Kapitel 5 (2):
Stabilität und Skalierung

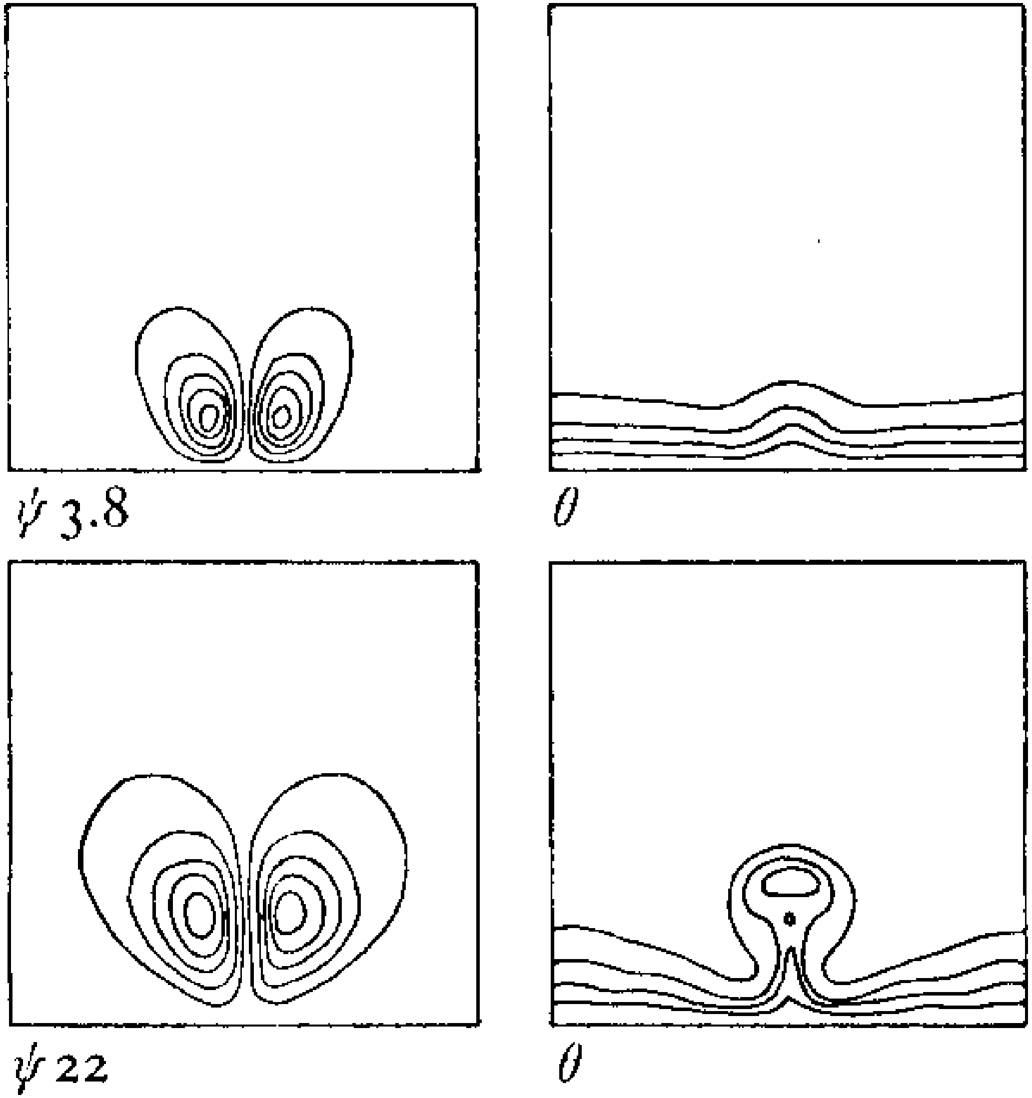
Stabilitätskonzepte

- Labile (Instabile) Flüsse werden oder bleiben turbulent, stabile Flüsse werden oder bleiben laminar.
- Wenn der Nettoeffekt aller destabilisierenden Faktoren größer ist als der Nettoeffekt der stabilisierenden Faktoren, dann tritt Turbulenz auf.
- In vielen Fällen kann man diese Faktoren interpretieren als Teil der TKE Budgetgleichung (einzelne Terme).
- Man kann einen stabilisierenden Faktor mit einem destabilisierenden Faktor durch Bildung eines dimensionslosen Verhältnis der beiden vergleichen; so ergibt sich z.B. die Reynoldszahl, die Richardsonzahl, die Froudezahl und die Rayleighzahl.
- Andere Stabilitätsparameter, wie die statische Stabilität, werden normalerweise <u>nicht</u> in einer dimensionslosen Form ausgedrückt.

Statische Stabilität und Konvektion

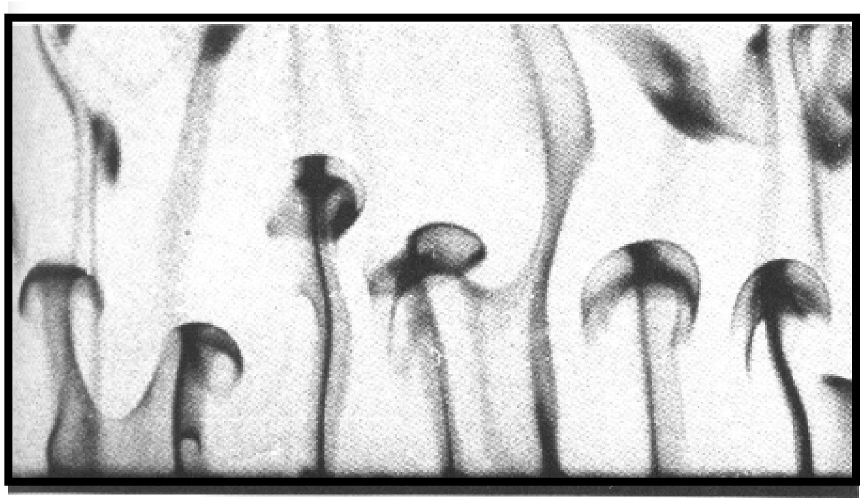
- Statische (In-) Stabilität ist ein Maß für die Fähigkeit eines Systems, Konvektion auszubilden.
- “statisch” bedeutet, dass keine Bewegung existiert.
- Statische Instabilität entsteht, wenn weniger dichtere Luft (d.h. wärmere und oder feuchtere Luft) unterhalb von dichterer Luft liegt.
- Der Fluss reagiert auf diese Instabilität, indem er konvektive Zirkulation (z.B. Thermals) begünstigt; diese ermöglicht das Aufsteigen von Luft bis zum Oberrand der instabilen Schicht und damit eine Stabilisierung des Fluids.
- Thermals benötigen einen auslösenden Mechanismus um zu beginnen.
- Diese sind überall in der Atmosphäre vorhanden (z.B. Hügel, Bäume).

Durchdringende Konvektion



ψ: Stromfunktion

Bildung aufsteigender Abgasfahnen oder Thermals von einer aufgeheizten Oberfläche



größere Heizrate

In einem turbulenten Konvektionsregime ist der Fluss von Wärme, ausgehend von einer geheizten Fläche, eher unterbrochen als stetig; er wird durch die Bildung von Thermals erreicht.

Statische Stabilität: Lokale Definitionen

- In der Meteorologie wird traditionell definiert, dass die statische Stabilität von "lokaler" Natur ist; d.h. die statische Stabilität ist durch den lokalen vertikalen Temperaturgradienten (engl. lapse rate) bestimmt.
- Diese lokale Definition versagt häufig in konvektiven ML, da das Aufsteigen von Thermals von bodennahen Schichten oder ihr Absinken von der Wolkenoberkante abhängig ist von dem Überschuss an Auftrieb <u>und nicht</u> von dem umgebenden Temperaturgradienten.

Statische Stabilität: Lokale Definitionen

Beispiel:

- In den mittleren 50% einer konvektiven ML ist der vertikale Temperaturgradient nahezu adiabatisch, was zu einer falschen Klassifikation der neutralen Stabilität führt, wenn die traditionelle lokale Definition verwendet wird.
- Deshalb muss klar unterschieden werden zwischen einem adiabatischen Temperaturgradienten und neutraler Stabilität.

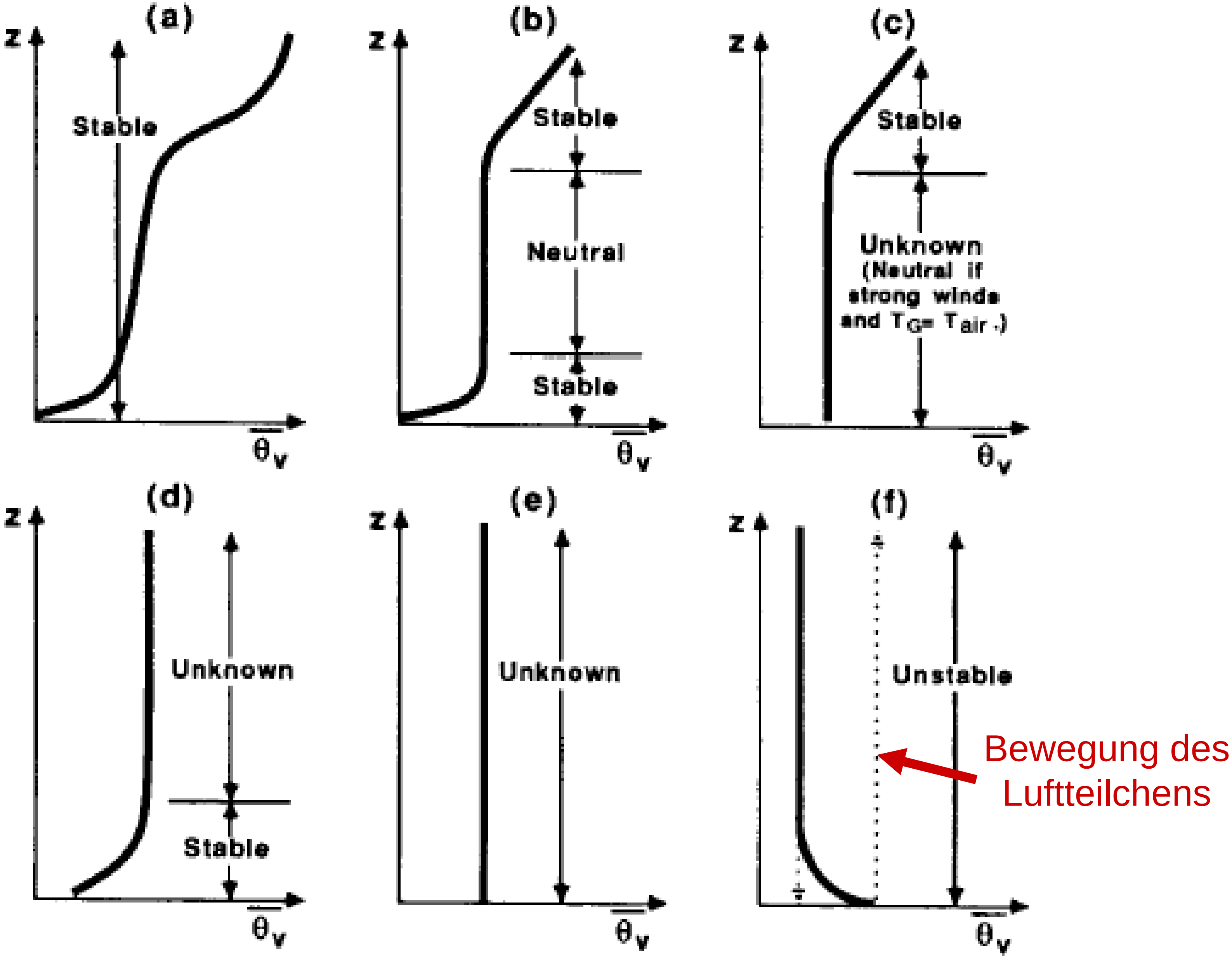
- Eine Luftmasse, in der ein adiabatischer Temperatur-gradient gefunden wird, kann statisch stabil, neutral oder instabil sein, abhängig von Konvektion und dem vertikalen Fluss (Auftrieb).
- Neutrale Stabilität bedeutet eine sehr spezielle Situation: adiabatischer Temperaturgradient und keine Konvektion!
- Beide Ausdrücke sollten nicht abwechselnd verwendet werden. Der Ausdruck "neutraler Temperaturgradient" (engl. neutral lapse rate) sollte <u>nicht</u> verwendet werden!
- Schlussfolgerung: Um die statische Stabilität zu bestimmen sind Messungen des lokalen Temperatur-gradienten allein unzureichend.
- Entweder muss man das gesamte $\overline{\theta}_v$ Profil kennen, oder Messungen des vertikalen turbulenten Flusses (Auftriebsfluss) müssen durchgeführt werden.

Statische Stabilität: Nicht-lokale Definitionen

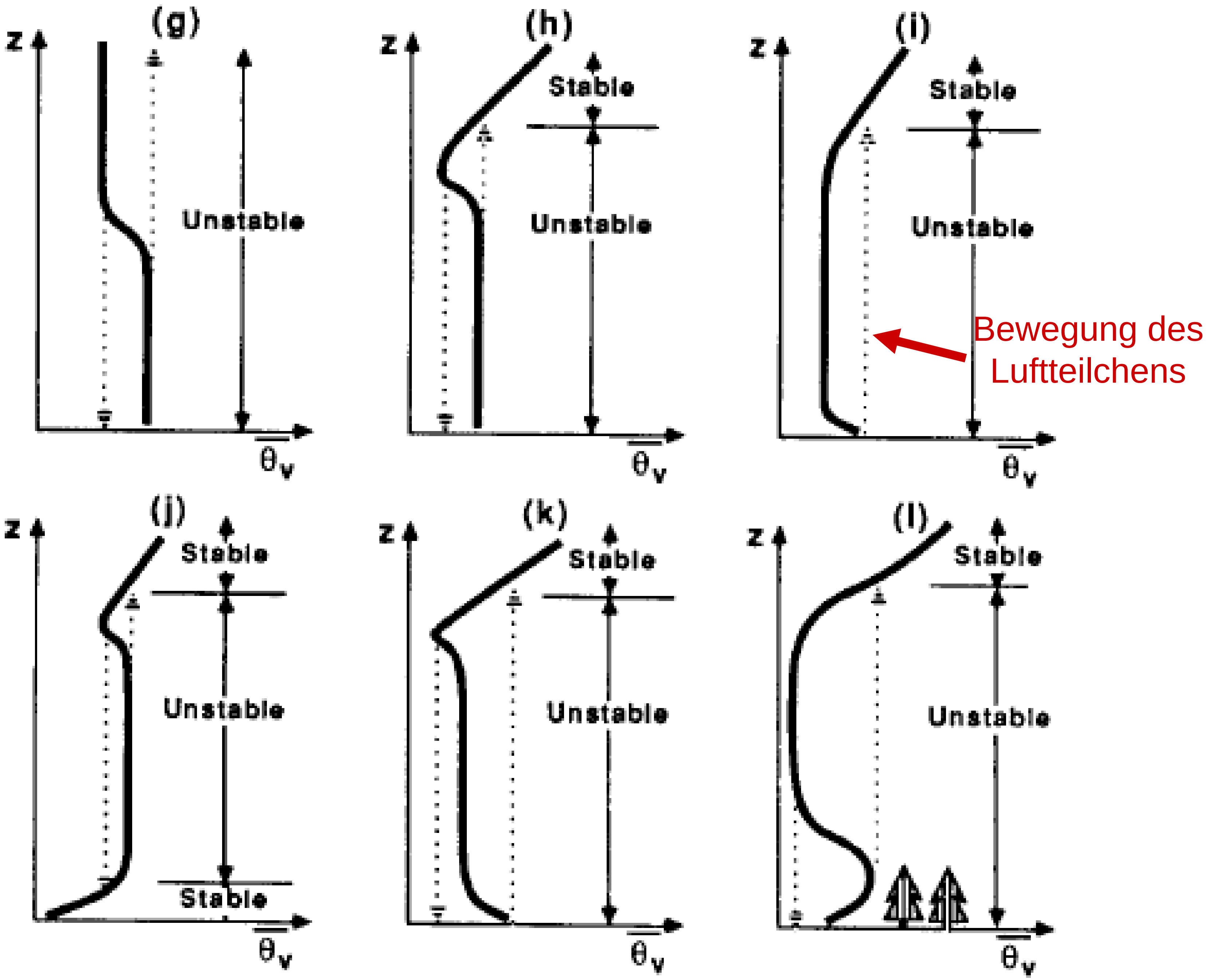
- Besser ist es, die Stabilität einer gesamten Schicht zu betrachten:
- Beispiel: Wenn $\overline{w'\theta_v'}$ am Erdboden positiv ist, oder wenn verschobene Luftteilchen als Thermal von unten durch die GS aufsteigen oder von oben durch sie absinken, spricht man davon, dass die GS instabil oder konvektiv ist.
- Wenn $\overline{w'\theta_v'}$ am Erdboden negativ ist, oder wenn verschobene Luftteilchen wieder zurück in ihren Ausgangspunkt streben, spricht man davon, dass die GS stabil ist.
- Wenn über die gesamte Dicke der GS der Scher-produktionsterm in der TKE Gleichung viel größer ist als der Auftriebsterm, oder wenn der Auftriebsterm nahe Null ist, spricht man davon, dass die GS neutral ist.
- In diesem Fall bezeichnet man die GS manchmal auch als die Ekman Grenzschicht.

- Die GS, die während einer Schönwetterepisode über Land den Boden berührt, ist selten neutral.
- Neutrale Bedingungen werden häufig in der darüber-liegenden Restschicht (RL) gefunden.
- In Situationen mit bedecktem Himmel und starken Winden, aber geringen Temperaturunterschieden zwischen der Luft und der Oberfläche, ist die GS häufig nahe an der Bedingung neutraler Stabilität.
- Wenn man weder etwas über Konvektion oder Auftrieb weis, ist eine alternative Bestimmung der statischen Stabilität möglich, wenn das $\overline{\theta}_v$ Profil über die gesamte GS bekannt ist.

Abbildungen



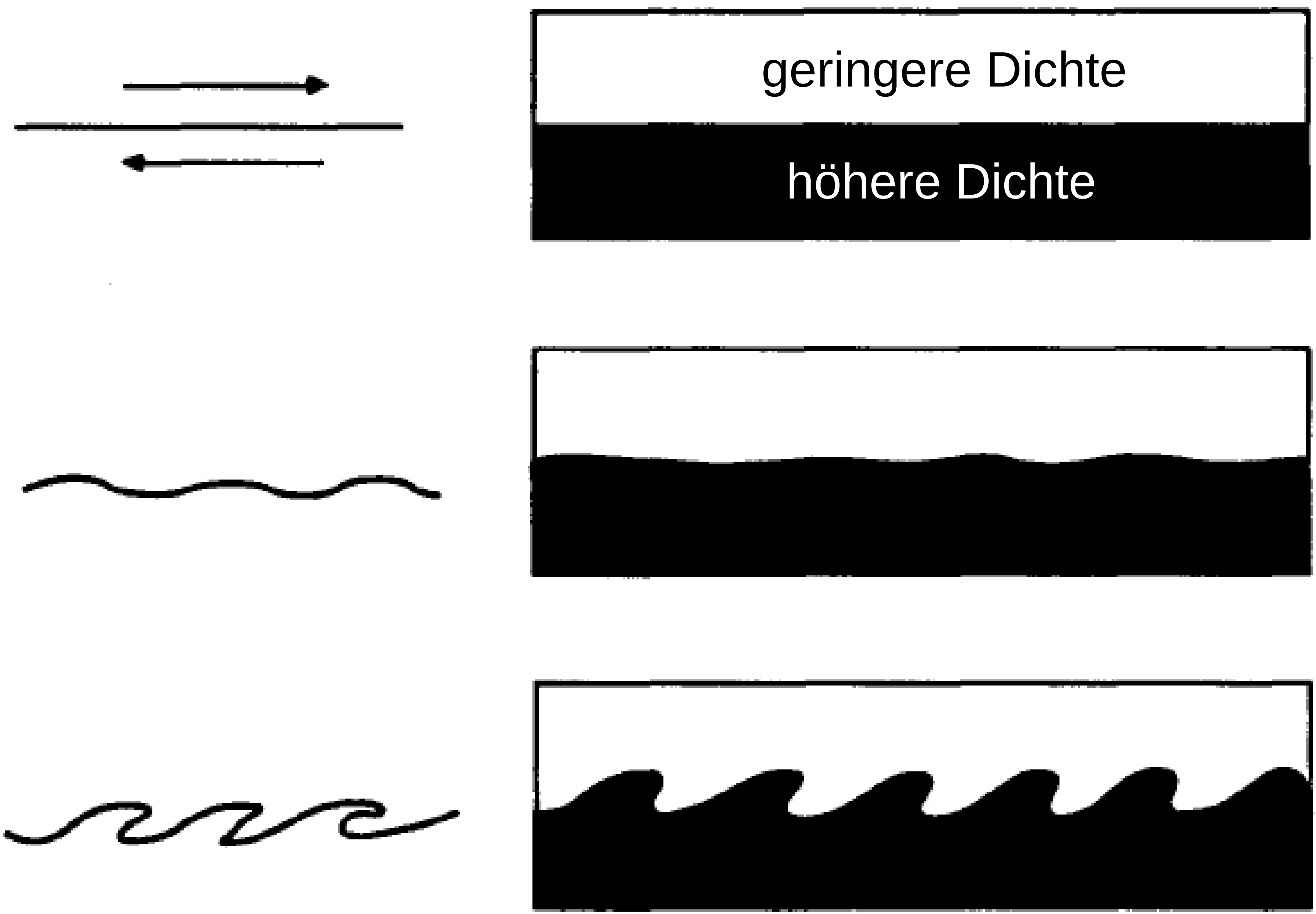
Statische Stabilität in Abhängigkeit vom $\overline{\theta}_v$ Profil.

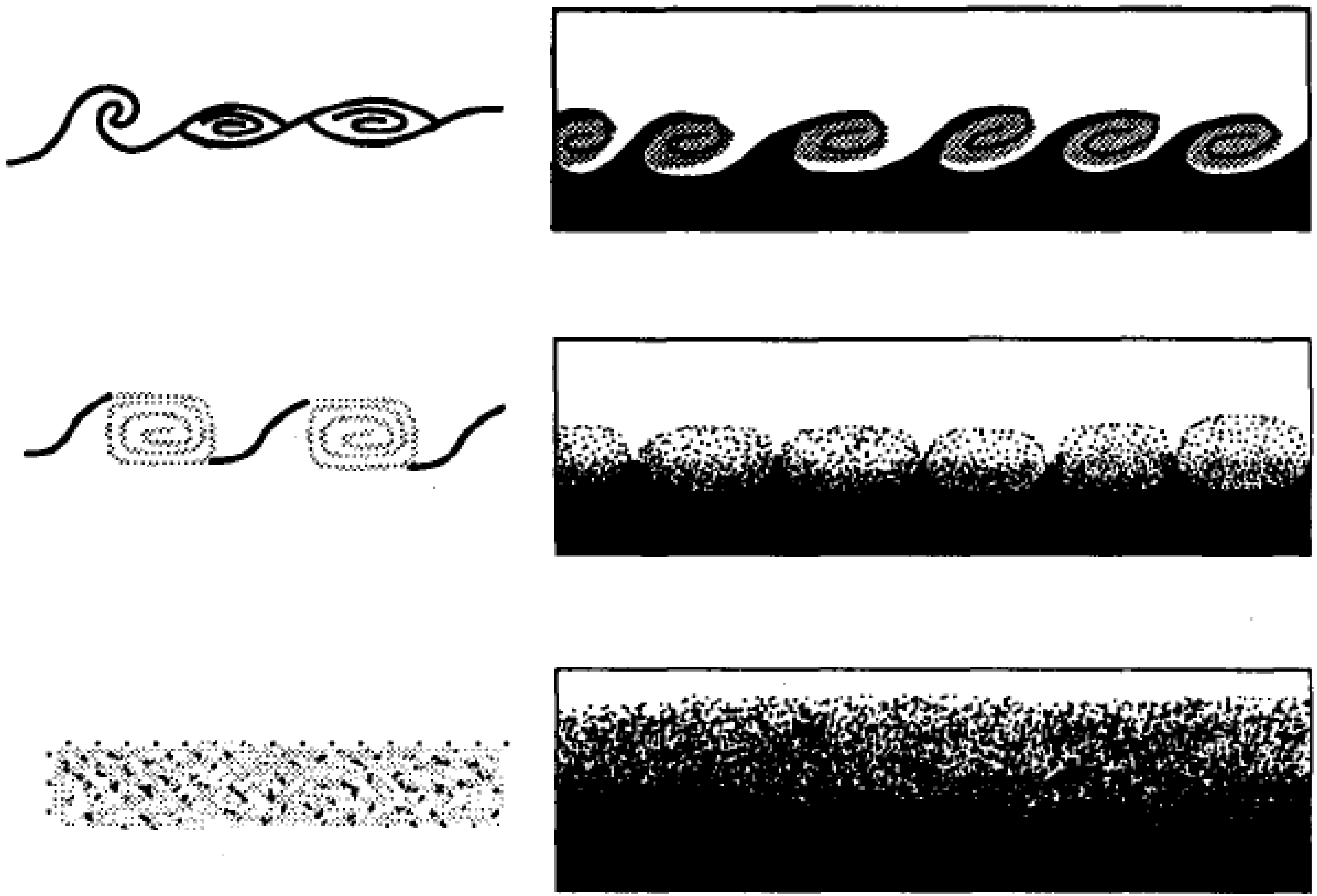

(g)
z
Unstable
$\overline{\theta}_v$
(h)
z
Stable
Unstable
$\overline{\theta}_v$
(i)
z
Stable
Unstable
$\overline{\theta}_v$
Bewegung des
Luftteilchens
(j)
z
Stable
Unstable
Stable
$\overline{\theta}_v$
(k)
z
Stable
Unstable
$\overline{\theta}_v$
(l)
z
Stable
Unstable
$\overline{\theta}_v$

Dynamische Stabilität & Kelvin-Helmholtz-Wellen

- Das Wort "dynamisch" bezieht sich auf eine Bewegung. Daher hängt die dynamische Stabilität zum Teil vom Wind, d.h. der Windstärke ab.
- Selbst wenn die Luft statisch stabil geschichtet ist, sind Windscherungen durchaus in der Lage, Turbulenz dynamisch zu erzeugen.
- Dieser Mechanismus wird auch Kelvin-Helmholtz- (KH-) Instabilität genannt. Die brechende Welle wird als Kelvin-Helmholtz-Welle bezeichnet.

Kelvin-Helmholtz-Instabilität (Welle) in einem Laborexperiment





KH-Instabilität in der Atmosphäre

KH-Instabilität in der Atmosphäre

KH-Instabilität in der Atmosphäre

Die Richardsonzahl

Die Richardson-Flusszahl

- In einer <u>statisch stabilen Umgebung</u> wirkt die vertikale Komponente der turbulenten Bewegungen gegen die zurück treibende Schwerkraft $\Rightarrow$

  Auftrieb neigt dazu Turbulenz zu unterdrücken, während die Windscherung Turbulenz mechanisch erzeugen kann.

- <u>In dieser Situation</u> ist der Auftriebsterm (Produktionsterm) der TKE Gleichung negativ, während der Scherungsterm (mechanischer Produktionsterm) positiv ist:

$$\frac{\partial \overline{e}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{e}}{\partial x_j} = \underbrace{\frac{g}{\overline{\theta}_v} \overline{w'\theta'_v}}_{\substack{< 0 \\ \text{III}}} - \underbrace{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}}_{\substack{> 0 \\ \text{IV}}} - \frac{\partial (\overline{u'_j e})}{\partial x_j} - \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{u'_i p'}}{\partial x_i} - \varepsilon$$

Die Richardson-Flusszahl

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{e}}{\partial x_j} = \frac{g}{\bar{\theta}_v} \overline{w'\theta'_v} - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{u'_j e})}{\partial x_j} - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \overline{u'_i p'}}{\partial x_i} - \varepsilon$$

Definiere die Richardson-Flusszahl $\mathrm{Ri_f}$:

$$\mathrm{Ri_f} = \frac{\frac{g}{\bar{\theta}_v} \overline{w'\theta'_v}}{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}$$

dimensionslos

9 Terme

- Das negative Vorzeichen von Term IV wird per Vereinbarung vernachlässigt.
- Unter der Annahme von Homogenität und Vernach-lässigung von Absinken, reduziert sich die obige Gleichung zu der gebräuchlicheren Form von $\mathrm{Ri_f}$:

$$\mathrm{Ri_f} = \frac{\frac{g}{\overline{\theta}_v}\overline{w'\theta'_v}}{\overline{u'w'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \overline{v'w'}\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}}$$

- Für statisch instabile Flüsse ist $\mathrm{Ri_f}$ für gewöhnlich negativ (weil der Nenner normalerweise negativ ist). Für statisch neutrale Flüsse ist $\mathrm{Ri_f}$ gleich Null, für statisch stabile Flüsse ergibt sich ein positiver Wert.

- Richardson schlug vor, dass $\mathrm{Ri_f} = +1$ ein kritischer Wert ist, weil dann die mechanische Produktionsrate den Auftriebsterm der TKE balanciert.

- Für jeden Wert von $\mathrm{Ri_f} < +1$ ist die statische Stabilität zu schwach, um die mechanische Erzeugung von Turbulenz zu verhindern.

- Für $\mathrm{Ri_f} < 0$ ist es der Zähler, der zur Erzeugung von Turbulenz beiträgt.

- Deshalb erwartete Richardson, dass
  - der Fluss turbulent, d.h. dynamisch instabil ist, wenn $Ri_f < +1$ und
  - der Fluss laminar, d.h. dynamisch stabil ist, wenn $Ri_f > +1$.
- Man erkennt, dass (per Definition) ein statisch instabiler Fluss immer dynamisch instabil ist.

Die Richardsonzahl

- Problem: Man kann $\mathrm{Ri_f}$ nur für turbulente Flüsse berechnen, weil $\mathrm{Ri_f}$ Faktoren beinhaltet, die turbulente Korrelationen einschließen $\Rightarrow$ Man kann $\mathrm{Ri_f}$ nur nutzen um herauszufinden, ob ein turbulenter Fluss laminar wird, nicht aber um zu bestimmen, ob ein laminarer Fluss turbulent wird.

- Wie kann man weiter verfahren?

  Man nehme an, dass $-\overline{w'\theta'_v} \propto \dfrac{\partial\overline{\theta}_v}{\partial z}$ (siehe Kapitel 2)

  Ganz ähnlich: $-\overline{u'w'} \propto \dfrac{\partial\overline{u}}{\partial z}$ $\quad -\overline{v'w'} \propto \dfrac{\partial\overline{v}}{\partial z}$

- Dies ist die Basis der sogenannten K-Theorie oder auch Eddy-Diffusionstheorie, die später noch diskutiert wird (siehe Kapitel 6). An dieser Stelle sei einfach angenommen, dass diese Annahmen so möglich sind.

- Durch einsetzen ergibt sich die sogenannte Gradienten-Richardsonzahl Ri:

$$\mathrm{Ri} = \frac{\dfrac{g}{\overline{\theta}_v}\dfrac{\partial\overline{\theta}_v}{\partial z}}{\left(\dfrac{\partial\overline{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial\overline{v}}{\partial z}\right)^2}$$

- Wenn von der Richardsonzahl gesprochen wird, ohne genaue Bezeichnung, um welche es sich handelt, ist in der Regel die Gradienten-Richardsonzahl gemeint.
- Theoretische Arbeiten und Laborstudien deuten darauf hin, dass laminare Flüsse instabil werden und in Turbulenz übergehen (sich z.B. KH-Wellen bilden), wenn Ri kleiner wird als die sog. kritische Richardsonzahl Ri_c.
- Ein anderer Wert, Ri_T, zeigt das Ende von Turbulenz an.

Richardsonzahl Kriterium

Das dynamische Stabilitätskriterium kann wie folgt angegeben werden:

- Laminare Flüsse werden turbulent, wenn $Ri < Ri_c$.
- Turbulente Flüsse werden laminar, wenn $Ri > Ri_T$.
- Obwohl es noch eine Diskussion über die korrekten Werte von Ri_c und Ri_T gibt zeigt sich, dass diese Annahmen gut funktionieren für $Ri_c = 0.21$ bis 0.25 und $Ri_T = 1.0$.
- Es scheint einen Hystereseeffekt zu geben, da Ri_T größer ist als Ri_c.

Eine Hypothese für den Hystereseeffekt ist folgende:

- Zwei Bedingungen für Turbulenz werden benötigt: (1) Instabilität und (2) ein auslösender Mechanismus.
- Ferner sei angenommen, dass dynamische Instabilität immer dann auftritt, wenn $Ri < Ri_T$.

Hystereseeffekt

- Wenn ein auslösender Mechanismus bereits existierende Turbulenz innerhalb eines (oder angrenzend an ein) instabilen Fluids ist, dann kann Turbulenz solange existieren wie $\mathrm{Ri} < \mathrm{Ri}_T$, weil sowohl Instabilität als auch der "Auslöser" vorhanden sind.
- Wenn KH-Wellen ein anderer auslösender Mechanismus sind, dann findet man in Abwesenheit von existierender Turbulenz, dass Ri deutlich kleiner als Ri_T sein muss, bevor KH-Wellen gebildet werden.
- Labor- und theoretische Studien haben gezeigt, dass das Kriterium für die Bildung von KH-Wellen $\mathrm{Ri} < \mathrm{Ri}_c$ sein muss.
- Dies führt zu offensichtlich zu einer Hysterese: Ri eines nicht-turbulenten Flusses muss kleiner sein als Ri_c bevor Turbulenz einsetzt, aber wenn Turbulenz einmal existiert, dann kann sie solange bestehen, bis $\mathrm{Ri} > \mathrm{Ri}_T$.

Die "Bulk" Richardsonzahl

- Theoretische Arbeiten die ergeben, dass $\mathrm{Ri_c} = 0.25$ ist, basieren auf lokalen Messungen der Windscherung und des Temperaturgradienten.
- Die aktuellen lokalen Temperaturgradienten kennt man nur selten, aber man kann sie aus einer Reihe von Beobach-tungen in verschiedenen Höhenintervallen approximieren:

$$\frac{\partial \overline{\theta}_v}{\partial z} \approx \frac{\Delta \overline{\theta}_v}{\Delta z} \qquad \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \approx \frac{\Delta \overline{u}}{\Delta z} \qquad \frac{\Delta \overline{v}}{\Delta z} \approx \frac{\partial \overline{v}}{\partial z}$$

- Definiere die "Bulk" Richardsonzahl $\mathrm{Ri_b}$:

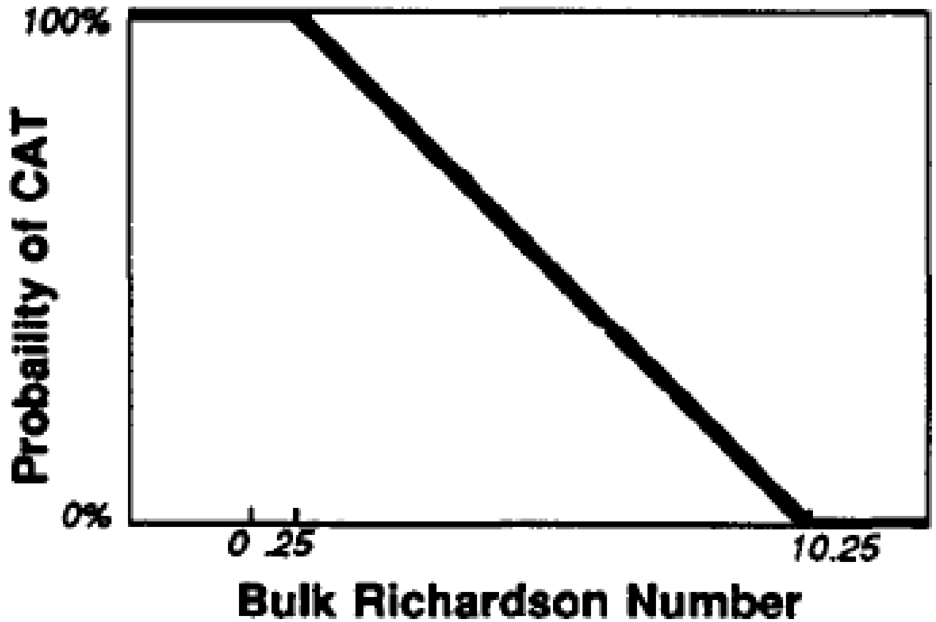
$$\mathrm{Ri_b} = \frac{g}{\overline{\theta}_v} \frac{\Delta \overline{\theta}_v \, \Delta z}{\left[\left(\Delta \overline{u} \right)^2 + \left(\Delta \overline{v} \right)^2 \right]}$$

- Dies ist die gebräuchlichste Form, da die Berechnung mit diskreten Daten geschieht.

- Leider gilt der kritische Wert von 0.25 nur für lokale Gradienten und nicht für finite Differenzen über dickere Schichten.
- Tatsächlich ist es so, dass je dicker eine Schicht ist es, desto wahrscheinlicher ist, dass große Gradienten herausgemittelt werden, die möglicherweise in einer dünneren Schicht dazwischen liegen; diese sind aber gerade von besonderem Interesse.
- Das Ergebnis ist, dass
  1) eine große Unsicherheit in die Bestimmung des Vorkommens von Turbulenz eingeführt wird und
  2) man unnatürlich große und theoretisch nicht gerechtfertigte Werte für Ri_c benutzen müsste, damit man akzeptable Ergebnisse für die geglätteten Gradienten bekommt.

- Je dünner die betrachtete Schicht ist, desto näher liegt die kritische Richardsonzahl am Wert 0.25!
- Da Datenpunkte bei Beobachtungen in der Vertikalen oft weit auseinander liegen, werden Approximationen, wie im folgenden gezeigt, benutzt, um die Wahrscheinlichkeit und Intensität von Turbulenz abzuschätzen.

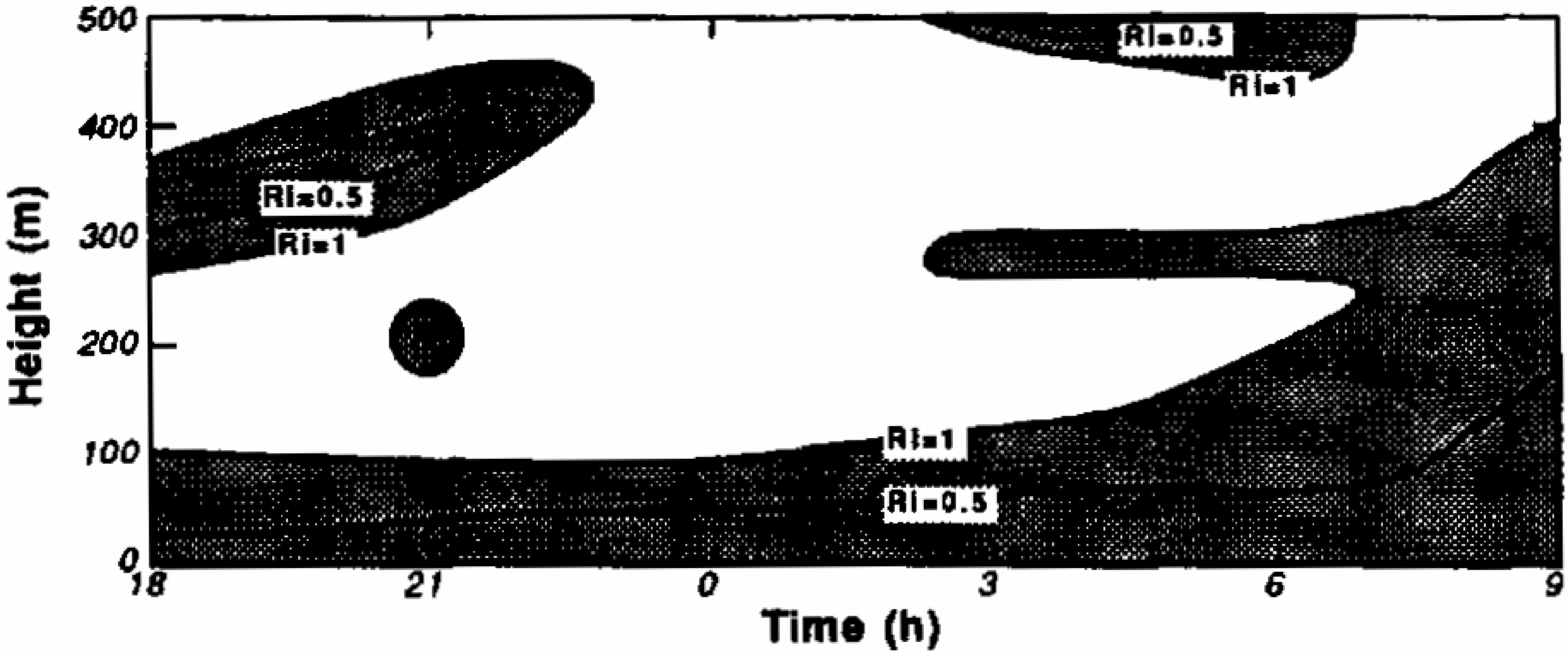
Fig. 5.19
(a) Relationship between the bulk Richardson number, Ri, over a layer and the probability of turbulence within that layer. This curve was developed empirically. (b) Empirically derived relationship between turbulence intensity and the wind speed and shear. "N" indicates none, "L" is light, "M" is moderate, "S" is severe, and "X" is extreme turbulence.



(a)

Wind Speed m/s (kt)	Vector wind shear s^{-1} (kt/1000 feet)					
	.0084-.0118 (5-7)	.0118-.0169 (7-10)	.0169-.0338 (10-20)	.0338-.0506 (20-30)	.0506-.0844 (30-50)	.0844+ (50+)
20-30 (40-60)	N	L	L-M	M	M-S	S
30-60 (60-120)	L	L-M	M	M-S	S	S-X
60+ (120+)	L	L-M	M	M-S	S	X

(b)



Beispiel für die Entwicklung der Richardsonzahl in der Höhe und mit der Zeit, hier während einer Nacht. Bereiche mit $\mathrm{Ri} < 1$ sind dunkel unterlegt und kennzeichnen Regionen, die wahrscheinlich turbulent sind.

Die Obukhov Länge

- Die Obukhov Länge (L) ist ein Skalierungsparameter, der bei der Betrachtung der Bodenschicht hilfreich ist. L ist eine charakteristische Höhe (Höhenskala) einer Teilschicht mit dynamischer Turbulenz.
- Um zu zeigen, wie dieser Parameter in Bezug zur TKE Gleichung steht, muss man sich zuerst an eine Definition der Bodenschicht erinnern: Sie ist die Region, wo die turbulenten Flüsse in der Höhe um weniger als 10% ihrer Größe variieren.
- Unter der Annahme, dass ein Fluss konstant mit der Höhe ist, kann man Bodenwerte des Wärme- und Impulsflusses benutzen, um Skalen der Turbulenz zu definieren und die TKE Gleichung dimensionslos zu machen.

Die Obukhov-Länge

- Beginne mit der TKE Gleichung:

$$\frac{\partial \overline{e}}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{e}}{\partial x_j} = \frac{g}{\overline{\theta}_v} \overline{w'_i \theta'_v} - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{u'_j e})}{\partial x_j} - \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{u'_i p'}}{\partial x_i} - \varepsilon$$

- Multipliziere die gesamte Gleichung mit $-kz/u_*^3$; ferner nehme man an, dass alle turbulenten Flüsse gleich ihrer entsprechenden Bodenwerte sind; betrachte nur die Terme III, IV and VII:

$$\ldots = -\frac{kzg\left(\overline{w'_i \theta'_v}\right)_s}{\overline{\theta}_v u_*^3} + \frac{kz\left(\overline{u'_i u'_j}\right)_s}{u_*^3} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \ldots - \frac{kz\varepsilon_s}{u_*^3}$$

III IV VII

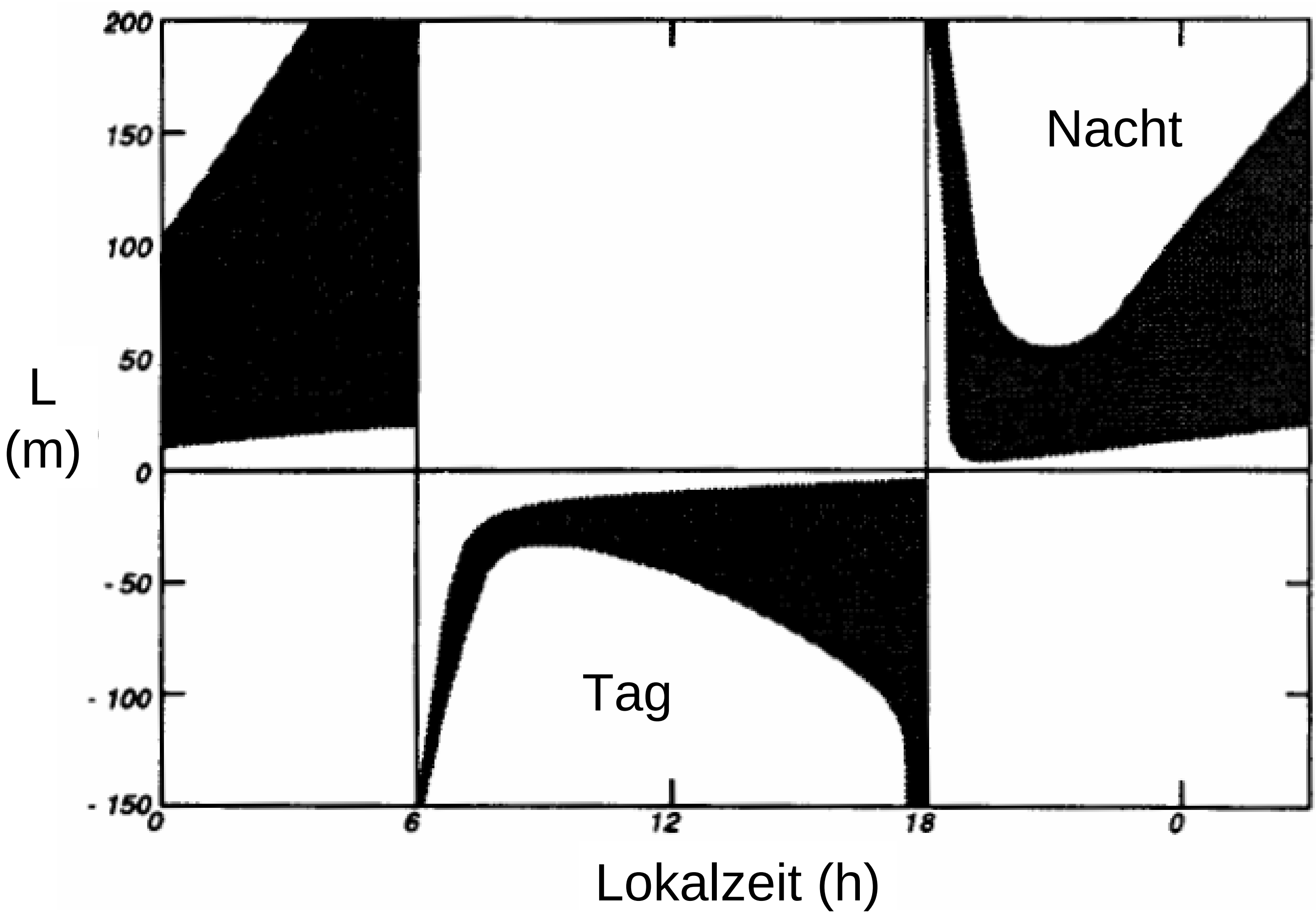
- Term III wird mit dem Symbol ζ bezeichnet und wird weiter definiert als $\zeta \equiv z/L$, wobei L die Obukhov-Länge ist.

Damit ist

$$\zeta = \frac{z}{L} = \frac{-kzg\left(\overline{w'\theta_v'}\right)_s}{\overline{\theta}_v u_*^3}$$

$$L = \frac{-\overline{\theta}_v u_*^3}{kg\left(\overline{w'\theta_v'}\right)_s}$$ wird die Obukhov-Länge genannt.

- Eine physikalische Interpretation der Obukhov-Länge ist, dass sie proportional zu der Höhe oberhalb der Oberfläche ist, in der Auftriebsfaktoren erstmals über die mechanische (Scher-) Produktion von Turbulenz dominieren. Anders: L ist die charakteristische Höhe der Teilschicht, in der dynamische Turbulenz vorherrscht.
- Für konvektive Situationen gilt: Auftriebs- und Scher-produktionsterme sind etwa gleich in $z = -0.5L$.



Tagesgang (mit typischem Wertebereich) der Obukhov-Länge während einer Schönwettersituation über Land.

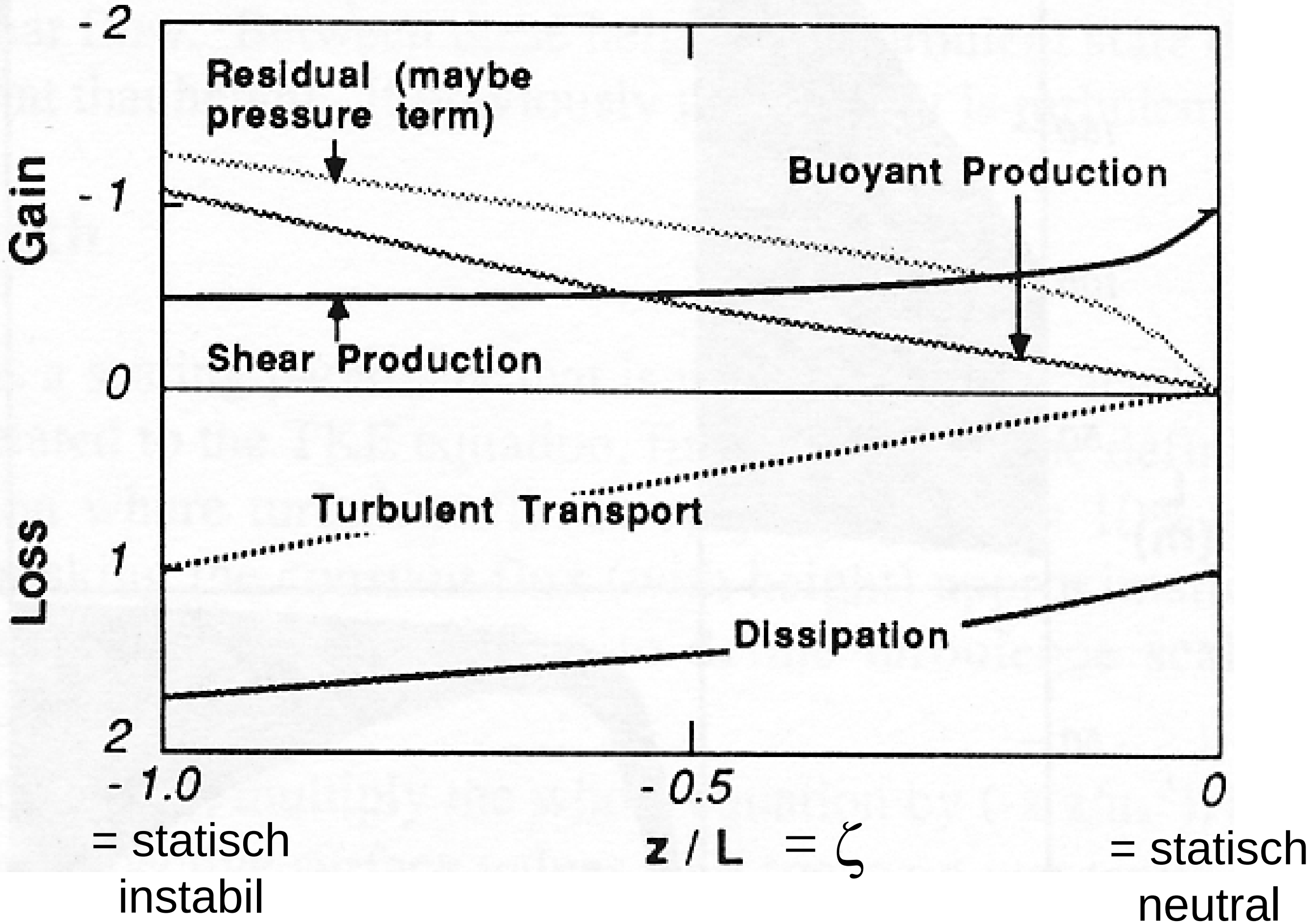
- Es zeigt sich, dass der Parameter ζ für die Skalierung und Ähnlichkeitsbetrachtungen in der Bodenschicht sehr wichtig ist.
- Manchmal wird er 'Stabilitätsparameter' genannt, obwohl seine Größe nicht direkt mit der statischen oder dynamischen Stabilität zusammenhängt.
- Nur sein Vorzeichen kann mit der statischen Stabilität in Verbindung gebracht werden: negativ bedeutet statisch instabil, positiv bedeutet statisch stabil.
- Eine bessere Bezeichnung für ζ ist: Ein "Skalierungs-parameter für die Bodenschicht".

- Wenn man die Definition von w_* verwendet, kann man für ζ alternativ schreiben:

$$\zeta = \frac{z}{L} = \frac{-kzw_*^3}{z_i u_*^3}$$

- Die folgende Abbildung zeigt die Variation der TKE Budgetterme mit ζ, wobei ζ zwischen 0 (statisch neutral) und -1 (leicht instabil) variiert.

Fig. 5.22
Behavior of the terms (made dimensionless with kz/u_*^3) in the unstable surface-layer turbulence kinetic energy budget. After Wyngaard (1973).



- Besonders auffällig ist die zurückgehende Bedeutung des Scherterms und die zunehmende Bedeutung des Auftriebterms, wenn man von $\zeta = 0$ (statisch neutral) nach -1 (statisch instabil) geht.


Ende Kapitel 5 (2)