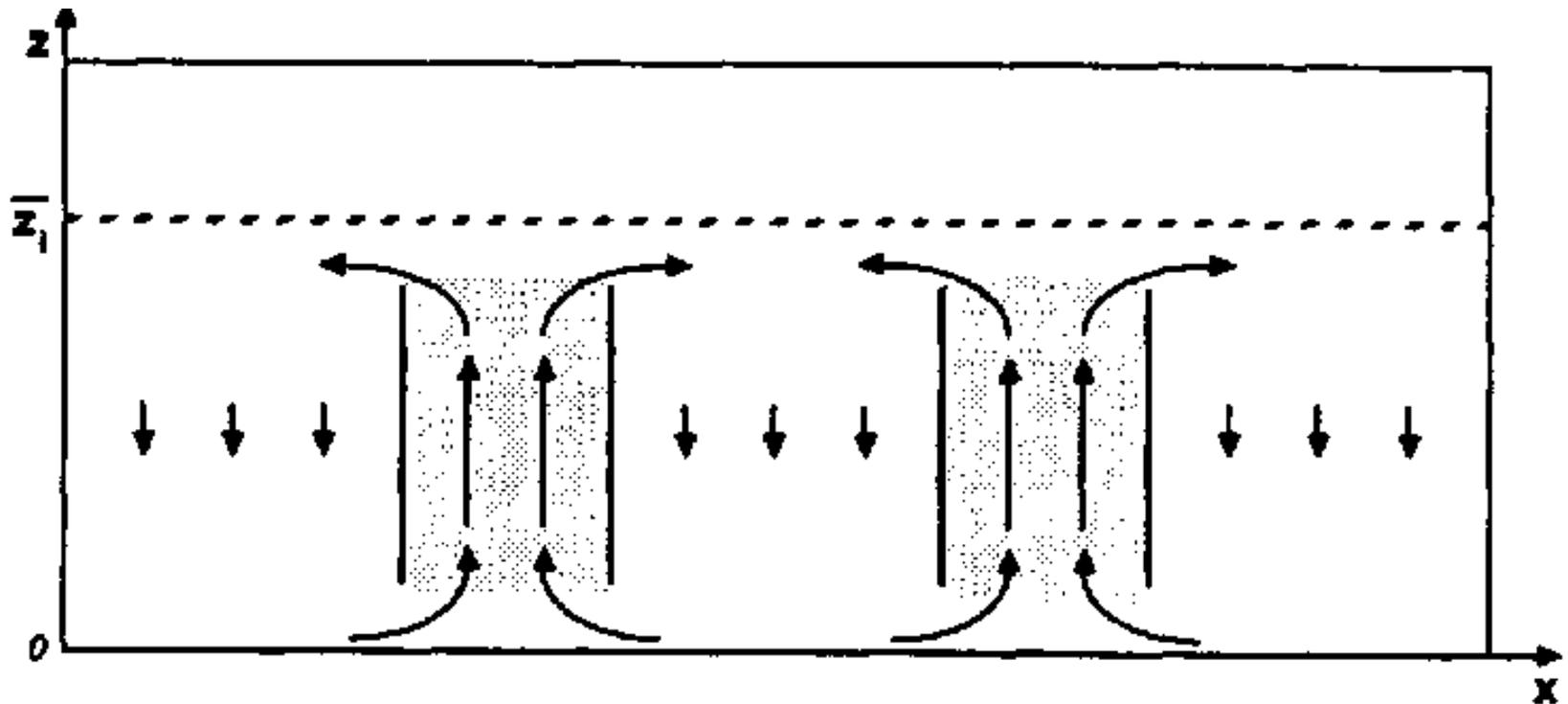


Idealisierte Schnitte durch Thermals:

Thermals sind Luftsäulen von kräftig aufsteigender Luft in einer konvektiv durchmischten Grenzschicht.



Wahrscheinlichkeitsverteilung der Vertikalgeschwindigkeit in einer konvektiv durchmischten Schicht in fünf verschiedenen Höhen.



Idealisierte Darstellung von Thermals mit starken Aufwindbereichen, die relativ kleine Bereiche überdecken und dazwischen liegenden Gebieten mit schwächeren, abwärtsgerichteten Winden (Flüssen).

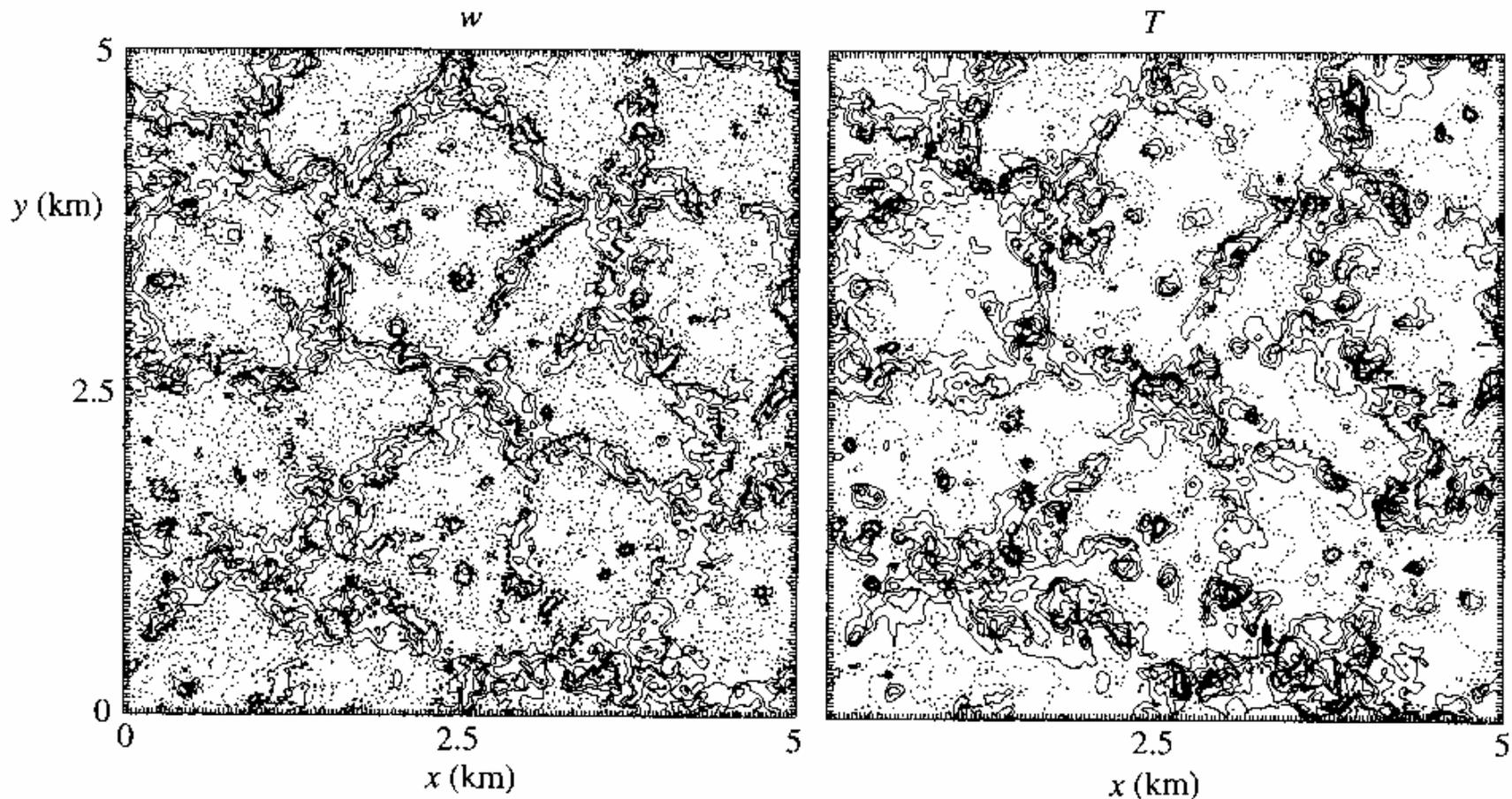
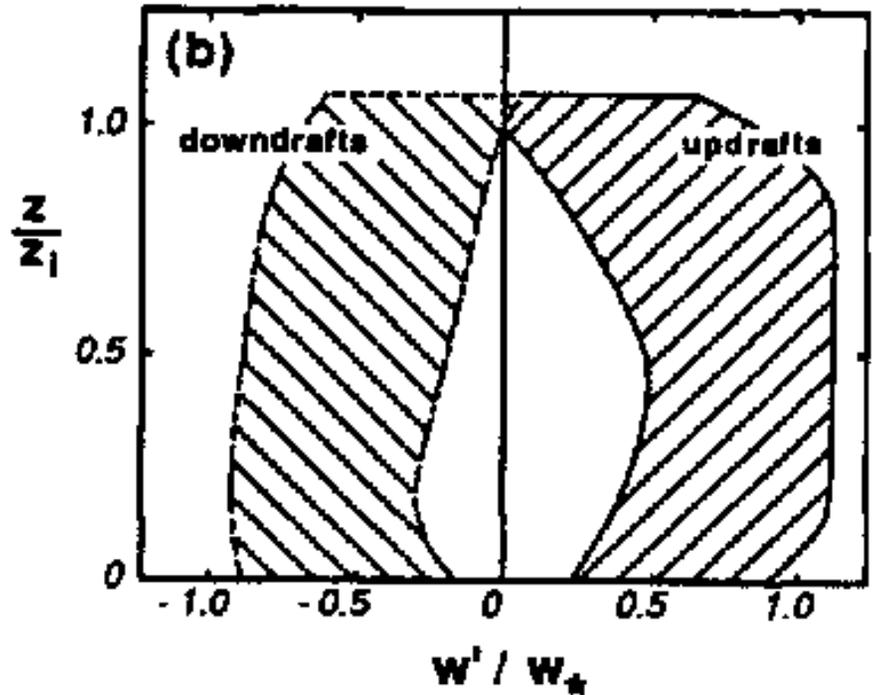
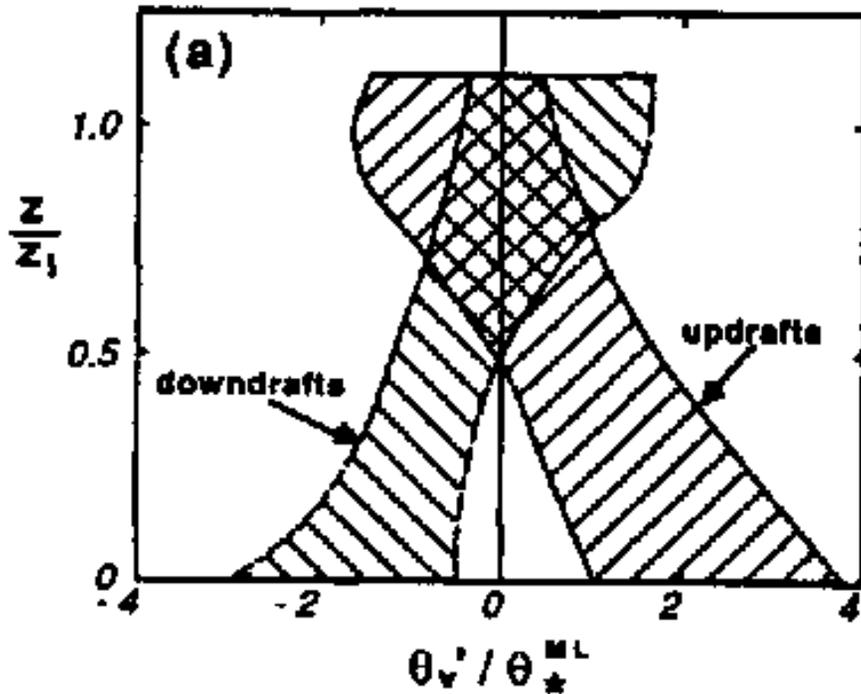


Fig. 6.5 Large-eddy model simulation of convection in the unstable ABL. The left and right panels show contour plots of normalized vertical velocity and normalized temperature fluctuations respectively. Each panel has a 5 km side, and the fields are shown for $z/h = 0.25$. The pecked curves correspond to negative contour values (i.e. cool, subsiding air). Thus, the patterns demonstrate an irregular polygon structure with warm, rising motion confined mostly to the “thin” walls of the 1–2 km-wide columns. From Schmidt and Schumann (1989).



Beispiele für mittlere Werte (Annahme gleicher Bedingungen) der Temperatur (a) und der Vertikalgeschwindigkeit (b) in Aufwind- (Thermals) und Abwindgebieten.

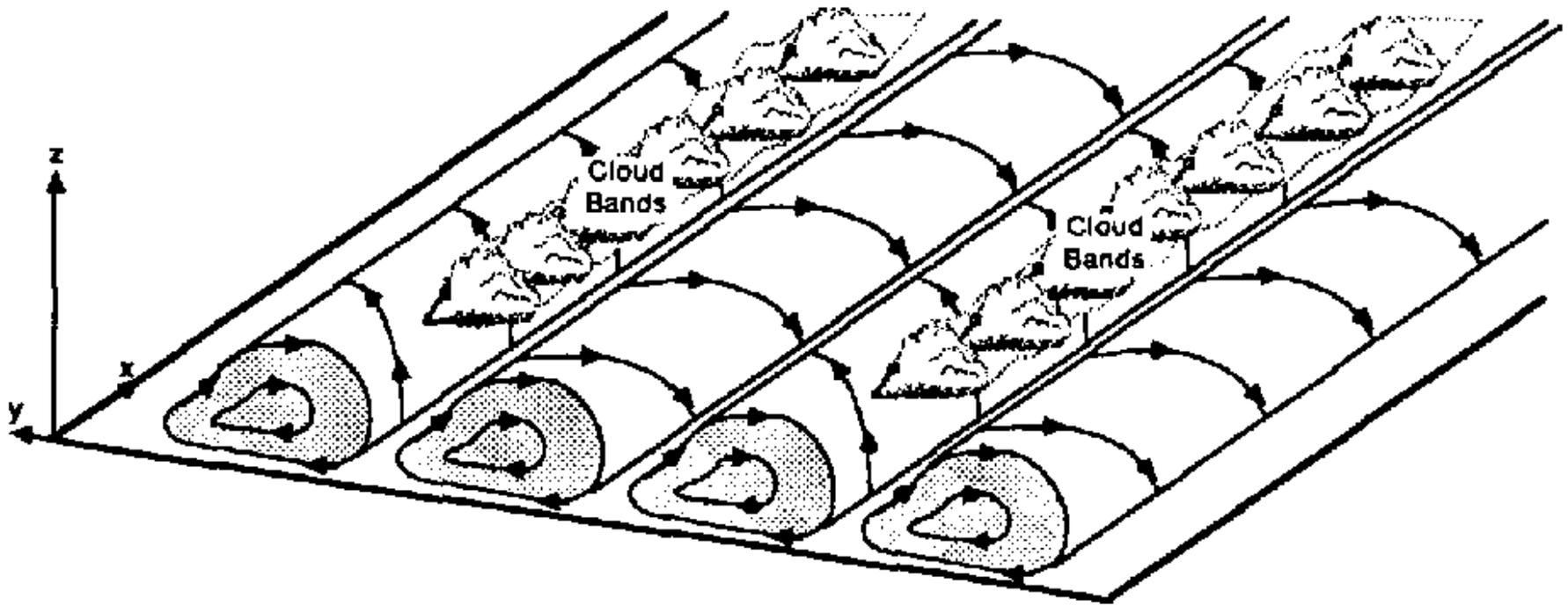
- Die Schwierigkeit in der Definition der Grenzen der Thermals besteht darin, dass sie im unteren Bereich der GS ihr Aufsteigen beginnen, wo sie wärmer sind als ihre Umgebung, sie aber im Bereich der Entrainmentzone kälter sind als ihre Umgebung.
- Einige Thermals erhalten einen Großteil ihres Auftriebs (ihrer Energie) aus ihrem Feuchtegehalt; dies ermöglicht, dass die obere Hälfte eines Thermals kälter sein kann als die Umgebung und das mittlere Drittel möglicherweise aber immer noch einen positiven Auftrieb (nach oben) erfährt (Verwendung der virtuellen potentiellen Temperatur).

- Nahezu alle Beobachtungen zeigen, dass Thermals nicht wie Blasen aufsteigen, sondern mehr wie Säulen endlicher Länge für eine gewisse Zeit existieren.
- Reale Thermals sind keine perfekten Säulen aufsteigender Luft, sondern sie sind in der Horizontalen verdreht, sie mäandrieren und sie verzweigen sich und fließen wieder zusammen, wenn sie aufsteigen.
- Dennoch sind Thermals anisotrop, vor allem in vertikaler Richtung.

- Thermals bilden sich vor allem dort, wo am Erdboden sogenannte "hot spots" existieren.
- Segelflieger suchen nach diesen Regionen permanenter Aufwärtsbewegung.
- Über feuchten Gebieten bzw. Gebieten mit Vegetation sind Thermals meistens feuchter als ihre Umgebung. Meistens sind sie auch turbulenter.
- Thermals werden auch über Ozeanen beobachtet; dies deutet darauf hin, dass "hot spots" nicht als auslösender Mechanismus notwendig sind.
- In Abwesenheit von "hot spots" können Thermals linien- oder ringförmig als Folge mesoskaliger Bewegungen (Sekundärzirkulation) angeordnet sein.
- Diese Muster kann man z.B. in Satellitenaufnahmen erkennen (Wolkenstrassen, offene/geschlossene Zellen).

Horizontale Wirbel (Rollen) und mesoskalige, zellenförmige Konvektion

- Bei einer Kombination von Heizung am Boden und starken Horizontalwinden, kann sich in der GS eine schwache, spiralförmige Zirkulation in horizontaler Richtung ausbilden.
- Diese Zirkulation nennt man horizontal rollende Wirbel (kurz Rollen); sie bestehen aus Spiralpaaren mit gegenläufiger Rotation (mit und gegen den Uhrzeigersinn); ihre Hauptachse ist nahezu parallel zur mittleren Windrichtung ausgerichtet.
- Es gibt einige Studien die andeuten, dass im Falle neutraler Bedingungen die Achse dieser Rollen um etwa 18° nach links relativ zur Richtung des geostrophischen Windes gedreht ist und dieser Winkel desto kleiner wird, je instabiler die ML wird.
- Die Dicke dieser Rollen entspricht in etwa der der ML; das Verhältnis der horizontalen zur vertikalen Ausdehnung der Rollenpaare ist etwa 3:1.



Typische horizontale Rollenwirbel in der planetaren Grenzschicht.



- Rollen werden z.B. häufig dort beobachtet, wo kalte Luft über warme Wasserflächen advehiert wird; sie sind verbunden mit deutlichen Veränderungen der Luftmasse (z.B. Temperatur, Feuchtegehalt).
- Rollen entstehen oft auch vor herannahenden Kaltfronten; sie können auch zwischen Paaren von geschlossenen Isobaren von Antizyklonen in der warmen Jahreszeit vorkommen.

- Theorien für die Bildung von Rollen beinhalten thermische Instabilitäten und Trägheitsinstabilitäten.
- Aus thermischer Sicht würde man erwarten, dass auf aufsteigende Thermals weniger Reibung wirkt, wenn sie in Reihen angeordnet sind, da diese "Nachbarn" haben, die ebenfalls aufsteigen.
- Die Anordnung in Reihen kann, was den Auftrieb betrifft, effektiver sein, da dies einen Schutz vor der Windscherung in der Umgebung bietet.
- Andere Studien zeigen, dass eine Sekundärzirkulation (also Rollen) immer dann entstehen kann, wenn ein Wendepunkt im Profil des mittleren Windes auftritt.
- Beispiel: Die Lösung der Ekmanspirale hat immer einen Wendepunkt nahe an der Oberkante der Ekman-schicht.

- In einer Situation, in der kalte Luft über einen Ozean advehiert, gehen die Rollenmuster und Wolkenstrassen stromabwärts langsam in zellenförmige Muster über.
- Dieses (Honigwaben) Muster wird durch eine mesoskalige, zellenförmige Konvektion verursacht.
- Offene Zellen bestehen aus hexagonalen (sechsseitigen) Ringen, mit Bereichen, die durch Aufsteigen und Wolken charakterisiert sind. Sie umgeben einen klaren, zentralen Bereich mit Absinken.
- Geschlossene Zellen sind Ringe klarer, absteigender Luft um mesoskalige Wolkencluster herum, die durch Aufsteigen von Luft charakterisiert sind.
- Die Durchmesser der Zellen sind etwa 10 bis 100 km. Zellen haben eine Dicke von 2 bis 3 km; daraus ergibt sich ein Verhältnis von 10:1 bis 30:1.

1. Beispiel

Gegeben sei eine wolkenfreie ML mit konstantem $w_e = 0.1 \text{ m s}^{-1}$, und einer konstanten Divergenz von $5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Ermittle die zeitliche Entwicklung der Dicke der ML. Zu Beginn gelte: $z_i = 0$ und $t = t_0 = 0$.

Lösung: Integration der Kontinuitätsgleichung, um w_L in z_i zu bestimmen:

$$w_L|_{z_i} = -\text{Div} \cdot z_i \quad (\text{Div} = \nabla_h \cdot \mathbf{u})$$

$$\frac{dz_i}{dt} = w_e + w_L \quad \Rightarrow \quad \frac{dz_i}{dt} = w_e - \text{Div} \cdot z_i$$

Umschreiben
ergibt:

$$\frac{dz_i}{w_e - \text{Div} \cdot z_i} = dt$$

Integration
ergibt:

$$z_i = \frac{w_e}{\text{Div}} - \left(\frac{w_e}{\text{Div}} - z_i(t_0) \right) e^{-\text{Div}(t-t_0)}$$

Für die Dicke der ML (als Funktion der Zeit) ergibt sich:

t (h)	0	1	2	3	4	5	10	20
z_i (m)	0	329	605	834	1026	1187	1669	1945

Diskussion:

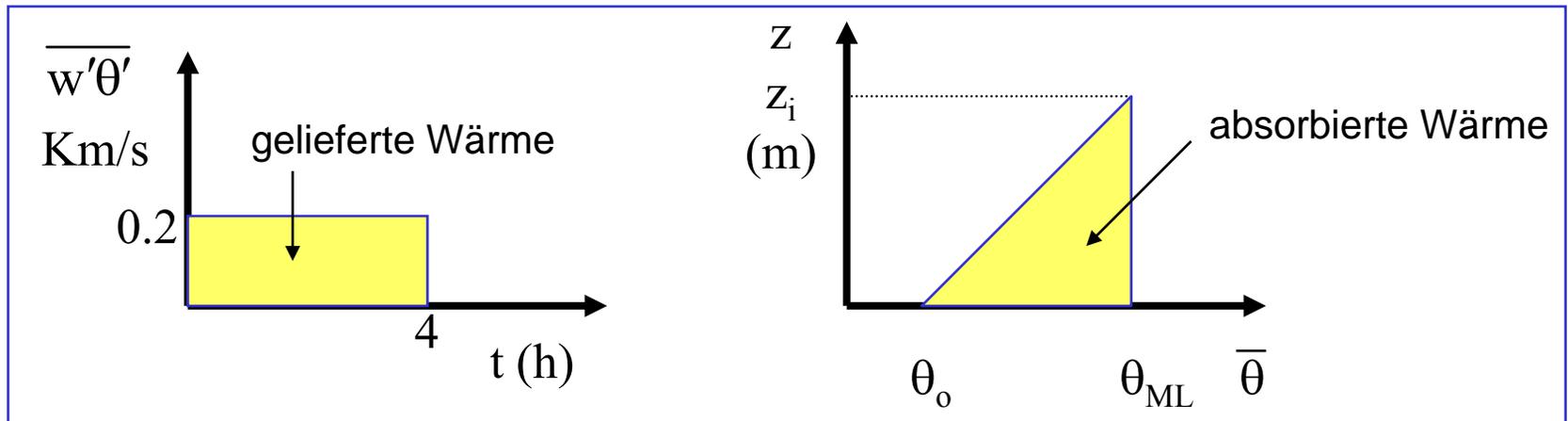
- w_L wächst aufgrund der konstanten Divergenz in der ML mit der Höhe an.
- Die Oberkante der ML kann nicht höher sein als 2 km, da in dieser Höhe $|w_L| > |w_e|$. (D.h.: Das Absinken ist stark genug, um dem Entrainment vollständig entgegen zu wirken.)
- $|w_e|$ wird kleiner, wenn die Dicke der ML zunimmt.
- Diese beiden Faktoren limitieren die Dicke der ML.
- Es gibt allerdings auch beobachtete Fälle, in denen $|w_L| > |w_e|$ und z_i mit der Zeit kleiner wird.

2. Beispiel

Angenommen, dass zu Beginn $\theta = \theta_0 + \gamma z$ mit $\theta_0 = 300$ K und $\gamma = 0.01$ K m⁻¹. Weiterhin sein der Wärmefluss am Erdboden konstant mit der Zeit: $\overline{w'\theta'}\Big|_s = 0.2$ K m/s .

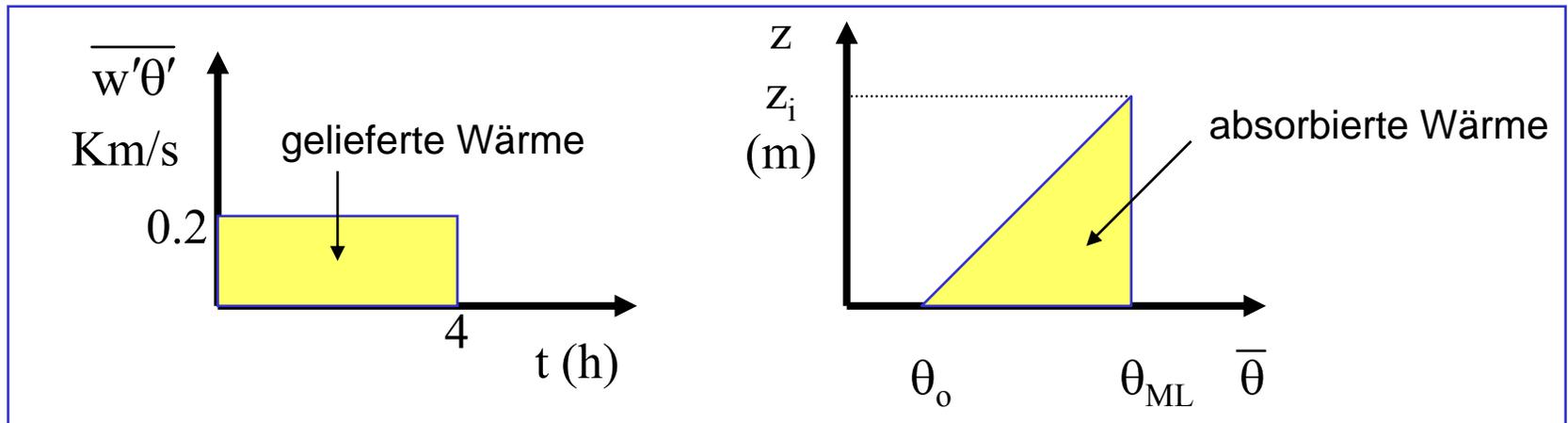
Wenn $z_i = 0$ bei $t = 0$, verwende die thermodynamische Methode, um z_i und θ_{ML} zum Zeitpunkt $t = 4$ h zu bestimmen.

Das Problem kann grafisch gelöst werden:



$$\text{gelieferte Wärme} = 0.2 \text{ K m/s} \cdot 4 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s/h} = 2880 \text{ K m}$$

$$\text{absorbierte Wärme} = 0.5 \cdot \text{base} \cdot \text{height} = 0.5 (\theta_{ML} - \theta_0) \cdot z_i = 0.5 \gamma z_i^2$$



gelieferte Wärme = $0.2 \text{ K m/s} \cdot 4 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s/h} = 2880 \text{ K m}$

absorbierte Wärme = $0.5 \cdot \text{base} \cdot \text{height} = 0.5 (\theta_{ML} - \theta_o) \cdot z_i = 0.5\gamma z_i^2$

Gleichsetzen ergibt:

Dicke der ML: $z_i = \sqrt{(2 \times 2880 / 0.01)} = 759 \text{ m}$.

Potentielle Temperatur der ML: $\theta_{ML} = \theta_o + \gamma z_i$
 $= 300 + 0.01 \times 759 = 307.6 \text{ K}$

- In der Realität ist der Wärmefluss in der Regel abhängig von der Zeit und die anfängliche Beobachtung ist komplexer als hier angenommen.

Entrainment Geschwindigkeit und ihre Parametrisierung

Methode der Flussraten

- Für den Fall der freien Konvektion steht die Turbulenz, die Entrainment verursacht, in direktem Bezug zu dem Auftriebsfluss an der Oberfläche.
- Dies führt dazu, dass der Auftriebsfluss an der Oberkante der ML ein nahezu konstanter Teil des Flusses am Boden ist:

$$\frac{-\overline{w'\theta'_v}|_{z_i}}{\overline{w'\theta'_v}|_s} = A_R \quad \text{Entrainmentkoeffizient}$$

mit $0.1 < A_R < 0.3$. $A_R = 0.2$ ist ein gebräuchlicher Wert.

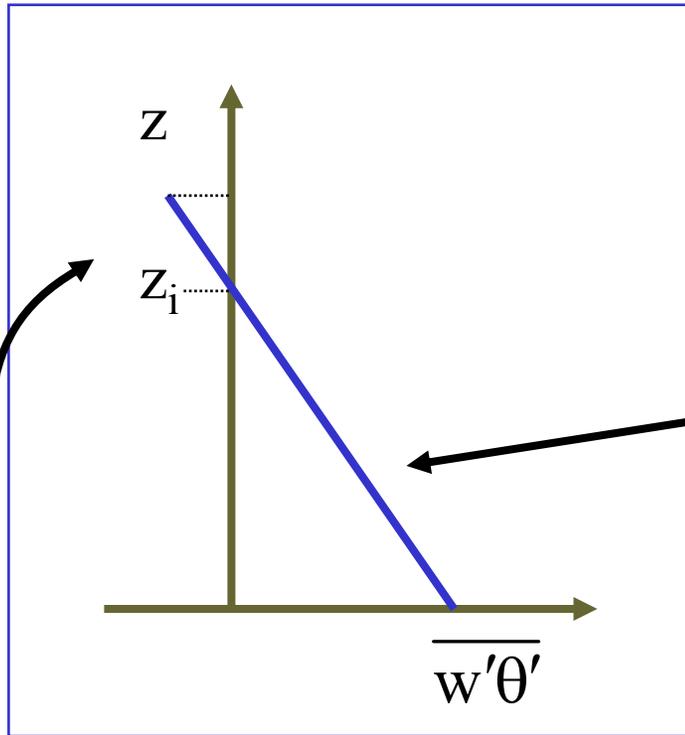
$$\overline{w'\theta'_v}|_{z_i} = -w_e \Delta_{EZ} \bar{\theta}_v \quad \longrightarrow \quad w_e = \frac{A_R \overline{w'\theta'_v}|_s}{\Delta_{EZ} \bar{\theta}_v}$$

Energetische Methode

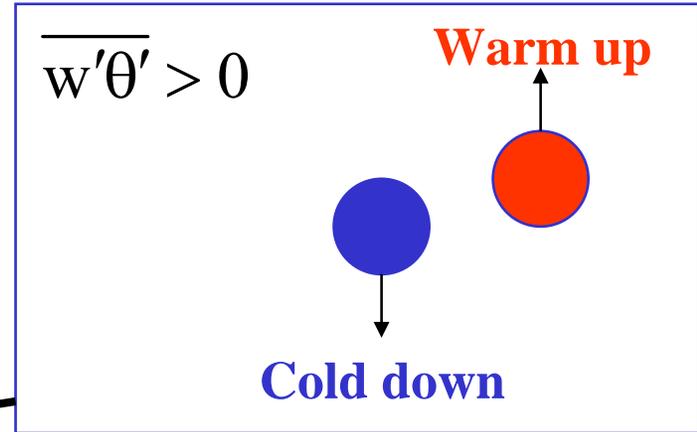
- Wenn Turbulenz durch Windscherung erzeugt wird, versagt die Methode der Flussraten.
- In einer anderen Klasse der Schließung für Behandlung von Entrainment wird die TKE Gleichung verwendet.
- Um warme Luft in die kühlere ML (von oben) einzubringen muss eine Kraft aufgewendet werden, die gegen die Schwerkraft wirkt, die als zurücktreibende (umverteilende) Kraft wirkt.
- Dadurch, dass der Bereich aufsteigender Luft abgesenkt wird, wächst die (verfügbare) Potentielle Energie (PE) in dem System ML/freie Atmosphäre an.
- Die zeitliche Änderungsrate der PE ist gleich dem Integral über die Höhe des negativen Anteils des Auftriebsbewegung. (Siehe Abbildung)



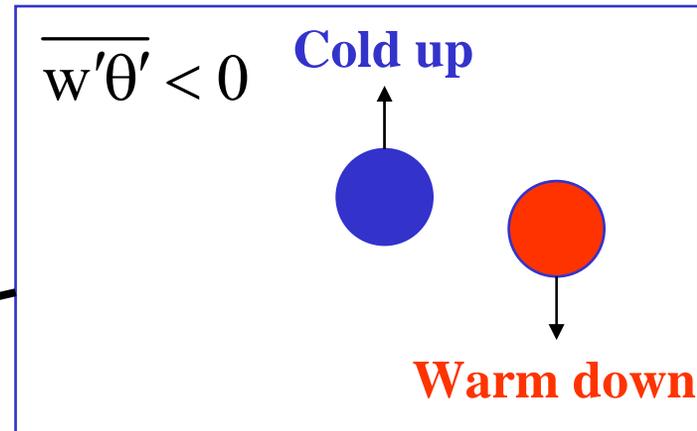
Auftriebsbewegung und TKE Produktion



Auftriebsbewegung



produziert TKE



verbraucht TKE

Energetische Methode

- Das Nettoergebnis ist, dass TKE und PE jeweils umgewandelt werden.
- Ein Teil der TKE in der ML wird dazu verwendet die Arbeit zu verrichten die notwendig ist, um die eindringende Luft nach unten zu verfrachten.
- Um die Entrainmentgeschwindigkeit aus diesem Ansatz zu erhalten, muss man mit der TKE-Gleichung (siehe Kap. 5) beginnen und diese über die gesamte Höhe der GS integrieren:

Energetische Methode

- Die TKE Gleichung ist:

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} = \frac{g}{\theta_v} \overline{w'\theta'_v} - \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial(\overline{w'e})}{\partial z} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} - \varepsilon$$

klein

- Integration über die gesamte GS:

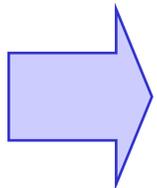
wird bei Integration = 0

$$\frac{d}{dt} \int \bar{e} dz = \frac{g}{\theta_v} \int \overline{w'\theta'_v} dz - \int \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dz - \frac{1}{\bar{\rho}} \overline{w'p'} \Big|_{z_i} - \int \varepsilon dz$$

B

wird in der Regel vernachlässigt

Schreibe $\overline{w'\theta'_v} = \overline{w'\theta'_v} \Big|_{\text{production}} + \overline{w'\theta'_v} \Big|_{\text{consumption}}$



$$B = \frac{g}{\theta_v} \int \overline{w'\theta'_v} \Big|_{\text{production}} dz + \frac{g}{\theta_v} \int \overline{w'\theta'_v} \Big|_{\text{consumption}} dz$$

B_P
 B_N

$$B = \frac{g}{\theta_v} \int \overline{w'\theta'_v} \Big|_{\text{production}} dz + \frac{g}{\theta_v} \int \overline{w'\theta'_v} \Big|_{\text{consumption}} dz$$

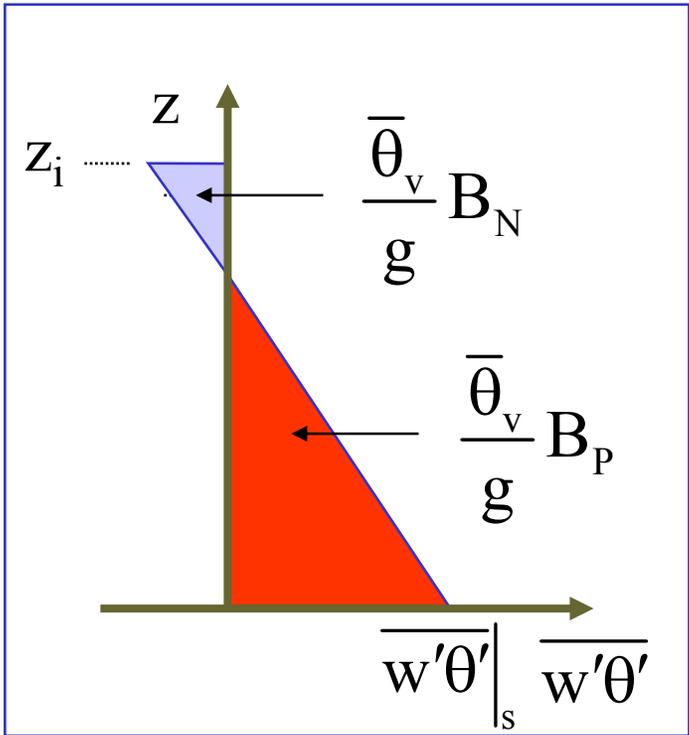
B_P ist der durch Auftrieb verursachte TKE Produktionsterm.

B_N ist der durch Auftrieb verursachte TKE Verbrauchsterm, der in PE umgewandelt wird.

- Wie man die Auftriebsprofile in die Komponenten der Produktion bzw. des Verbrauchs von TKE zerlegt, findet man in Stull (Kap. 11.4.3: Seiten 479-483).
[Siehe auch: Randall, Buoyant production and consumption of turbulence kinetic energy in cloud-topped mixed layers, J. Atmos. Sci., ab Seite 402, 1984.]
- Um einen Ausdruck für die Entrainmentgeschwindigkeit zu erhalten, muss man weitere Annahmen treffen.
- Erster Annahme: Gleichgewicht!



$$\underbrace{-\frac{g}{\theta_v} \int \overline{w'\theta'_v} \Big|_{\text{consumption}} dz}_{B_N} = \underbrace{\frac{g}{\theta_v} \int \overline{w'\theta'_v} \Big|_{\text{production}} dz}_{B_P}$$



$$- \int \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dz - \frac{1}{\bar{\rho}} \overline{w'p'} \Big|_{z_i} - \int \epsilon dz$$

MP
↑

Schwerewellen
klein
Dis

Dieser Term wird parametrisiert durch die Bodenspannung u_* , oder die Scherung ΔU an der Oberkante der ML.

Angenommen, Dis sei proportional zu der gesamten Produktionsrate $\Rightarrow \propto B_P - MP$

(80% bis 99% der produzierten TKE wird dissipiert.)

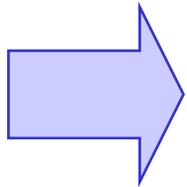


$$-B_N = B_P - MP - Dis$$

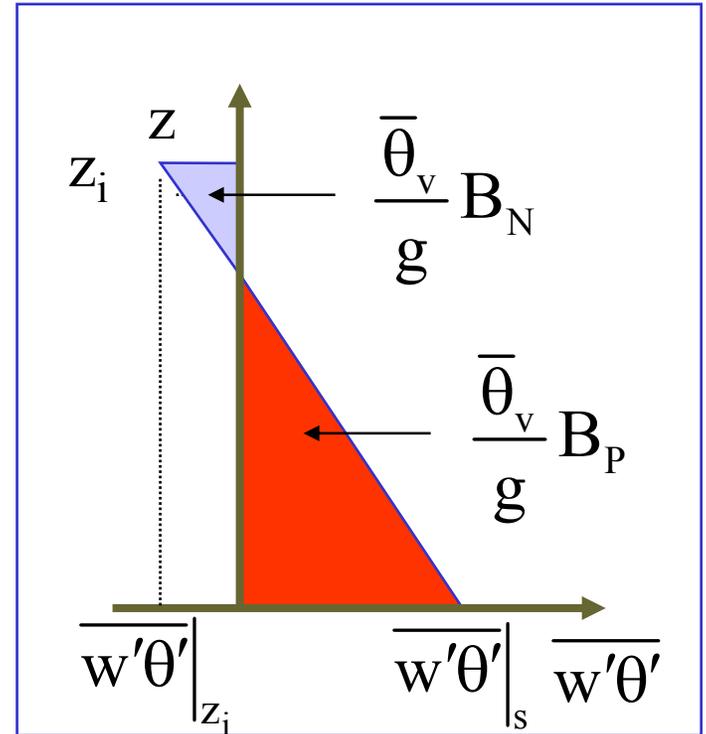


hängt zusammen mit

$$\overline{w'\theta'}\Big|_{z_i} = -w_e \Delta_{EZ} \bar{\theta}_v$$



$$w_e = -\frac{\overline{w'\theta'}\Big|_{z_i}}{\Delta_{EZ} \bar{\theta}_v}$$



- Der Vorteil dieses Produktions-/Verbrauchsansatzes ist, dass er für eine Vielzahl von Situationen verwendet werden kann: freie und angetriebene Konvektion, "gemischte" Konvektion, ML mit Wolken an der Oberkante.
- Wenn Wolken vorhanden sind, sollte die Produktion den Effekt der Strahlungsdivergenz einschließen.

- Beispiel: Wenn die energetische Methode auf eine wolkenfreie ML mit Scherung sowohl am Boden als auch an der Oberkante der ML angewendet wird, kann man folgende Beziehung herleiten (Stull, 1976):

$$w_e = \frac{2 \bar{\theta}_v}{g d_1 \Delta_{EZ} \bar{\theta}_v} \left[\underbrace{c_1 w_*^3}_{\text{blue}} + \underbrace{c_2 u_*^3}_{\text{red}} + \underbrace{c_3 (\Delta_{EZ} \bar{U})^3}_{\text{olive}} \right]$$

mit $c_1 = 0.0167$, $c_2 = 0.5$ und $c_3 = 0.0006$.

-  Produktion durch Auftrieb,
-  mechanische Produktion am Boden,
-  mechanische Produktion an der Oberkante der ML.

d_1 = Abstand zwischen der Oberkante der ML und der Höhe, in der der Wärmefluss Null ist. \Rightarrow

$$\frac{d_1}{z_i} = \frac{-\overline{w'\theta'_{v z_i}}}{-\overline{w'\theta'_{v z_i}} + \overline{w'\theta'_{v s}}}$$

- Wenn, wie oben, die entsprechenden Annahmen gemacht werden (Spezialfall der freie Konvektion), kann man also recht einfach zeigen, dass sich die energetische Parametrisierung auf ein Verhältnis der verschiedenen Flüsse reduzieren lässt.

Andere Methoden

- In der Literatur werden viele andere Methoden beschrieben. Die meisten sind von den eben beschriebenen Methoden abgeleitet.
- Die meisten Ansätze wurden mit Beobachtungsdaten ausgetestet; sie ergeben durchaus realistische Ergebnisse innerhalb der Unsicherheitsbereiche der Messungen.
- Das Absinken an der Oberkante der ML ist eine der größten Unsicherheiten; es ist nicht einfach zu messen; es kann die gleiche Größenordnung haben wie die Entrainmentgeschwindigkeit.

Andere Methoden

- Es gibt eine Reihe von Beispielen für andere Methoden zur Bestimmung der Dicke der ML, die zwar auch getestet wurden, aber in der Anwendung doch nicht gut funktionieren.
- Eine Methode nahm zum Beispiel an, dass die Dicke der ML proportional zur Dicke der Ekman-schicht ist.
- Eine Andere nahm an, dass man die Bulk-Richardson-Zahl mittels der Wind- und Temperaturdifferenzen über die gesamte ML bestimmen kann.

Beispiel

Gegeben: $\overline{w'\theta_v'} = 0.2 \text{ K m/s}$, $u_* = 0.2 \text{ m/s}$, $g/\overline{\theta_v} = 0.0333 \text{ m s}^{-2} \text{ K}^{-1}$,
 $z_i = 1 \text{ km}$, $\Delta_{EZ}\overline{\theta_v} = 2 \text{ K}$.

Finde w_e mittels der

- Methoden der Flussraten,
- energetische Methode (Spezialfall obiger Gleichung).

Lösung:

a)

$$w_e = A_R \frac{\overline{w'\theta_v' s}}{\Delta_{EZ}\overline{\theta_v}} = \frac{0.2 \cdot 0.2}{2} = 0.0200 \text{ m/s}$$

b)

$$w_e = \frac{2}{(g/\overline{\theta_v}) d_1 \Delta_{EZ}\overline{\theta_v}} \left[c_1 w_*^3 + c_2 u_*^3 \right] = \frac{30.03}{d_1} [0.1112 + 0.004] = \frac{3.46}{d_1}$$

Beispiel (Fortsetzung)

Aber

$$d_1 = 1000 \left[\frac{2 w_e}{0.2 + 2 w_e} \right]$$

Kombination dieser Gleichungen ergibt:

$$w_e^2 = 0.00173 [2 w_e + 0.2]$$

welche gelöst werden kann: $w_e = 0.0204 \text{ m s}^{-1}$.

Discussion: We see that the addition of small values of surface stress have little effect on the entrainment rate in a free convection situation, and that the flux ratio method gives essentially the same answer with much fewer computations. For forced convection, however, the flux ratio method fails completely, but the energetics method can be used in the form (neglecting shear at the ML top, and using $d_1 = z_i$):

$$w_e = \frac{2 c_2 u_*^3}{(g/\overline{\theta_v}) z_i \Delta_{EZ} \overline{\theta_v}}$$

Advektion

- Trotz der großen vertikalen Flüsse und der kraftvollen Turbulenz in einer konvektiv durchmischten Schicht, kann die horizontale Advektion von Luftmassen durch den mittleren Wind ähnlich große Effekte wie die Turbulenz haben. Bei der Advektion werden die Charakteristika (Zustand) der Luftmasse übertragen.
- Die Vernachlässigung der Advektion ist daher für die meisten Simulationen einer realistischen GS unberechtigt!
- Eine Maßzahl für die relative Bedeutung der Turbulenz gegenüber dem mittleren Wind ist die dimensionslose Größe des "konvektiven Abstandes" X^{ML} (Willis and Deardorff, 1976):

$$X^{ML} = \frac{X}{z_i} \frac{w_*}{U}$$

Advektion

$$X^{ML} = \frac{x}{z_i} \frac{w_*}{\bar{U}}$$

wobei x die Entfernung bezeichnet, über die der Horizontalwind wirkt (engl. downwind distance).

- X^{ML} kann aus dem Verhältnis der gemessenen horizontalen Distanz, die ein Luftpaket advehiert wird und der theoretisch ermittelten Entfernung bestimmt werden, die ein Luftvolumen während einer konvektiven Zirkulation (nach oben und nach unten) zurücklegt.
- Für große X^{ML} ($\gg 1$, d.h. $\bar{U} \ll w_*$) dominiert die turbulente Mischung über die durch den horizontalen Wind verursachte Advektion, für kleine X^{ML} ($\ll 1$) ist die turbulente Mischung weniger wichtig.

- Zusätzlich zur horizontalen Advektion von Impuls, Feuchte, Wärme und Spurengasen, muss man sich auch um die Advektion von z_i kümmern.
- Letzteres kann man als Maß für die Advektion eines Volumen innerhalb der ML betrachten.
- So kann zum Beispiel eine langsam wachsende, flache (dünne) ML über einer bewässerten Region sehr rasch anwachsen, wenn eine dickere ML in diesen Bereich advehiert wird.
- Die lokale Änderung von z_i wird beschrieben durch:

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} = -\bar{u}_j \frac{\partial z_i}{\partial x_j} + w_e + w_L$$

- Die Neigung von z_i kann erheblich sein und ihre Vernachlässigung kann zu Fehlern bei der Bestimmung der Dicke der ML führen (Lenschow, 1973).
- Für starke Winde und bei abrupten Änderungen der Oberflächenbeschaffenheit, kann die Advektion dominieren und lokal das Wachstum der ML mit der Zeit verhindern.
- Die sich daraus ergebende thermische Struktur der GS, die eine Funktion von x (downwind distance) ist, wird von Stull ausführlich in Kap. 14 diskutiert (nicht in dieser Vorlesung).

Absinken und Divergenz

- In einem Feldexperiment hat man zum Beispiel die mittlere Vertikalgeschwindigkeit gemessen; man erhielt Werte von -0.22 m s^{-1} (Absinken) bis 0.27 m s^{-1} (aufwärts gerichtete Bewegung). (Vachalek et al., 1988)
- Diese Werte sind im Vergleich mit der Entrainmentgeschwindigkeit sehr groß; die großräumige Vertikalbewegung kann somit nicht vernachlässigt werden.
- Unglücklicherweise ist das Absinken am Oberrand der ML nur sehr schwer zu messen.
- So sind zum Beispiel die Fehlerwerte von Geschwindigkeitsmessungen vom Flugzeug aus oft größer, als die eigentlichen Werte, die das Absinken beschreiben.

Absinken und Divergenz

- Oft sind die mittleren Werte der Vertikalgeschwindigkeit unterhalb des Auflösungsbereichs der Messgeräte (z.B. Fernerkundung mit Dopplersensoren zur Messung von Geschwindigkeitsdifferenzen).
- Das Absinken von Rauch, Feuchte oder stabilen Schichten kann zwar verfolgt werden; in der Regel wird diese Bewegung aber auch durch die horizontale Advektion beeinflusst, über die aber häufig nichts bekannt ist.
- Ebenso kann das Nachverfolgen von angehobenen Schichten eigentlich nur dann erfolgen, wenn diese Schichten in der freien Atmosphäre oberhalb der ML zu finden sind und sie nicht durch das Anwachsen der ML beeinflusst sind.

Absinken und Divergenz

- Alternativ kann man die mittlere Vertikalbewegung in der Höhe z_i abschätzen, wenn die Divergenz als Funktion der Höhe in der ML kennt:

$$w_L(z_i) = - \int_0^{z_i} \nabla \cdot \mathbf{u} dz$$

- Für den Fall, dass die Divergenz mit der Höhe konstant ist, ergibt sich:

$$w_L(z_i) = -(\nabla \cdot \mathbf{u})z_i$$

- Dieser Ausdruck wird häufig verwendet, da keine besseren Informationen (Daten) vorhanden sind.
- Horizontale Divergenz ist nicht einfach zu messen.
- Theoretisch muss man die Geschwindigkeiten senkrecht zu einer bestimmten horizontalen Fläche messen und diese Messungen müssen im Prinzip an jedem Punkt innerhalb dieser Region durchgeführt werden. Wenn man ein Netzwerk von Stationen hat, die nicht zu weit auseinander liegen ("meso-network"), kann man die Divergenz nahe der Oberfläche abschätzen, vorausgesetzt, dass die Oberflächeneigenschaften die Windgeschwindigkeiten nicht all zu sehr beeinflussen.

- Je weiter die Stationen auseinander liegen, desto ungenauer wird die Bestimmung der Divergenz.
- Auf der anderen Seite kann ein zu dichtes Messnetz dazu führen, dass die Differenzen der Horizontalgeschwindigkeiten zu klein werden, um sie aufzulösen.

- Man kann auch ein Netzwerk von Radiosonden (an Ballonen) verwenden, um die Divergenz zu bestimmen (Bellamy Methode); hierbei kann zum einen die unterschiedliche Genauigkeit der Sonden, die Kalibration der Sonden untereinander und natürlich auch zu große Entfernungen der einzelnen Sonden die Divergenzberechnungen beeinflussen.
- So fanden zum Beispiel Vachalek et al. (1988), dass die Integration der aus den Radiosonden bestimmten Divergenzen über die Höhe der ML die besten Ergebnisse ergibt und zur Bestimmung der Divergenzen am Boden ein bodengestütztes Messnetz (meso-network) am besten geeignet ist.
- Fluktuationen der Divergenz verschiedener horizontaler und zeitlicher Skalen sind in der Regel einander überlagert.

- Divergenzfluktuationen auf kleineren räumlichen Skalen scheinen dabei größere Amplituden (bis zu einem Faktor 100) und kleinere Zeitskalen (kürzere Lebensdauer) zu haben, als Divergenzfluktuationen über größere Areale.
- Beispiel: Für eine Region mit einem Durchmesser von 5 km fand man Divergenzen in einer Größenordnung von 10^{-4} bis 10^{-5} s^{-1} , während für Regionen mit einem Durchmesser von 100 km Werte von 10^{-5} bis 10^{-7} s^{-1} ermittelt wurden.

(Siehe auch Abbildung 11.34 in Stull.)

- Kurzzeitige Ereignisse einer Divergenzänderung (≤ 1 Stunde) sind etwa 10-mal häufiger als lang andauernde Divergenzänderungen. Etwa 95% aller "Divergenzereignisse" dauern weniger als 8 Stunden an.
- Dies bedeutet, dass Divergenzen und Absinken, die aus einem großskaligen Messnetz (= große Abstände zwischen den einzelnen Instrumenten) ermittelt wurden, keine kurzperiodischen Variationen mit großer Amplitude zeigen werden. Man kann daher auch mit ihnen kaum das Absinken oberhalb eines bestimmten Punktes zu einem bestimmten Zeitpunkt bestimmen.



Ende Kapitel 11