

Meteorologisches Institut der Universität München

**Meteorologisches
Instrumentenpraktikum**

Inhaltsverzeichnis

1. Temperaturmessung	1
2. Abkühlung	7
3. Feuchtemessung	15
4. Verdunstung	25
5. Psychrometer	31
6. Windmessung	39
7. Druckmessung	49
8. Ceilometer	57
9. Dichteströmung	69
10. Corioliskraft	75
Physikalische Konstanten und Umrechnungsfaktoren	83

Temperaturmessung

1. Grundlagen:

Unter den Messgrößen der Meteorologie spielt die Temperatur eine wichtige Rolle. Einerseits hat die Temperatur auf den Ablauf der meteorologischen Vorgänge einen erheblichen Einfluss, so dass die Kenntnis der Temperatur der Luft, aber auch des Bodens und des Wassers, eine wesentliche Voraussetzung für die Analyse des meteorologischen Geschehens ist. Andererseits lassen sich eine ganze Reihe von anderen Messgrößen (z.B. Feuchte, Wind, Strahlung, Druck u.a.) indirekt über Temperaturmessungen gewinnen. Es ist daher nicht überraschend, dass es eine erhebliche Zahl von Temperaturmessverfahren gibt, die eine weitgehende Anpassung an das Ziel der jeweiligen Messung erlauben.

Obwohl der Mensch ein gewisses Unterscheidungsvermögen für Temperaturen besitzt, reicht dies für eine einigermaßen verlässliche Temperaturangabe nicht aus. Man ist auf indirekte Messverfahren angewiesen, bei denen eine andere Größe in hinreichend eindeutiger und reproduzierbarer Weise von der Temperatur abhängt. Die wichtigsten und auch häufiger verwendeten Größen dieser Art sind

1. die Ausdehnung von Körpern: Gasthermometer, Flüssigkeitsthermometer (Quecksilber-, Alkoholthermometer, Bourdonrohre), Metallthermometer (Bimetall).
2. die Thermospannung (siehe Versuch 9)
3. der elektrische Widerstand (siehe Versuch 10): Metalldrahtthermometer, Halbleiterthermometer.

Neben diesen meist verwendeten Temperaturmessverfahren gibt es noch andere, die eine mehr oder minder große Verbreitung und auch in die meteorologische Messtechnik Eingang gefunden haben (z.B. Messung der Oberflächentemperatur über die terrestrische Ausstrahlung, Temperaturmessung mit Hilfe der Drehung der Polarisationssebene von in Ampullen abgefüllter Zuckerlösung).

Im Hinblick auf diese Vielfalt seit langem bewährter Temperaturmessverfahren scheint die Messung der Lufttemperatur eine einfache, leicht zu bewältigende Aufgabe zu sein. In Wirklichkeit ist sie mit einer Reihe von Fehlerquellen belastet, deren restlose Ausschaltung im allgemeinen nicht möglich ist und deren Verminderung oft durch Fehler anderer Art erkauft werden muss. In diesem Zusammenhang soll von den Fehlern abgesehen werden, die dem Messverfahren selber anhaften und auch bei nichtmeteorologischen Temperaturmessungen auftreten wie Alterung, Justierfehler, Übertragungsfehler oder auch Überdestillieren der Thermometerfüllung u.ä.. Es sei angenommen, dass der Messfühler (Kugel des Thermometers, Bimetallstreifen, Lötstelle des Thermoelements, Widerstandskörper) in sich hinreichend homogen temperiert ist und diese Temperatur des Messfühlers mit der erforderlichen Genauigkeit richtig bestimmt werden kann.

Der Trägheitsfehler

Befindet sich ein Körper - d.h. insbesondere der o.a. Messfühler - mit der Temperatur ϑ (Konvention: ϑ in Grad Celsius, T in Kelvin) in Luft der Temperatur ϑ_L , so fließt infolge des Temperaturunterschieds $\vartheta - \vartheta_L$ ein Strom fühlbarer Wärme

$$L = -\alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta_L) \tag{1}$$

von der Luft zur Körperoberfläche. L ist der je Zeit- und Flächeneinheit von der Luft zur Körperoberfläche fließende Wärmestrom. Er wird in der Meteorologie in $W \cdot m^{-2}$ angegeben. Der Koeffizient α_L heißt Wärmeübergangskoeffizient und wird in $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ angegeben. Er ist positiv. α_L hängt von der Körperform, der Art der Anströmung und vor allem von der Windgeschwindigkeit v ab, wobei häufig in guter Näherung $\alpha_L \sim \sqrt{v}$ gilt. Für einen senkrecht angeströmten Zylinder von 5 mm Durchmesser kann man nachfolgende Werte als ungefähren Anhaltspunkt für die Größe von α_L nehmen:

v:	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0	$m \cdot s^{-1}$
α_L :	15.7	22.1	35.0	49.5	70.0	110.7	156.5	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

Der genaue Wert muss im Einzelfall experimentell oder rechnerisch bestimmt werden.

Sofern von außen keine weiteren Wärmeströme den Körper treffen, fließt diese Wärme in das Körperinnere und erhöht die Temperatur des Körpers. Zur Vereinfachung der weiteren Überlegungen nehmen wir an, dass die Wärmeleitfähigkeit des Körpers sehr gut sein soll (Metall), so dass nur unwesentliche Temperaturunterschiede im Körper auftreten und dieser als überall gleich temperiert angesehen werden kann. Ist C die Wärmekapazität des Körpers und F seine Oberfläche, so kann man für den von der Oberfläche in den Körper fließenden Wärmestrom B

$$B = - \frac{C \cdot d\vartheta}{F \cdot dt} \quad (2)$$

schreiben, wobei $d\vartheta/dt$ die Temperaturänderung je Zeiteinheit ($K \cdot s^{-1}$) ist. Die etwas kompliziert erscheinende Vorzeichenwahl rührt davon her, dass alle zur Oberfläche fließenden Wärmeströme positiv gezählt werden, was auch bei den späteren Überlegungen beibehalten wird.

Bei dem oben vorausgesetzten Fehlen weiterer Wärmeströme muss (Energiesatz)

$$L + B = 0 \quad (3)$$

sein. Einsetzen von Gl. (1) und (2) in Gl. (3) ergibt

$$- \alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta_L) - \frac{C}{F} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = 0 \quad (4)$$

oder

$$\frac{d\vartheta}{dt} = - \frac{\alpha_L \cdot F}{C} \cdot (\vartheta - \vartheta_L) \quad (5)$$

Setzt man noch

$$\lambda = \frac{\alpha_L \cdot F}{C} \quad (6)$$

so erhält man das sogenannte Newtonsche Abkühlungsgesetz

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\lambda \cdot (\vartheta - \vartheta_L) \quad (7)$$

Die Differentialgleichung (7) lässt sich sehr einfach integrieren

$$\ln \frac{\vartheta - \vartheta_L}{\vartheta_0 - \vartheta_L} = -\lambda t \quad (8)$$

$$\text{bzw. } \vartheta = \vartheta_L + (\vartheta_0 - \vartheta_L) \cdot e^{-\lambda t}, \quad (9)$$

wobei ϑ_0 die Temperatur des Messfühlers zum Zeitpunkt $t = 0$ ist,

Bei plötzlichen Änderungen der Lufttemperatur zeigt ein Thermometer also zunächst eine andere Temperatur an und nähert sich dann asymptotisch der neuen Lufttemperatur, ohne sie - streng genommen - jemals zu erreichen, da das zweite Glied von Gl. (9) erst für $t \rightarrow \infty$ verschwindet. Nach welcher Zeit sich ein Thermometer hinreichend genau an die Lufttemperatur angeglichen hat, hängt außer von der gewünschten Genauigkeit vor allem von λ ab. Aus Gl. (9) kann man die physikalische Bedeutung des Anpassungskoeffizienten so interpretieren, dass sein Kehrwert $\tau = 1/\lambda$ jene Zeit ist, nach welcher sich die Temperaturdifferenz zwischen Thermometer und Luft auf das $1/e$ -fache ($1/e = 0.368$) der anfänglichen Temperaturdifferenz vermindert hat. Je nach dem Verwendungszweck eines Thermometers wird man also bestrebt sein, den λ -Wert einzurichten.

Die durch Gl. (6) beschriebenen Zusammenhänge bieten hierfür eine Basis. Man sieht, dass λ um so größer ist, je kleiner die Wärmekapazität des Messfühlers ist. Ferner wächst λ mit wachsender Oberfläche F des Messfühlers. Gleiches Material und gleiche Form vorausgesetzt, wächst C stärker (3. Potenz) mit den Abmessungen des Messfühlers als F (2. Potenz), so dass die Trägheit mit zunehmender Größe des Messfühlers zunimmt. In der gleichen Richtung wirkt der Einfluss der Messfühlergröße auf α_L . Auch hier ist α_L kleiner bei größeren Körpern. Schließlich nimmt α_L und damit λ mit wachsender Ventilation zu (s. Versuch 4 und Versuch 6).

Für viele meteorologische Messungen sucht man die Trägheit als Fehlerquelle möglichst herabzusetzen und daher λ groß zu machen. So haben Minimumthermometer, deren Füllvolumen (Wärmekapazität)

wegen der dickeren Kapillare (Stäbchen) nicht vermindert werden kann, an Stelle der Kugel zwei längliche zylindrische Gefäße. Damit wird die Oberfläche F vergrößert. Vielfach werden die Thermometer künstlich belüftet (Schleuderthermometer, Aspirationsthermometer). Umgekehrt wird man bei Thermometern zur Messung der Boden- und Wassertemperatur auf große Trägheit setzen, soweit diese sich in dem betreffenden Medium an dessen Temperatur (die ja viel geringeren zeitlichen Schwankungen unterliegt) angleichen und nach dem Herausnehmen in der Luft abgelesen werden sollen.

Will man raschen Schwankungen der Lufttemperatur folgen, so geht man zu Thermoelementen und Widerstandsthermometern mit frei gespannten Drähten über, weil deren Wärmekapazität ganz wesentlich unter der selbst dünnster Glasthermometer liegt und auch ihr Wärmeübergangskoeffizient bei gleichen Belüftungsverhältnissen größer ist. Freilich zeigen die Messungen mit Thermometern dieser Art auch die Grenzen für eine sinnvolle Verringerung der Trägheit. Die Luft ist keineswegs ein homogen temperierter Körper. Vielmehr treiben infolge der natürlichen Luftbewegung an einem festen Messpunkt bald wärmere, bald kältere Luftkörper vorbei, so dass ein sehr regsames Messgerät ein fortdauerndes rasches Schwanken der Lufttemperatur (bis zu 1 K und darüber) zeigt, während für die meisten Fragen ein einigermaßen glatter Mittelwert erwünscht ist. Diese Glättung der "Temperaturböigkeit" besorgen unsere üblichen Thermometer infolge ihrer Trägheit von selbst in einem für die meisten Zwecke passenden Grad.

Der Strahlungsfehler

Die Möglichkeit eines erträglichen Kompromisses zwischen der Unterdrückung nicht interessierender und der Erfassung interessierender Einflüsse auf die Anzeige eines Thermometers, wie sie beim "Trägheitsfehler" möglich ist, besteht beim zweiten Fehler meteorologischer Lufttemperaturmessungen, dem "Strahlungsfehler", nicht. Um ihn rechnerisch erfassen zu können, soll die Energiebilanzgleichung **(3)** der Oberfläche des Messfühlers um ein Glied erweitert werden, das die solare und terrestrischen Strahlungseinflüsse beschreibt. Obwohl die Bestrahlung eines frei aufgestellten Thermometers durch die Sonne ausgesprochen einseitig erfolgt, soll wieder ein Mittelwert der Strahlungsgrößen über die ganze Oberfläche angesetzt und die Strahlungsströme auf die Einheit der Oberfläche bezogen werden.

Auf das Thermometer fällt im solaren Bereich (etwa $0.3 \dots 3 \mu\text{m}$) neben der solaren Strahlung S und der diffusen Himmelstrahlung D die solare Reflexstrahlung des Bodens und evtl auch benachbarter Körper, und im terrestrischen Bereich (etwa $3 \dots 60 \mu\text{m}$) die atmosphärische Gegenstrahlung A sowie die Wärmestrahlung anderer Körper in der Umgebung. Entsprechend dem Absorptionsgrad der Oberfläche für den solaren (ϵ_s) und terrestrischen (ϵ_t) Bereich wird ein Teil absorbiert, der Rest reflektiert. Die Oberfläche selbst sendet im terrestrischen Bereich $\epsilon_t \cdot E = \epsilon_t \cdot \sigma \cdot T^4$ aus, wobei T die absolute Temperatur der Oberfläche und σ die Konstante des Stefan-Boltzmannschen Strahlungsgesetzes ist ($\sigma = 5.6697 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$). Die Summe all dieser Strahlungsströme, die Strahlungsbilanz Q

$$Q = \epsilon_s \cdot (S + D) + \epsilon_t \cdot (A - \sigma \cdot T^4) \quad (10)$$

tritt als neues Glied in die Energiebilanzgleichung **(3)**.

Im stationären Gleichgewicht, wenn sich bei konstanten Strahlungsverhältnissen die Temperatur ϑ nicht mehr ändert, wird $B = 0$ (siehe Gl. **(2)**). In diesem Fall ist

$$Q + L = 0. \quad (11)$$

Einsetzen von L aus Gl. **(1)** ergibt eine Beziehung

$$Q - \alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta_L) = 0 \quad (12)$$

Daraus folgt:

$$\vartheta = \vartheta_L + \frac{Q}{\alpha_L} \quad (13)$$

Die Temperatur ϑ eines der Strahlung ausgesetzten Messfühlers weicht also von der Lufttemperatur ϑ_L ab und zwar um so mehr, je größer die Strahlungsbilanz Q , d.h. die Energiezufuhr durch die Strahlungsprozesse, und je kleiner der Wärmeübergangskoeffizient α_L ist.

Will man die Lufttemperatur möglichst frei von diesem Strahlungsfehler messen, so wird man einerseits bestrebt sein müssen, die Strahlungsbilanz der Oberfläche des Messfühlers klein zu halten, andererseits

für eine gute Ventilation zu sorgen. Beide Wünsche erfüllt in ausgezeichneter Weise das Aspirationsthermometer, wie es beim Aspirationspsychrometer nach Assmann (siehe Versuch 5) verwendet wird. Hier ist das Thermometergefäß von zwei konzentrischen hochglanzvernickelten Schutzrohren umgeben. Das äußere hält weitgehend "fremde" Strahlung schon vom inneren Rohr ab, dessen Temperatur sich daher nur wenig von der Lufttemperatur unterscheidet. Das innere Rohr tritt wegen der Vernickelung ($\epsilon_t \approx 0.05$) nur in geringen Strahlungsaustausch mit dem Messfühler, der außerdem noch ventiliert ($v > 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) wird. Aspirationsthermometer dieser Bauart, die natürlich auch elektrische Messfühler haben können, stellen daher das weitaus beste Verfahren zur Messung der Lufttemperatur dar. Leider kann man es nicht überall verwenden. Der ziemlich starke Ventilationsstrom erfordert erhebliche Luftmengen und stört daher überall dort die natürlichen Verhältnisse, wo eine starke Temperaturschichtung herrscht, also beispielsweise in Bodennähe oder in Pflanzenbeständen. An schwer zugänglichen Messstellen ist wohl prinzipiell ein elektrischer Antrieb des Ventilators möglich, doch bereitet die Frage der Stromversorgung vor allem im Dauerbetrieb (Registrierung) bei Freilandversuchen erhebliche, oft unüberwindliche Schwierigkeiten. Nicht zuletzt spielt bei umfangreicheren Untersuchungen mit vielen Messstellen die finanzielle Seite eine ausschlaggebende Rolle.

Bei vielen Messungen muss man sich daher mit einfacheren Strahlungsschutzvorrichtungen begnügen und Fehler in Kauf nehmen. Der meist verbreitete Strahlungsschutz bei meteorologischen Messungen ist die Klimahütte, wie man sie an jeder meteorologischen Station findet. In ihrer Grundform, die viele Abwandlungen erfahren hat, ist sie ein Holzgehäuse mit Jalousien als Wänden, doppeltem Dach und doppeltem Boden, die ebenso wie die Jalousienwände die Luft durchstreichen lassen. Im Innern sind neben den Extremthermometern und dem sogenannten Hüttenpsychrometer (siehe Versuch 5) die Registriergeräte für Temperatur und Feuchte (siehe Versuch 9) untergebracht. Obwohl die Hütte weiß gestrichen ist, erwärmt sie sich vor allem bei strahlungsreichem, windarmem Wetter merklich über die Lufttemperatur. Da sich sowohl das Holz der Hütte als auch das Glas des Thermometers im Bereich der terrestrischen Strahlung fast wie ein schwarzer Körper verhalten ($\epsilon_t = 1$), besitzt das Thermometer auch beim Fehlen solarer Strahlung eine resultierende Strahlungsbilanz. Aus Gl. (10) folgt:

$$Q = A \cdot E = \sigma \cdot T_H^4 - \sigma \cdot T^4 \approx 4 \cdot \sigma \cdot T_L^3 \cdot (\vartheta_H - \vartheta) = \alpha_S \cdot (\vartheta_H - \vartheta) \quad (14)$$

wobei ϑ_H die mittlere Temperatur der Hüttenteile ist.

Der Koeffizient

$\alpha_S = 4 \cdot \sigma \cdot T_L^3$ (15)
($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$) heißt Strahlungsübergangskoeffizient. Anhaltspunkte über seinen Wert gibt die folgende Tabelle:

ϑ_L :	-10	0	10	20	30	°C
α_S :	4.1	4.6	5.1	5.7	6.3	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

Die Energiebilanzgleichung (11) des Hüttenthermometers lautet daher

$$\alpha_S \cdot (\vartheta_H - \vartheta) - \alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta_L) = 0 \quad (16)$$

und ergibt für die Temperatur des Thermometers

$$\vartheta = \vartheta_L + \frac{\alpha_S}{\alpha_L + \alpha_S} \cdot (\vartheta_H - \vartheta_L) \quad (17)$$

Da vor allem bei schlechter Ventilation α_S und α_L durchaus in der gleichen Größenordnung liegen, wird also ein Teil der Überhitzung der Hütte auf dem Strahlungsweg auf das Thermometer übertragen. Hinzu kommt noch, dass die Luft beim Strömen durch die wärmeren Jalousien ebenfalls erwärmt wird, so dass das ϑ_L der Gleichung (17) nicht die Lufttemperatur in gleicher Höhe außerhalb der Hütte ist. Fehler bis zu 2 K können so durchaus vorkommen, wenn auch der mittlere Fehler meist merklich unter 1 K bleibt. In analoger Weise sind nachts bei negativer Strahlungsbilanz der Hütte negative Fehler möglich. Durch Strahlungsschutzhütten und andere Abschirmungen ähnlicher Art wird also der Strahlungsfehler wohl vermindert aber nur unzureichend beseitigt.

Im instationären Fall verschwindet B nicht. Die Energiebilanzgleichung für die Messfühleroberfläche lautet dann

$$Q + B + L = 0 \quad (18)$$

$$\text{bzw. } Q - \frac{C \cdot d\vartheta}{F \cdot dt} - \alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta_L) = 0 \quad (19)$$

wofür man auch

$$-\frac{C \cdot d\vartheta}{F \cdot dt} - \alpha_L \cdot (\vartheta - (\vartheta_L + \frac{Q}{\alpha_L})) = 0 \quad (20)$$

schreiben kann. Die Gleichung **(20)** entspricht in ihrem Aufbau und in der Lösung der Differentialgleichung völlig der Gleichung **(4)**, wenn man dort an die Stelle von ϑ_L die durch den Strahlungsfehler modifizierte Temperatur $\vartheta_L + Q/\alpha_L$ setzt. Auch im instationären Fall verhält sich ein verstrahltes Thermometer also so, wie wenn die Lufttemperatur um den Strahlungsfehler Q/α_L höher wäre.

Steht der Messfühler - etwa durch den Thermometerschaft oder Halterung, Zuleitungen usw. - mit Körpern anderer Temperatur in leitender Verbindung, so kann auch dadurch Wärme zum Messfühler fließen, die einen Fehler verursacht. Vor allem bei Thermoelementen kann dies eine Rolle spielen (siehe Versuch 10). Für Lufttemperaturmessungen üblicher Art spielt der Effekt meist keine Rolle. Nasse Thermometer geben in ungesättigter Luft wegen der Verdunstungskälte falsche Werte. Der Effekt kann kurzfristig Anlass zu Fehlern geben (Nebeltreiben).

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, dass eine völlige Ausschaltung von Strahlungsfehlern bei Messungen der Lufttemperatur, abgesehen von dem Fall, wo die Luft einschließlich der Umgebung (Wände) die gleiche Temperatur hat, nicht möglich ist. Alle Körper sind in einem mehr oder minder großen Strahlungsaustausch mit ihrer Umgebung, der die Körpertemperatur beeinflusst. Man kann nur versuchen, diesen Einfluss auf ein für die Fragestellung erträgliches Maß zu vermindern, wobei der mögliche Aufwand meist die Grenze der Genauigkeit bestimmt.

2. Versuch:

Messungen des Strahlungsfehlers lassen sich im Rahmen des Instrumentenpraktikums schwer durchführen. Der experimentelle Teil der Aufgabe beschränkt sich daher auf Untersuchungen der Trägheitseigenschaften von Thermometern.

Will man den Wert λ eines bestimmten Thermometers unter gegebenen Belüftungsverhältnissen ermitteln, erwärmt man es über die Lufttemperatur, verfolgt dann die Temperaturabnahme in Abhängigkeit von der Zeit und liest an einem zweiten Thermometer (V) gleichzeitig die Lufttemperatur ab. Würde man nun ϑ als Funktion der Zeit auftragen, so bekäme man einen der Formel **(9)** entsprechenden exponentiellen Verlauf, dem man λ nicht direkt entnehmen kann. Anders ist es, wenn man in Gleichung **(8)**

$$\ln(\vartheta - \vartheta_L) = \ln(\vartheta_0 - \vartheta_L) - \lambda \cdot t$$

den Wert

$$y = \ln(\vartheta - \vartheta_L)$$

eingührt und gegen die Zeit t aufträgt. Dann stellt

$$y = a \cdot t + b$$

mit $a = -\lambda$ $b = \ln(\vartheta_0 - \vartheta_L)$

eine Gerade dar, aus deren Neigung zur Abszissenachse man λ

$$\lambda = -a$$

berechnen kann. Die Größe a bekommt man, indem man die Koordinaten zweier möglichst weit auseinander liegender Punkte $P_1(t_1, y_1)$, $P_2(t_2, y_2)$ der Ausgleichsgeraden durch die etwas streuenden Messpunkte (nicht diese selbst, da die Gerade die zufälligen Messfehler bereits bis zu einem Grad eliminiert) abliest und

$$\frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{(a \cdot t_2 + b) - (a \cdot t_1 + b)}{t_2 - t_1} = a$$

berechnet.

1. Schalte das Wärmebad (kein Wasser einfüllen!) an das Netz. Es erwärmt sich und kann nach etwa einer Viertelstunde verwendet werden.
2. Stecke die beiden Hüttenthermometer (kleine Thermometerkugel) in die dafür vorgesehene Stativhalterung und befestige letztere am Stativ (bitte die Thermometer nicht direkt in das Stativ einklemmen, da sie sonst beschädigt werden können). Belüfte anschließend die Thermometer mit dem Ventilator, bis die angezeigte Temperatur einen konstanten Wert erreicht hat. Sollte die Temperatur der beiden Thermometer voneinander abweichen, ist dies bei den folgenden Messungen zu berücksichtigen.
3. Eines der Hüttenthermometer wird im Wärmebad bis knapp über den Skalenendwert erwärmt (Fadenende etwa 1 mm im erweiterten Teil) und wieder in die Stativhalterung gesteckt. Das zweite Thermometer bleibt im Stativ und dient zur Messung der Lufttemperatur, die sich möglicherweise mit der Zeit ändert. Während der nun folgenden Messung für Luftruhe sorgen (ggf. Fenster schließen)!
4. Lies in Abständen von 0.5 Minuten beide Thermometer ab und schreibe die Ablesung in eine Tabelle folgender Form:

t:	ϑ_{abgel}	ϑ_{korr}	ϑ_L	$\vartheta - \vartheta_L$	$y = \ln(\vartheta - \vartheta_L)$
min:	°C	°C	°C	K	-
5. Ventilator anstellen und den Luftstrom auf die Thermometer richten. Der Ventilator sollte ca. 15 cm von den Thermometern entfernt sein und auf der stärksten Stufe laufen. Achte darauf, dass beide Thermometer voll im Luftstrom sind. Ausführung der Messung wie in 3. und 4. angegeben.
6. Führe beide Messreihen nach 2. bis 5. auch mit dem Bodenthermometer (großes Quecksilbergefäß) durch.

3. Auswertung und Fragen:

1. Berechne die Werte y (Taschenrechner) und trage sie in die Tabelle ein.
2. Zeichne in ein Millimeterpapier nach dem oben angegebenen Verfahren die Messpunkte ein, ziehe die entsprechenden Ausgleichsgeraden und berechne in allen 4 Fällen λ und a .
3. Wie lange braucht das Hüttenthermometer, um bei einer plötzlichen Änderung der Lufttemperatur um 6 K die neue Temperatur bis auf 0.1 K zu erreichen
 - a) unbelüftet?
 - b) belüftet?
4. Liegt der Fehler, den man mit dem Bodenthermometer macht, wenn man es 3 Sekunden nach dem Herausziehen in ruhiger Luft abliest, innerhalb der Ablesegenauigkeit? Boden: 10°C, Luft: 15°C.
5. Die Strahlungsbilanz der Oberfläche eines Körpers sei $420 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, der Wärmeübergangskoeffizient $32 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Um wie viel ist der Körper wärmer als die umgebende Luft?
6. Ein Thermometer befinde sich in einem Raum, dessen Wandtemperatur 10°C ist, während die Lufttemperatur in der Umgebung des Thermometers 20°C beträgt. Welche Temperatur zeigt das Thermometer,
 - a) wenn es aus Glas ist und seine Oberfläche praktisch ein schwarzer Körper ist,
 - b) wenn es vernickelt ist ($\varepsilon_t = 0.05$) und in beiden Fällen in relativ ruhiger Luft ($\alpha_L = 11 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$) steht?

(α_S siehe Tabelle nach Gleichung (15)).

Abkühlung

1. Grundlagen

Vergleicht man die subjektiven Wärmeempfindungen des Menschen, wie sie etwa in den Begriffen "heiß", "warm", "kühl" usw. zum Ausdruck kommen, mit den gleichzeitigen Angaben eines normalen Thermometers, so sieht man, daß die obigen Empfindungen keineswegs in einem eindeutigen Zusammenhang mit der gemessenen Lufttemperatur stehen. So empfindet man es beispielsweise als wesentlich kälter, wenn an einem Wintertag bei -10 °C ein starker Wind bläst, als bei -20 °C und Windstille. Umgekehrt wird die Hitze eines Sommertages wesentlich erträglicher empfunden, wenn auch nur ein leichter Wind weht oder wenn unsere Körperoberfläche naß ist. Ja im letzteren Fall kann man bei feuchtem Körper und stärkerem Wind sogar ein merkliches Kälteempfinden spüren, obwohl die Lufttemperatur selbst gleich geblieben ist. Dies zeigt, daß zu unserem Wärmeempfinden des gesamten Körpers offensichtlich nicht die Lufttemperatur das passende Korrelat ist, sondern etwas anderes, das auch den Einfluß der Strahlung, der Windbewegung und die Oberflächenbeschaffenheit (feucht oder trocken) berücksichtigt.

Für viele Zwecke der Bioklimatologie hat sich da die sogenannte "Abkühlungsgröße" H als zweckmäßig erwiesen. Man versteht darunter die von der Einheit der Oberfläche eines Körpers in der Zeiteinheit abgegebene Wärmeenergie. Man gibt H üblicherweise in $W \cdot m^{-2}$ an.

Soll die Abkühlungsgröße eine den übrigen klimatischen Meßwerten äquivalente Angabe sein, so bedarf es zu ihrer Messung natürlich einer klaren, von dem subjektiven Empfinden des Beobachters unabhängigen Meßvorschrift. Die Beziehung zwischen H und den eingangs erwähnten Empfindungsbezeichnungen, d.h. der tatsächlichen Beanspruchung des menschlichen Organismus, wird selbstverständlich nicht eindeutig sein. Sie wird von der körperlichen Verfassung der beteiligten Person, den klimatischen Verhältnissen ihrer normalen Umgebung und manchen anderen Faktoren abhängen.

Dorno hat aus vielen Messungen und gleichzeitigen Befragungen eines größeren Personenkreises eine ungefähre Beziehung zwischen der Wärmeempfindung und der Abkühlungsgröße zu finden versucht.

Empfindung	Abkühlungsgröße ($W \cdot m^{-2}$)
unangenehm kalt	800
kalt	600
angenehm kalt	500
kühl	400
angenehm kühl	300
angenehm warm	200
heiß	100

Diese Tafel ist natürlich nicht überall und unter allen Verhältnissen anwendbar. Sie soll hier auch nur zur Kennzeichnung der etwa zu erwartenden Werte dienen. Die Werte der Abkühlungsgröße in dieser Tafel sind mit dem weiter unten beschriebenen Katathermometer gemessen.

Das Problem des Wärmehaushalts des menschlichen Körpers gewinnt im Hinblick auf Fragen des Wohlbefindens und damit verbundenen Maßnahmen (Raumklima) zunehmend an Bedeutung, so daß in neuerer Zeit Rechenmodelle (z.B. der sog. Klimamichel) entwickelt wurden, die an Komplexheit weit über die in dieser Aufgabe skizzierten einfachen Ansätze hinausgehen und hier nicht besprochen werden können.

Die Geräte zur Messung der Abkühlungsgröße

Das einfachste Gerät zur Messung der Abkühlungsgröße ist das 1919 durch L. Hill eingeführte Katathermometer. Dies ist ein Alkoholthermometer mit großem Gefäß, das zunächst über die normale Körpertemperatur des Menschen (36.5°C) erwärmt wird. Man mißt dann die Zeitspanne τ , während der sich das Thermometer von 38°C auf 35°C abkühlt. Die Abkühlungsgröße, hier vielfach auch Katawert genannt, errechnet sich nach

$$H = \frac{f}{\tau} \tag{1}$$

wobei τ die oben genannte Zeitspanne und f eine Instrumentenkonstante ist, die zumeist im Katathermometer eingegraben ist. (Das im hiesigen Praktikum benutzte Katathermometer ist schon viele Jahre alt und hat f noch in $\text{mcal}\cdot\text{cm}^{-2}$ angegeben. Es gilt $f = 21.8 \text{ kWs}\cdot\text{m}^{-2}$.) Überzieht man das Katathermometer mit feuchtem Mull und verfährt nach obiger Vorschrift, so erhält man den "feuchten Katawert". Er ist im allgemeinen wesentlich größer als der trockene Katawert und entspricht etwa der Abkühlungsgröße eines nassen menschlichen Körpers. Die Tabelle Dornos gilt für trockene Katawerte und vermag die Beziehung zum feuchten Katawert nicht so gut wiederzugeben.

Zur Registrierung eignet sich das Frigorimeter von Dorno und Thilenius. Es ist im wesentlichen eine Kupferkugel, die elektrisch geheizt wird, wobei durch ein Kontaktthermometer der Strom so aus- bzw. eingeschaltet wird, daß die Temperatur der Kugel um $36.5 \text{ }^\circ\text{C}$ schwankt. Aus dem mittleren elektrischen Leistungsverbrauch N und der Oberfläche der Kugel F kann man leicht die Abkühlungsgröße

$$H = \frac{N}{F} \quad (2)$$

errechnen. Ist die Netzspannung konstant, so reicht hierzu sogar die Summierung der Heizzeiten aus.

Bei einem anderen Gerät dieser Art, dem Frigorigraphen von Büttner und Pfeleiderer, wird die Heizleistung konstant gehalten und die Temperatur registriert. Diese wird zwar bei konstanter Heizung durch die auch für die Abkühlungsgröße maßgebenden Vorgänge bestimmt, eine Berechnung der Abkühlungsgröße aus der gemessenen Meßfühlertemperatur und der Heizleistung allein ist aber nicht möglich. Das Gerät steht in enger Beziehung zu einem anderen Meßgerätetyp, nämlich den Windmessern auf thermischer Grundlage, die später besprochen werden.

Die Abkühlungsgröße als Wärmehaushaltsglied

Trotz der unterschiedlichen Funktionsweise der Geräte müssen ihre Meßfühleroberflächen natürlich der Wärmehaushaltsgleichung gehorchen. Diese lautet für den (allgemeinsten) Fall der feuchten Oberfläche

$$Q + B + L + V = 0 \quad (3)$$

Dabei ist

Q: die Strahlungsbilanz der Oberfläche, d.h. die Differenz der zur Oberfläche hinfließenden und von ihr wegfließenden kurzwelligen und langwelligen Strahlungsströme,

B: der aus dem Körper zur Oberfläche fließende Wärmestrom,

L: der aus der Luft zur Oberfläche fließende Strom fühlbarer Wärme,

V: der aus der Luft zur Oberfläche fließende Strom latenter Verdunstungswärme. V entfällt bei trockener Oberfläche.

Die beim Katathermometer und beim Frigorimeter gemessene Abkühlungsgröße H ist nichts anderes als der vom Körper an die Oberfläche fließende Wärmestrom B , so daß man in diesem Fall zweckmäßigerweise

$$H = B = -L - Q - V \quad (4)$$

schreibt.

Beim Katathermometer wird diese Wärme dem Thermometergefäß entnommen, das sich dabei von $38 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $35 \text{ }^\circ\text{C}$ abkühlt. Bezeichnet man mit C seine Wärmekapazität und mit F seine Oberfläche, so ist

$$B = -\frac{C}{F} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad (5)$$

oder, wenn man näherungsweise anstelle des Differentialquotienten den aus $\Delta\vartheta = -3 \text{ K}$ (Abkühlung) und $\Delta t = \tau$ gebildeten Differenzenquotienten einführt,

$$B = -\frac{C \cdot \Delta\vartheta}{F \cdot \tau} \quad \text{mit} \quad \Delta\vartheta = -3 \text{ K} \quad (6)$$

Daraus ergibt sich schließlich mit

$$B = H \quad \text{und} \quad \frac{C \cdot \Delta \vartheta}{F} = f \quad (7a,b)$$

obige Formel (1).

Beim Frigorimeter ist ebenfalls $B = H$, wobei H jetzt nach GL. (2) die auf die Flächeneinheit bezogene Heizleistung ist. Bei beiden Geräten wird die Meßfühler Temperatur ϑ abgesehen von den zur Messung nötigen bzw. beim Kontaktthermometer unvermeidlichen Schwankungen auf der mittleren Körpertemperatur des Menschen (36.5 °C) gehalten. Dies entspricht dem Ziel der Geräte, ein physikalisch definiertes Korrelat zur Wärmeabgabe des menschlichen Körpers zu liefern.

Die Abkühlungsgröße bei trockener, im kurzwelligen Spektralbereich unverstrahlter Oberfläche

Die Abhängigkeit der Abkühlungsgröße von den Umweltfaktoren gewinnt man, wenn man die für die Terme L , Q , V geltenden Gesetzmäßigkeiten in Gl. (4) einführt.

Der Strom fühlbarer Wärme L ist (siehe auch Versuch 1) durch

$$L = -\alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta_L) \quad (8)$$

gegeben. Dabei ist ϑ die Temperatur des Meßfühlers, ϑ_L die Lufttemperatur und α_L der Wärmeübergangskoeffizient, welcher von der Körperform und der Ventilation abhängt. Für einen Zylinder (Rohr, Draht) kann man α_L bei achsensenkrechter Anströmung näherungsweise durch die Gleichung

$$\alpha_L = \alpha_0 \cdot \sqrt{v/d}, \quad (9)$$

beschreiben, wobei v die Windgeschwindigkeit (m s^{-1}), d der Durchmesser des Zylinders (in m) und $\alpha_0 = 3.5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1} \text{ s}^{0.5}$ eine empirische Konstante sind. Für andere einfache Körperformen (ebene Fläche, Kugel) wurden ähnliche einfache Gesetze abgeleitet. Meist muß man aber $\alpha_L(v)$ für den gegebenen Meßfühler individuell bestimmen, was aber in der Regel zu Formeln führt, die der obigen Gleichung (9) ähnlich sind (Potenzformel).

Die Strahlungsbilanz Q hängt außer von den Absorptionseigenschaften der Oberfläche und der einfallenden Strahlung über die langwellige Ausstrahlung (Stefan-Boltzmann-Gesetz) von der Oberflächentemperatur ab. Für nichtmetallische Oberflächen, die wegen der bioklimatischen Bedeutung der Abkühlungsgröße hier allein von Interesse sind, besteht auch beim Fehlen kurzwelliger Strahlung noch ein Strahlungsaustausch mit der Umgebung im langwelligen Bereich. Sieht man hier sowohl die Meßfühleroberfläche als auch die umgebenden Körper (Zimmerwände), welche die Temperatur der Luft ϑ_L haben sollen, als schwarz an, so fällt von diesen auf den Meßfühler die Strahlung $\sigma \cdot T_L^4$. Dieser sendet seinerseits die Strahlung $\sigma \cdot T^4$ aus, so daß die Strahlungsbilanz in diesem einfachsten Fall zu

$$Q = \sigma \cdot T_L^4 - \sigma \cdot T^4 \quad (10)$$

wird, woraus sich mit Hilfe einer abgebrochenen Reihenentwicklung für $T = T_L + (\vartheta - \vartheta_L)$

$$Q = -4 \cdot \sigma \cdot T_L^3 \cdot (\vartheta - \vartheta_L) = -\alpha_S \cdot (\vartheta - \vartheta_L) \quad (11)$$

ergibt. Der Koeffizient

$$\alpha_S = 4 \cdot \sigma \cdot T_L^3 \quad (12)$$

heißt Strahlungsübergangskoeffizient und hat bei 20°C einen Wert von $5.7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ (siehe Versuch 1, Tabelle nach Gleichung (15)).

Die Abkühlungsgröße gehorcht also in diesem, etwa bei Messungen in einem Zimmer realisierten Fall für einen trockenen Meßfühler der Gleichung

$$H = B = -L - Q = (\alpha_L + \alpha_S) \cdot (\vartheta - \vartheta_L) = \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_L) \quad (13)$$

H ist der Temperaturdifferenz zwischen Meßfühler und Luft proportional. Der Gesamtwärmeübergangskoeffizient enthält neben dem von der Ventilation abhängigen α_L noch das fast konstante α_S , also die Wirkung des langwelligen Strahlungsaustausches.

Die Abkühlungsgröße bei im kurzwelligem Spektralbereich verstrahlter, trockener Oberfläche

Wird vom Meßfühler noch die zusätzliche kurzwellige Strahlung S absorbiert, so ist die Strahlungsbilanz durch

$$Q = -\alpha_S \cdot (\vartheta - \vartheta_L) + S \quad (14)$$

gegeben, wobei S keinen Einfluß der Meßfühlertemperatur enthält. Eine Formel, die keine zu messenden Strahlungsgrößen enthält, läßt sich aber jetzt weder für Q noch S angeben, so daß man für die Abkühlungsgröße nur

$$H = B = \alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta_L) - S = \alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta_L) - Q \quad (15)$$

schreiben kann. Zusätzliche kurzwellige Strahlung verkleinert also die Abkühlungsgröße, wie es auch der Empfindung entspricht.

Die Abkühlungsgröße bei feuchter Oberfläche

Beim feuchten Katathermometer tritt neben den bisher besprochenen Wärmehaushaltsgliedern auch noch die Verdunstung

$$V = -\frac{R_L}{R_W} \frac{r}{p \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E - e_L) \quad (16)$$

auf, wobei r die Verdunstungswärme ($2.453 \cdot 10^6 \text{ Ws} \cdot \text{kg}^{-1}$ bei 20°C), p der Luftdruck, c_p die spez. Wärme der Luft, E der Sättigungsdampfdruck bei der Meßfühlertemperatur ϑ und e_L der Dampfdruck der Luft sind. R_L/R_W ist das Verhältnis der Gaskonstanten für Luft und Wasserdampf und hat den Zahlwert 0.623. Die Herleitung dieser Gleichung befindet sich im einführenden Text zu Versuch 4 (Verdunstung). Führt man in die Gleichung (4) für die Abkühlungsgröße die sogenannte Äquivalenttemperatur (siehe Versuch 5) ein, so erhält man mit der Äquivalenttemperatur der Oberfläche

$$\vartheta_{\bar{a}} = \vartheta + \frac{R_L}{R_W} \frac{r}{p \cdot c_p} \cdot E \quad (17)$$

bzw. der Luft

$$\vartheta_{\bar{a}L} = \vartheta_L + \frac{R_L}{R_W} \frac{r}{p \cdot c_p} \cdot e_L \quad (18)$$

den Ausdruck

$$H = B = \alpha_L \cdot (\vartheta_{\bar{a}} - \vartheta_{\bar{a}L}) - Q \quad \text{bzw.} \quad H = \alpha_L \cdot (\vartheta_{\bar{a}} - \vartheta_{\bar{a}L}) + \alpha_S \cdot (\vartheta - \vartheta_L) - S \quad (19)$$

Der feuchte Katawert gehorcht also der gleichen Gesetzmäßigkeit wie der trockene (s. Gl. (15)), nur treten an die Stelle der gewöhnlichen Temperaturen die Äquivalenttemperaturen.

Der feuchte Katawert ist aber merklich größer als der trockene, wie nachfolgendes Beispiel zeigt. Bei einer Lufttemperatur von $\vartheta_L = 20^\circ\text{C}$ und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 50 % herrsche eine Windgeschwindigkeit von $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Dann sind $\alpha_S = 5.7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, $\alpha_L = 24.4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ (Herleitung später), $\alpha = 30.1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Ferner ergeben sich mit $R_L/R_W \cdot r/(p \cdot c_p) = 1.53 \text{ K/hPa}$ und $\vartheta = 36.5^\circ\text{C}$ die Werte $E = 61.1 \text{ hPa}$, $E_L = 23.3 \text{ hPa}$, $e_L = E_L \cdot f = 11.7 \text{ hPa}$, (hier ist f die relative Feuchte!) $\vartheta_{\bar{a}} = 130.0^\circ\text{C}$, $\vartheta_{\bar{a}L} = 37.9^\circ\text{C}$, $\vartheta - \vartheta_L = 16.5 \text{ K}$ und $\vartheta_{\bar{a}} - \vartheta_{\bar{a}L} = 92.1 \text{ K}$. Damit ergeben sich - solare Strahlung S ausgeschlossen - der trockene Katawert nach Gl. (13) zu $497 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ und der feuchte Katawert nach Gl. (19) zu $2341 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Im vorliegenden Fall ist die Abkühlungsgröße bei feuchter Oberfläche also gut viereinhalbmal so groß wie bei trockener. Dieser Wert würde bei sonst gleichen Verhältnissen aber trockener Oberfläche erst bei einer Lufttemperatur von $\vartheta_L = -41.3^\circ\text{C}$ auftreten.

Um zu Ergebnissen zu kommen, die einigermaßen dem menschlichen Empfinden entsprechen, muß man natürlich noch berücksichtigen, daß die Körperoberflächentemperatur kleiner als 36.5°C ist (vor allem bei nasser Haut). In der Praxis ist der Verdunstungseffekt also nicht so groß wie in diesem Rechenbeispiel.

Die Windmessung auf thermischer Basis

Hält man wie beim Frigorigraphen B konstant, so ändert sich die Meßfühler­temperatur ϑ mit den veränderten Umwelteinflüssen. Für einen nicht verstrahlten, trockenen Meßfühler folgt dann aus Gl. (13)

$$\vartheta = \vartheta_L + \frac{B}{\alpha} \tag{20}$$

Man kann die für $\vartheta = 36.5 \text{ }^\circ\text{C}$ geltende Abkühlungsgröße aus B und dem gemessenen ϑ nur ermitteln, wenn man auch ϑ_L und α kennt.

Für den Gesamtwärmeübergangskoeffizienten α folgt aber andererseits

$$\alpha = \frac{B}{(\vartheta - \vartheta_L)} \tag{21}$$

d.h. man kann α errechnen, wenn man neben B die Temperaturdifferenz $\vartheta - \vartheta_L$ kennt. α ist aber für einen bestimmten Meßfühler bei konstanter Anströmrichtung nur eine Funktion der Windgeschwindigkeit v, für die man wegen $\alpha = \alpha_S + \alpha_L$ und nach Gl. (9) und (12) eine Gleichung von der Form

$$\alpha = a + b \cdot \sqrt{v} \tag{22}$$

erwarten kann. Mit einer Formel dieser Art lassen sich zumindest näherungsweise auch die meisten Meß­ergebnisse beschreiben. Dabei ist a manchmal etwas von α_S verschieden, weil bei kleinen Wind­geschwindigkeiten die thermische Konvektion um den Meßfühler merklich wird, die in den obigen Über­legungen nicht berücksichtigt wurde. Die oben genannten Meßergebnisse eignen sich daher auch zur Messung der Windgeschwindigkeit. Dies gilt besonders für kleine Windgeschwindigkeiten, wo sich α relativ stark mit v ändert.

Messungen mit dem bei der folgenden Aufgabe zu verwendenden Katathermometer haben

$$a = 5.7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$b = 24.4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^{0.5}$$

ergeben, was zu nachfolgender Wertetabelle führt:

V :	0.0	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	5.0	10.0	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
α :	5.7	13.4	16.6	23.0	30.1	35.6	40.2	48.0	60.3	82.9	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
H :	94.1	221.1	273.9	379.5	496.7	587.4	663.3	792.0	995.0	1367.8	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
τ :	252	107	87	62	48	40	36	30	24	17	s
$\vartheta - \vartheta_L$:	35.1	14.9	12.0	8.7	6.6	5.6	5.0	4.2	3.3	2.4	K

Die Tabelle zeigt schon bei den α -Werten, daß diese Windmesser auf thermischer Grundlage vor allem bei kleinen Windgeschwindigkeiten brauchbar sind, da die Änderung von α zwischen 0 und $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ größer ist als zwischen 5 und $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Das gleiche Verhalten zeigt H, welches nach Gl. (13) für $\vartheta = 36.5 \text{ }^\circ\text{C}$ und $\vartheta_L = 20.0 \text{ }^\circ\text{C}$ errechnet wurde. Noch stärker als α läßt das mit der Instrumentenkonstante $f = 566 \text{ mcal}\cdot\text{cm}^{-2} = 23.7 \text{ kW}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$ errechnete τ des Katathermometers bzw. das mit einem konstanten $B = 200 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ für einen Meßfühler von der Form des Katathermometergefäßes nach Gl. (20) errechnete $\vartheta - \vartheta_L$ die Bevorzugung kleiner Windgeschwindigkeiten erkennen. Die Tabelle, welche nicht zuletzt einen Überblick über die ungefähren Werte der in den obigen Gleichungen auftretenden Größen vermitteln soll, zeigt aber auch, daß gerade bei niedrigen Windgeschwindigkeiten bisher vernachlässigte Einflüsse etwa durch Strahlung merkliche Fehler bewirken können, da bei einem verstrahlten Meßfühler S zu B hinzutritt.

Man kann Fehler dieser Art aber weitgehend ausschalten, wenn man nicht ϑ_L , sondern die Temperatur eines gleich gebauten ungeheizten Meßfühlers von ϑ subtrahiert. Man findet für den geheizten Meßfühler

$$\vartheta_1 = \vartheta_L + (B + S) / \alpha \tag{23}$$

und für den ungeheizten

$$\vartheta_2 = \vartheta_L + S/\alpha \tag{24}$$

Die Temperaturdifferenz

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = B/\alpha \tag{25}$$

ist vom kurzwelligen Strahlungseinfluß frei, so daß man mit

$$\alpha = \frac{B}{(\vartheta_1 - \vartheta_2)} \quad (26)$$

eine der Gleichung **(21)** äquivalente Formel erhält.

Diese bei der Windmessung als Störung anzusehenden Einflüsse der Strahlung sind bei Meßfühlern mit blanken Metalloberflächen merklich vermindert (warum?). Windmeßgeräte dieser Art, die mit konstanter Heizung und Messung der Meßfühler-temperatur und der Lufttemperatur bzw. mit direkter Anzeige von $\vartheta - \vartheta_L$, arbeiten, gibt es in vielen Ausführungsformen, deren technische Einzelheiten im Versuch Nr. 6 (Windmessung) näher beschrieben werden.

Dabei werden als Meßfühler vielfach dünne Platindrähte ($\varnothing \leq 20 \mu\text{m}$) oder platinbedampfte Keramikstäbchen oder -kegel verwendet, die wegen ihrer geringen Wärmekapazität kleine Trägheitsbeiwerte (Halbwertszeiten $< 10 \text{ ms}$) haben und deswegen den kurzfristigen Windschwankungen folgen und diese messen können. Mit drei (nach Art einer Würfecke) aufeinander senkrecht stehenden Hitzdrahtwindmessern läßt sich so der (3-dimensionale) Windvektor messen, was vor allem bei Turbulenzuntersuchungen benutzt wird.

Eine weitere technische Ausführung des Hitzdrahtanemometers ist das sogenannte Konstanttemperaturanemometer. Dabei wird durch eine elektronische Regelschaltung die Temperatur des Meßfühlers konstant gehalten. Die Heizleistung bzw. der Heizstrom ist die eigentliche Meßgröße für die Windgeschwindigkeit. Die Konstanttemperaturanemometer haben den Vorteil, daß die Trägheitsbeiwerte der Meßanordnung durch eine schnell wirkende Regelschaltung deutlich verkleinert werden können. Der Einfluß der Lufttemperatur wird durch eine hohe Meßfühler-temperatur (z.B. $300 \text{ }^\circ\text{C}$) klein gehalten bzw. kann auf einfache Art kompensiert werden.

Der Einsatz solcher Instrumente ist überall dort angebracht, wo kleine Windgeschwindigkeiten genau gemessen werden müssen (z.B. Gebäudebelüftung) oder wo andere Anemometer wegen ihrer Größe nicht eingesetzt werden können (z.B. große Windkanäle zur Messung der Umströmungsverhältnisse bei Modellgebäuden). In Bergwerken werden neuerdings auch thermische Anemometer mit Halbleiterthermometern eingesetzt, die ähnliche Eigenschaften haben wie die Platindrahtanemometer.

In vielen Fällen kann man aber mit dem trockenen Katathermometer sehr einfach den Wind messen, indem man neben dem Katathermometer ein Thermometer zur Messung der Lufttemperatur verwendet. Dann kann man α aus $B = H$, $\vartheta = 36.5 \text{ }^\circ\text{C}$ und ϑ_L nach Gl. **(21)** und v nach Gl. **(22)** berechnen oder v einer Tabelle entnehmen. Für die meisten Zwecke reichen (bei ähnlichen Formen) die obigen Werte aus, bei höheren Genauigkeitsansprüchen ist eine individuelle Eichung angebracht.

2. Versuch

1. Schalte das Wärmebad an das Netz und Sorge dafür, daß der rechte Zylinder gut zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist (ggf. nachfüllen). Das Wärmebad kann nach etwa einer Viertelstunde verwendet werden.
2. Baue das Stativ für die Thermometer auf und befestige das Hüttenthermometer und die Halterung des Katathermometers so, daß beide Thermometer dicht beieinander stehen. Stelle den Heizlüfter in ca. 20 cm Entfernung von den Thermometern auf und justiere die Position der Thermometer so, daß sie im Bereich des stärksten Luftstromes stehen (dieser ist nicht im Zentrum des Heizlüfters).
3. Katathermometer im Luftbad erwärmen, bis alle Luftblasen aus der Kapillare entfernt sind und die rote Füllflüssigkeit etwa 5 mm im erweiterten oberen Teil steht.
4. Katathermometer bei stillstehendem Heizlüfter in das Stativ einspannen und die Zeit stoppen, die zwischen dem Durchgang des Fadenendes durch die obere Marke ($38 \text{ }^\circ\text{C}$) und die untere Marke ($35 \text{ }^\circ\text{C}$) verstreicht. In der Zwischenzeit das Hüttenthermometer ablesen (ϑ_L).
5. Messung nach 3. und 4. einmal wiederholen. Auch bei den folgenden Messungen sollen jeweils zwei gleiche gemacht werden.
6. Heizlüfter einstellen: Wind 1, Heizung 0. Messung wie bei 3., 4., 5.
7. Heizlüfter einstellen: Wind 3, Heizung 0. Messung wie bei 3., 4., 5.
8. Heizlüfter einstellen: Wind 3, Heizung 1. Messung wie bei 3., 4., 5., sobald das Hüttenthermometer einen konstanten Wert erreicht hat.

9. Heizlüfter einstellen: Wind 1, Heizung 3. Messung wie bei 3., 4., 5., sobald das Hüttenthermometer einen konstanten Wert erreicht hat. Sollte die am Hüttenthermometer gemessene Temperatur über 38°C liegen, wird die Zeitdauer für die Erwärmung des (vorher abgekühlten) Katathermometers gemessen. Der Katawert erhält dann ein negatives Vorzeichen.
10. Mullstrumpf über das Katathermometer ziehen. Im geheizten Wasserbad befeuchten und wie unter 3. erwärmen. Vor dem Einklemmen überflüssiges Wasser leicht abschleudern.
11. Messung bei Luftruhe wie unter 4. und 5.
12. Mit dem feuchten Katathermometer die Messungen nach 6. bis 9. durchführen.

3. Auswertung und Fragen:

1. Die Meßergebnisse sollen in 10 Tabellen von folgender Form aufgeschrieben werden. **Tabellendrucke sind im Versuchszubehör vorhanden** (falls nicht, bitte beim Betreuer melden).

Windstufe:	Heizstufe:			
Versuch:	1	2	3	Mittel
τ				s
ϑ_L				°C
$\vartheta - \vartheta_L$				K
$f =$		$\text{kWs}\cdot\text{m}^{-2}$		
$H = f/\tau =$				$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
Empfindungen:	eigene:	Dorno:		
$\alpha = H/(\vartheta - \vartheta_L) =$		$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$		
$v =$		$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$		

$\vartheta - \vartheta_L$, H und α werden aus den Mittelwerten von τ und ϑ_L berechnet. Bei den Versuchen mit Ventilation versuche man die eigene Empfindung im jeweiligen Luftstrom abzuschätzen, wenn der ganze Körper im Luftstrom wäre. v ermittle man durch Umkehren von Gl. (22) mit den anschließend angegebenen Werten von a und b, also nach der Zahlenwertgleichung

$$v = (0.041 \cdot \alpha - 0.234)^2$$

Sie ergibt v in $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, wenn man α in $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ einsetzt. Bei den Messungen mit dem feuchten Katathermometer fallen die Angabe der Empfindungen und die Ermittlung von α und v weg. Bewerten Sie die ermittelten Windgeschwindigkeiten (einschließlich dem Wert bei abgeschaltetem Ventilator).

2. Welche Lufttemperatur müßte im Zimmer herrschen, damit der bei Luftruhe (d.h. ohne Ventilator) gemessene "trockene Katawert" den Wert erreicht, der ohne Heizung bei Windstufe 3 mit dem
 - a) trockenen,
 - b) feuchten Katathermometer gemessen wird ?
3. Welche Werte würde H annehmen
 - a) bei $\vartheta_L = -10 \text{ °C}$ und $v = 7.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
 - b) bei $\vartheta_L = -25 \text{ °C}$ und $v = 1.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$? α ist hier direkt über Gl. (22) zu berechnen.
4. Welchen Wert würde das nach 3. b) errechnete H annehmen, wenn vom Katathermometer eine zusätzliche Strahlung $S = 450 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ absorbiert werden würde? Welches ϑ_L wird bei gleichem v dadurch vorgetäuscht?
5. Kann ein negativer Katawert auch dann auftreten, wenn die Lufttemperatur unter 38°C liegt?

6. Welche natürlichen und welche künstlichen Möglichkeiten zur Regelung seiner Abkühlungsgröße besitzt der Mensch?
7. Wie groß wäre der Wärmeübergangskoeffizient α_L eines 1 mm starken Drahtes bei $v = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$? Welches v müßte beim Katathermometer herrschen, wenn das gleiche α_L erreicht werden soll? (Strahlungseinflüsse vernachlässigen).
8. Könnte man zur Messung der Windgeschwindigkeit - Eichung vorausgesetzt - auch ein beliebiges Thermometer verwenden, das man über die Lufttemperatur erwärmt?
9. Wenn man den Menschen einmal ganz roh als einen Zylinder mit einem Durchmesser von 40 cm ansieht, das Katathermometer als einen von 2 cm, welche Wärmeabgabe $W = B\cdot F$ errechnet sich dann für einen Menschen bei Außerachtlassung des α_S und Annahme der Gültigkeit der Gl. (9) für α_L bei Verhältnissen die der Empfindung "angenehm kühl" (nach Tabelle auf Seite 7) entsprechen? ($F = 1.75 \text{ m}^2$).
10. Wiederhole die im Anschluß an Gl. (19) durchgeführte Rechnung für eine realistischere Körperoberflächentemperatur von 25°C . Wie groß ist nun der feuchte bzw. der trockene Katawert, und bei welcher Lufttemperatur wäre der trockene Katawert gleich dem errechneten feuchten Katawert?

Feuchtemessung

1. Grundlagen:

Neben der Temperatur ist die Feuchte, d.h. der Wasserdampfgehalt der Luft, eine meteorologisch wichtige Größe. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß bei einer großen Zahl meteorologischer Erscheinungen das Wasser in seinen verschiedenen Formen beteiligt ist. Das gilt nicht nur bei den Wolken, dem Nebel und den vielen Arten von Niederschlägen, bei deren Bildung ebenso wie bei der Verdunstung auch gewaltige Energiemengen umgesetzt werden, sondern auch für die Emission und Absorption langwelliger Strahlung, für die der Wasserdampfgehalt der Luft wesentlich ist.

Feuchtemeßgrößen

Entsprechend den vielseitigen Problemstellungen, bei denen die Luftfeuchtigkeit eine Rolle spielt, gibt es eine ganze Reihe von Feuchtemaßen.

- a) Der Wasserdampfdruck e_L ist der Partialdruck des Wasserdampfes in der Luft. Er wird normgerecht in Pa (Pascal) angegeben. In der Meteorologie findet man - vor allem in der Literatur - die Druckeinheit mbar (Millibar) die aber in Zukunft nicht mehr verwendet wird. Das Millibar wird durch das Hektopascal (1 mbar = 100 Pa = 1 hPa) ersetzt. Die älteren Druckeinheiten mm Hg oder Torr sind nicht mehr erlaubt (1 Torr = 1.3332 mbar = 133.32 Pa).

Unter normalen Bedingungen kann der Dampfdruck e_L den Sättigungsdampfdruck E nicht übersteigen, da bei $e_L = E$ Kondensation eintritt. E ist eine reine Funktion der Temperatur und hängt insbesondere nicht vom Luftdruck ab. Die grundlegende physikalische Gleichung, die die Abhängigkeit des Sättigungsdampfdruckes von der Temperatur beschreibt, ist die aus der Thermodynamik bekannte Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{dE}{dT} = \frac{r}{\Delta V T} \quad (1)$$

Dabei ist ΔV die spezifische Volumenänderung beim Phasenübergang von Wasser zu Wasserdampf (bzw. von Eis zu Wasserdampf) und r die zugehörige spezifische Phasenumwandlungswärme (in J/kg). Vernachlässigt man das Volumen der flüssigen/festen Phase gegenüber dem der Gasphase, kann man für $V = 1/\rho_w$ die ideale Gasgleichung für Wasserdampf einsetzen, und erhält

$$\frac{dE}{dT} = \frac{Er}{R_w T^2} \quad (2)$$

wobei R_w die Gaskonstante für Wasserdampf ist ($= 461.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$).

Wäre r konstant, ließe sich diese Gleichung problemlos integrieren, aber dies ist nicht der Fall. Wie man sich durch einen Carnot'schen Kreisprozeß entlang der Phasengrenzkurve Wasser/Wasserdampf (oder Eis/Wasserdampf) leicht veranschaulichen kann, gilt

$$r(T) = r(T_0) - (c_w - c_{pw}) (T - T_0) \quad (3)$$

T_0 ist dabei eine (im Prinzip beliebige) Referenztemperatur, und c_w (c_{pw}) ist die spezifische Wärmekapazität des flüssigen Wassers (des Wasserdampfes). Wegen $c_w > c_{pw}$ nimmt r mit zunehmender Temperatur ab (s.a. die Tabelle am Ende dieses Praktikumsheftes).

Setzt man (3) in (2) ein, ergibt sich

$$\frac{dE}{dT} = \frac{E}{R_w T^2} (r(T_0) + (T_0 - T) (c_w - c_{pw})) \quad (4)$$

Unter der Annahme konstanter spezifischer Wärmekapazitäten läßt sich auch diese Gleichung integrieren

$$\ln \frac{E}{E_0} = \frac{(r(T_0) + T_0 (c_w - c_{pw}))}{R_w} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) - \frac{c_w - c_{pw}}{R_w} \ln \frac{T}{T_0} \quad (5a)$$

$$\text{bzw. } E = E_0 \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{c_w - c_{pw}}{R_w}} \exp \left(\frac{r(T_0) + T_0 (c_w - c_{pw})}{R_w} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (5b)$$

Setzt man $T_0 = 273.15 \text{ K}$, $R_W = 461.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $c_W = 4186.8 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $c_{PW} = 1850 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ und $r(T_0) = 2.501 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ ein, so erhält man

$$E = 6.1078 \text{ hPa} \left(\frac{273.15}{T} \right)^{5.072} \exp \left(6804.75 \left(3.661 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{T} \right) \right). \quad (6)$$

Leider hängen auch c_W und c_{PW} etwas von der Temperatur ab, so daß die Formel (6) bei höheren Temperaturen ungenau wird. In der Praxis verwendet man daher meist empirische Formeln (die sogenannten Magnus-Formeln), die aus genauen Labormessungen gewonnen wurden. Im folgenden sind die Magnus-Formeln für den Sättigungsdampfdruck über Wasser (Gültigkeitsbereich $0^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C}$), über unterkühltem Wasser (Gültigkeitsbereich $-50^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}$) und über Eis (Gültigkeitsbereich $-50^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}$) angegeben.

$$\text{Wasser (0 }^\circ\text{C} - 100 \text{ }^\circ\text{C)} : E = 6.1078 \cdot e^{\frac{17.0809 \cdot \vartheta}{234.175 + \vartheta}} \quad (7)$$

$$\text{Unterkühltes Wasser : } E = 6.1078 \cdot e^{\frac{17.8436 \cdot \vartheta}{245.425 + \vartheta}} \quad (8)$$

$$\text{Eis (-50 }^\circ\text{C} - 0 \text{ }^\circ\text{C)} \quad E = 6.1071 \cdot e^{\frac{22.4429 \cdot \vartheta}{272.44 + \vartheta}} \quad (9)$$

In diesen Zahlenwertgleichungen ergibt sich E in hPa, wenn man ϑ in $^\circ\text{C}$ einsetzt. Sie beziehen sich auf den Dampfdruck, der im Gleichgewicht mit einer ebenen Oberfläche reinen Wassers (Eises) steht. Über Eis ist der Sättigungsdampfdruck abgesehen vom Wert bei $7.4 \cdot 10^{-3}^\circ\text{C}$ (Tripelpunkt) niedriger als über einer gleichtemperierten Oberfläche (unterkühlten) Wassers (warum?). Einen Anhaltspunkt für $E(\vartheta)$ soll folgende Tabelle bieten:

ϑ :	-30	-20	-10	0	10	20	30	$^\circ\text{C}$
E_W :	0.51	1.25	2.86	6.11	12.29	23.42	42.49	hPa
E_E :	0.38	1.03	2.60	6.11	-	-	-	hPa

- b) Der Taupunkt ϑ_d ist jene Temperatur, deren Sättigungsdampfdruck über Wasser $E_W(\vartheta_d)$ gerade gleich dem wirklichen Dampfdruck e_L ist. Beim Bezug auf Eis spricht man vom Reifpunkt.

Es gilt also: $E_W(\vartheta_d) = e_L(\vartheta_L)$.

- c) Die absolute Luftfeuchtigkeit a ist die Dichte des Wasserdampfes, also die Masse des Wasserdampfes je Volumeneinheit. Die korrekte Angabe der absoluten Luftfeuchtigkeit ist $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Um handliche Zahlenwerte zu erhalten, gibt man a meist in $\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$ an. Aus der Gasgleichung $a \equiv \rho_W = e_L / R_W T$ kann man die Formel

$$a = 0.795 \cdot e_L / \left(1 + \frac{\vartheta}{273} \right) \quad (10)$$

ableiten. Sie ergibt a in $\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$ (bzw. $\text{mg} \cdot \text{l}^{-1}$), wenn man e_L in hPa und ϑ in $^\circ\text{C}$ einsetzt.

- d) Die spezifische Feuchte s ist das Verhältnis der Masse des Wasserdampfes zur Gesamtmasse der feuchten Luft des gleichen Volumens. Dies ist gleichbedeutend mit dem Verhältnis der entsprechenden Dichten, also $s = \rho_W / (\rho_L + \rho_W)$. Mit Hilfe der Gasgleichung und $R_L/R_W = 0.623$ folgt

$$s = \frac{0.623 \cdot e_L}{p - 0.377 \cdot e_L}, \quad (11)$$

wobei p und e_L in beliebigen (gleichen) Einheiten angegeben werden können. s ist eine reine Zahl; sie wird aber meist in $\text{g} \cdot \text{kg}^{-1} = 10^{-3}$ angegeben. Wegen $e_L \ll p$ kann man Gl. (11) in sehr guter Näherung in

$$s = 623 \cdot \frac{e_L}{p} \frac{\text{g}}{\text{kg}} \quad (12)$$

umformen.

- e) Das Mischungsverhältnis m ist das Verhältnis der Masse des Wasserdampfes zur Masse der wasserdampf-freien Luft des gleichen Volumens. Aus dieser Definition folgt

$$m = \frac{0.623 \cdot e_L}{p - e_L} \quad (13)$$

Bezüglich der Einheiten gilt das vorher bei s Gesagte. Näherungsweise ist $m = s$, so daß als Näherungsformel (12) dienen kann.

Daß zwei so ähnliche Größen wie s und m gleichzeitig benutzt werden, rührt davon her, daß manche Gesetze sich einfacher mit s , manche einfacher mit m schreiben lassen. Für die meisten praktischen Zwecke sind s und m gleich. Beide sind typisch meteorologische Feuchtegrößen. Als Verhältnisse von Massen im gleichen Volumen ändert sich ihr Wert bei Druck- und Temperaturänderungen der Feuchte-luft nicht. Sie ändern sich also im Gegensatz zu den anderen Feuchtegrößen insbesondere bei Vertikalverschiebungen eines Luftpaketes nicht und sind daher bei vielen meteorologisch bedeutsamen Vorgängen (z.B. adiabatischem Aufsteigen) invariant.

- f) Das Sättigungsdefizit $E_L - e_L$, auch Dampfhunger genannt, wird manchmal bei Überlegungen, die mit der Verdunstung zusammenhängen, mit Vorteil benutzt. Es ist aber ebensowenig ein Maß für den Wasserdampfgehalt der Luft wie
- g) die relative Luftfeuchtigkeit f . Diese gibt das Verhältnis des aktuellen Wasserdampfdruckes e_L zum Sättigungsdampfdruck E_L über Wasser (!) bei der Lufttemperatur ϑ_L an.

$$f = \frac{e_L}{E_L} = 100 \cdot \frac{e_L}{E_L} \% \quad (14)$$

f wird meist in % angegeben. Seine häufige Verwendung verdankt es wohl nicht zuletzt seiner einfachen Messung. Manchmal benötigt man auch das

- h) relative Sättigungsdefizit $E_L - e_L$

$$\frac{E_L - e_L}{E_L} = 1 - f \quad (15)$$

d.h. die Ergänzung von f auf 1

- i) Schließlich wären hier noch zwei Größen wenigstens zu erwähnen, die als Feuchtegrößen gelten können, wenn sie auch keine direkten Angaben des Feuchtegehalts sind: Die Feuchttemperatur ϑ' und die Äquivalenttemperatur ϑ_a . Diese eng mit der wichtigsten Feuchtemessmethode, nämlich der psychrometrischen, zusammenhängenden Größen werden in Versuch 5 besprochen.

B. Feuchtemeßverfahren

Der großen Zahl von Feuchtemeßgrößen entspricht eine kaum kleinere Zahl von Feuchtemeßmethoden, von denen einige die direkte Messung der einen oder anderen oben genannten Größe erlauben.

- a) Leider gibt es kein einfaches und gutes Verfahren zur direkten Bestimmung des Dampfdruckes e_L . Die Rüdorffsche Flasche, bei der man die zu untersuchende Luft in eine Flasche leitet und durch Einbringen eines Trockenmittels den Wasserdampf entzieht, so daß die Druckabnahme gleich e sein sollte, liefert wegen der Druck- und Temperaturänderungen während der Messung unzulängliche Werte und hat so mehr Charakter eines Demonstrationsobjektes. Ebenso haben Versuche mit wasserdampfdurchlässigen aber luftundurchlässigen Folien (Cellophan) bisher zu keinen befriedigenden Ergebnissen geführt. Mit einer gewissen Berechtigung könnte man die unter b), e) und f) genannten Verfahren, bei denen im Gleichgewicht der Dampfdruck des Meßfühlers gleich dem der Luft ist, hierzu zählen.
- b) Kühlt man eine nicht hygroskopische Oberfläche langsam immer weiter unter die Lufttemperatur ab, so wird schließlich nach Erreichen des Taupunktes ϑ_d ein Beschlag mit Kondenswasser auftreten, der bei Erwärmung wieder verschwindet. Man könnte erwarten, daß die Temperatur bei Beginn des Beschlags und die Temperatur beim Verschwinden des Beschlags gleich der Taupunkttemperatur ϑ_d sind. In Wirklichkeit liegt erstere unterhalb, letztere oberhalb von ϑ_d (warum?). Für die meisten Fälle genügt es, den Mittelwert beider Ablesungen als ϑ_d zu nehmen. Das einfache Meßprinzip hat zur Konstruktion von vielen Typen von Kondensationshygrometern (Taupunktspiegel) geführt, deren

Meßgenauigkeit aber vielfach nicht den Erwartungen entsprach. Dies ist u.a. auf die Schwierigkeiten zurückzuführen, die notwendige nichthygroskopische Oberfläche herzustellen. Die besten Erfahrungen machte man mit polierten Metalloberflächen (v.a. Gold). Unter 0 °C, wo die Taupunktmethode wegen der zunehmenden Fehler anderer Feuchtemeßverfahren von besonderem Interesse wäre, macht die Entscheidung, ob der Beschlag (unterkühlter) Tau oder Reif ist, mitunter Schwierigkeiten. Schließlich hat die Tatsache, daß die vorbeistreichende Luft keineswegs bezüglich ihrer Feuchte homogen ist, weil feuchtere und trockenere Luftteile einander abwechseln, Ungenauigkeiten zur Folge.

Immerhin hat die moderne Meßtechnik Wege gefunden, um diese Fehler zu vermindern, indem man durch dünne plättchenförmige Meßelemente die Trägheit stark herabsetzt, Kühlung und Heizung (diese teilweise induktiv, Wirbelstromheizung) automatisch rasch aufeinander folgen läßt, den Beschlag photoelektrisch feststellt und für raschen Luftwechsel sorgt. Von mehreren Seiten wurden unter Einsatz der modernen Elektronik vollautomatische Geräte entwickelt, die aber - nicht zuletzt wegen der Kosten - nicht allgemein eingesetzt werden können.

- c) Mit Absorptionshygrometern wird die direkte Messung der absoluten Feuchte a vorgenommen. Dazu leitet man die zu untersuchende Luft durch Gefäße (U-Rohre, Zylinder) mit stark hygroskopischen Stoffen (H_2SO_4 an Bimsstein, $CaCl_2$, P_2O_5), die den Wasserdampf absorbieren; aus der Gewichtszunahme der Meßröhren und dem Volumen der durchgeströmten Luft ergibt sich direkt a . Das Verfahren ist bei genügender Sorgfalt zwar sehr genau, es ist aber doch arbeitsmäßig sehr aufwendig, so daß es mehr auf Laborversuche beschränkt bleibt und im praktischen Dienst nicht verwendet wird.
- d) Der Sättigungsdampfdruck E_L über reinem Wasser ist - wie schon oben gesagt wurde - durch Gl. (7) bzw. die anschließende Tabelle gegeben und eine reine Temperaturfunktion. Ist das Wasser in anderen Stoffen enthalten oder sind solche in Wasser gelöst, so ist der dann auftretende Dampfdruck e_L durch

$$e_L = f \cdot E_L \quad (16)$$

gegeben, wobei $f < 1$ meist ein praktisch von der Temperatur unabhängiger und nur vom Wassergehalt der Substanz abhängiger Faktor ist. Im Dampfdruckgleichgewicht mit der umgebenden Luft ist also der eindeutig mit f zusammenhängende Wassergehalt der Meßfühlersubstanz ein Maß für die relative Luftfeuchtigkeit, deren Definition nach Gl. (14) mit (16) identisch ist. Dabei muß natürlich das Meßelement Lufttemperatur haben. Mißt man den Wassergehalt solcher Substanzen, was natürlich auch indirekt über andere vom Wassergehalt abhängige Eigenschaften geschehen kann, so erhält man zunächst die relative Luftfeuchtigkeit f und aus ihr und der Lufttemperatur den Dampfdruck e_L . Auf dieser Möglichkeit beruht eine ganze Reihe von Feuchtemeßverfahren.

Die naheliegende Wassergehaltsmessung durch Wägung wurde mehrfach bei Einzeluntersuchungen benutzt, ebenso die Beobachtung der Volumänderungen an einer passend gewählten Reihe von Lösungen verschiedenen Wassergehalts. Eine weitaus wichtigere Rolle spielt dagegen die vom Wassergehalt (und damit von f) abhängige Quellung. Trotz umfangreicher Untersuchungen auch mit neuartigen Kunststoffen konnte - abgesehen von Fällen mit besonderer Fragestellung - hier das erste Feuchtemeßelement, nämlich das entfettete menschliche Haar (Saussure 1783), noch nicht verdrängt werden. Dieses ändert zwischen 0 und 100 % relativer Luftfeuchtigkeit seine Länge etwa um 2.5 %, wobei der Zusammenhang zwischen der relativen Längenänderung λ und der relativen Luftfeuchtigkeit f allerdings nicht linear ist.

f:	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	%
λ :	0	21	39	53	64	73	79	85	90	95	100	%

Diese Beziehung gilt für das nach der üblichen Methode behandelte Haar, die das Gewebe entfettet, ohne daß das Gewebe angegriffen wird. Neuere Behandlungsmethoden ergeben andere Kennlinien, die mitunter besser linear sind.

Durch mechanische Vergrößerungen der Haarlängenänderung kann sie als Ausschlag an einer etwa gleich in % rel. Feuchte geteilten Skala leicht ablesbar gemacht werden. Einer der gebräuchlichsten Typen des Haarhygrometers ist das Hygrometer nach Koppe. Bei ihm ist das Haar frei in einem Rahmen eingespannt. Das eine Ende ist um eine Rolle geschlungen, welche den Zeiger bewegt. Das andere Ende ist fest einstellbar, so daß die Anzeige an einem Skalenpunkt mit der wahren Luftfeuchtigkeit in Übereinstimmung gebracht werden kann. Als Eichpunkt dient der Sättigungspunkt. Die Luft um das Haar kann gesättigt werden, indem man in das Gerät einen mit nassem Mull bespannten Rahmen einführt und es abschließt. Dann stellt sich alsbald Sättigung ein, und der Zeiger kann auf den 100 %-

Punkt gestellt werden. Zur weiteren Prüfung kann man nachher Umhüllung und Mull entfernen und die Anzeige bei mittleren Feuchtwerten (Zimmer) mit einem anderen Feuchtemeßgerät vergleichen. Eventuell muß eine Korrekturtabelle angefertigt werden.

Neben dem Koppe-Hygrometer werden natürlich auch andere Typen verwendet. Für Messungen in kleinen Räumen ist das Haarhygrometer nach Diem vielfach gut brauchbar. Zeigerhygrometer in Dosenform, die auch die Temperatur anzeigen (Polymeter), erlauben es, bei Ausführungen mit zwei Zeigern am Schnittpunkt beider in einem Diagramm die absolute Feuchte abzulesen u.ä. Da die relative Luftfeuchtigkeit ein Anhaltspunkt für den Wassergehalt von Gütern wie Holz, Getreide, Tabak usw. ist, hat man für diesen Zweck Stechhygrometer gebaut.

Leider zeigt das Haar einige Mängel. Seine Anzeige kann auf 2...3% relativer Feuchte genau angesehen werden, sofern es immer wieder mit einem Psychrometer (Aufgabe 5) verglichen wird. Bei längerem Stehen in trockener Luft zeigt es Alterungserscheinungen, die Fehler bis zu 10 % bewirken können. Die Fehler verschwinden weitgehend, wenn man das Haar kurzfristig in gesättigte oder beinahe gesättigte Luft bringt und so "regeneriert". Bei Messungen im Freiland dürfte dies ohnehin fast jede Nacht der Fall sein. Geringe Zerrungen können durch "Regeneration" rückgängig gemacht werden, starke machen das Haar unbrauchbar. Einwandfrei arbeiten nur saubere Haare, so daß man sie nicht mit den Fingern berühren soll. Trotz des geringen Durchmessers ($\approx 50\mu\text{m}$) ist vor allem bei tiefen Temperaturen mitunter (z.B. Radiosonde) eine geringere Trägheit erwünscht. Dies hat Frankenberger durch Walzen der Haare (Velox-Haar) erreicht. Allerdings ändern solche starken Eingriffe, die auch mit chemischen Mitteln möglich sind, die Charakteristik und vermindern die Festigkeit.

Das Haar hat aber auch Vorzüge. Auf die praktisch von der Temperatur unabhängige Anzeige der relativen Luftfeuchtigkeit wurde schon oben hingewiesen. Sein größter Vorteil ist aber, daß man seine Anzeige mit einfachen Mitteln registrieren kann, ein Vorzug, der dem Haarhygrometer - und damit wohl nicht ganz zu Recht auch der relativen Luftfeuchtigkeit - trotz aller Mängel eine schwer anfechtbare Stellung einbrachte. Da die Einstellkraft eines einzigen Haares zur Überwindung der Reibung eines Schreibgerätes nicht ausreicht, werden dort mehrere Haare als Bündel oder Harfen verwendet (siehe Versuch A). Erwähnt sei noch, daß die Längenänderung mit entsprechenden elektrischen Verfahren (z.B. Widerstandsgeber) auf vom Meßort weit entfernte Anzeige- und Registriergeräte übertragen werden kann.

Wie schon oben gesagt wurde, können außer der Längenänderung quellender Stoffe auch andere vom Wassergehalt abhängige Eigenschaften als primäre Meßgröße dienen. So wurden die schon bei einfachen Hygroskopen gebräuchlichen Farbänderungen von Kobaltsalzen ebenso benutzt wie die Abhängigkeit des dielektrischen Verhaltens vom Wassergehalt.

- e) Die elektrische Leitfähigkeit gewinnt für die Luftfeuchtemessung zunehmend an Bedeutung. Diese hängt bei Lösungen von Salzen o.ä. stark von der Konzentration, d.h. vom Wassergehalt ab. Da die an sich störende Abhängigkeit von der Temperatur gut bekannt ist, kann sie rechnerisch oder bei neueren Verfahren sogar durch passende Schaltungen eliminiert werden. So wird als Feuchtemeßelement der US-Radiosonde ein mit zwei Elektroden versehener Glasstreifen benutzt. Zwischen den Elektroden befindet sich eine dünne Schicht eines Kunststoffes, in die LiCl als hygroskopische Substanz eingebettet ist. Wie beim Haar ist auch hier im Gleichgewicht der Dampfdruck der wasserhaltigen Substanz gleich dem der Luft. Die direkte Messung als elektrische Größe ist gerade für die Radiosonde ein merklicher Vorteil. Natürlich können neben LiCl auch andere passende Stoffe benutzt werden.
- f) Äußerlich ähnlich ist ein anderes Verfahren, bei dem meist auch LiCl mit einer Trägersubstanz verwendet wird. Dabei wird aber über die Elektroden ein Heizstrom durch den hygroskopischen Film geschickt, so daß sich das Meßelement erwärmt und Wasser verdunstet, bis eine konzentrierte LiCl-Lösung erreicht wird, bei der sich Kristalle abscheiden. Im Gleichgewicht ist dann der Dampfdruck der konzentrierten LiCl - Lösung gleich dem der Luft. Aus der Temperatur des Meßelementes kann man nach einer empirischen Beziehung bzw. durch Eichung den Dampfdruck e ermitteln. Da die Ventilation (Wärmehaushaltsgleichung!) die Eichkurve beeinflusst, muß sie konstant sein, was man meist durch Windschutzvorrichtungen zu erreichen versucht.
- g) Auch die Kapazitätsänderung eines Kondensators durch Änderung des Dielektrikums bei Anwesenheit von Wassermolekülen kann zur Feuchtemessung genutzt werden. Dies geschieht bei dem im Versuch zu benutzenden "Hygrotest". Das Dielektrikum im Kondensator dieses Feuchtefühlers ist ein Gemisch hochpolymerer Kunststoffe, die als Funktion des Wasserdampfpartialdruckes Wassermoleküle absorbieren. Diese richten sich wegen ihres eigenen Dipolmomentes im Feld des Kondensators

aus (Orientierungspolarisation) und bewirken somit eine Kapazitätsveränderung, die intern umgerechnet und digital als relative Feuchte angezeigt wird.

- h) Bei allen bisher beschriebenen Feuchtemeßverfahren und auch bei dem in Versuch 5 beschriebenen verbreitetsten Feuchtemeßgerät, dem Psychrometer, wird am Meßelement Wasserdampf in flüssiges Wasser verwandelt bzw. umgekehrt. Dies führt wegen des sehr geringen Wassergehalts der Luft bei tiefen Temperaturen dazu, daß die Einstellzeiten sehr groß werden. Vor allem deswegen vermag man z.Z. im Routineradiosondendienst nur wenig zuverlässige Feuchtwerte aus Höhen über 7 km zu gewinnen. Es ist daher verständlich, daß man Verfahren sucht, die den Wassergehalt der Luft ohne seine Umwandlung in andere Zustandsformen messen. Die Entwicklung von Verfahren, die mit Hilfe der selektiven Absorption in geeigneten Spektralbereichen den Wasserdampfgehalt zu messen versuchen, hat teilweise schon beachtliche Erfolge gezeitigt. Dies gilt nicht nur für die Bestimmung des gesamten in einer Luftsäule enthaltenen Wassers (Wasseräquivalent) mit Hilfe der Absorption der kurzwelligigen Strahlung im nahen Infrarot ($\approx 1 \mu\text{m}$) sondern auch für Messungen im Bereich der langwelligen Strahlung ($10 \mu\text{m}$) und neuerdings im Bereich der cm-Wellen.

2. Versuch:

A. Eichung eines Haarhygrographen

In diesem Versuch geht es darum, das Prinzip der Eichung eines Haarhygrographen zu verdeutlichen.

1. Gehäuse des Hygrographen öffnen (dazu am Knopf an der Stirnseite des Gehäuses ziehen), ggf. den Schreibstift von der Trommel abheben, Sicherungsschraube für die Trommel lösen, Trommel abnehmen und einen neuen Registrierstreifen einlegen. Anschließend Trommel wieder einsetzen und sichern, und ggf. das Uhrwerk aufziehen. Schreibstift noch nicht anlegen.
2. Die Schaumstoffstreifen an der damit bestückten Pinzette anfeuchten und damit mehrmals die Haarharfe befeuchten; dabei die Veränderung des Zeigerausschlages beobachten. Bitte die Haarharfe auf keinen Fall mit den Fingern berühren! Wenn der Zeiger seine Gleichgewichtspoilition erreicht hat, Justierschraube oberhalb der Haarharfe so einstellen, daß der Hygrograph 100% Luftfeuchtigkeit anzeigt. Unter Umständen muß für diese Prozedur der Auflagedruck des Zeigers verringert werden (Schraube am Aufhängepunkt des Zeigers), damit sich der Zeiger ohne zu großen Widerstand bewegen kann.
3. Schreibstift nun anlegen, evtl. Auflagedruck erneut korrigieren, und warten, bis die Kurve am Registrierstreifen waagerecht verläuft. Dann Luftfeuchtigkeit ablesen und notieren.
4. In einer zweiten Messung soll nun mit Hilfe der Stoppuhr die Einstellzeit des Hygrographen abgeschätzt werden. Zunächst die Werte $f' = f + (1/\sqrt{e}) \cdot (100\% - f)$, $f'' = f + (1/e) \cdot (100\% - f)$ und $f''' = f + (1/e^2) \cdot (100\% - f)$ berechnen ($e = \text{Euler'sche Zahl!}$) und auf dem Registrierstreifen markieren (dazu Schreibstift wieder abheben). Anschließend die Messung nach 2. und 3. wiederholen und die Zeitdauer messen, die der Hygrograph ab dem Beginn der Anpassungsphase braucht, um die Werte f' , f'' und f''' zu erreichen (die Zeitmessung soll also beginnen, sobald sich der Zeiger von 100% wegbewegt).
5. Hygrograph zunächst weiterlaufen lassen; am Ende des Praktikums Registrierstreifen entnehmen, Schreibtrommel wieder einsetzen und das Gehäuse schließen.

B. Messung mit dem Taupunktspiegel nach Alluard

1. Das Gerät dem Kasten entnehmen.
2. Mit dem Trichter Äther einfüllen, bis er eben das Glasfenster erreicht. Überschüssigen Äther ggf. in den Vorratsbehälter zurückgießen, da das Glasfenster nicht vollständig abdichtet. Einfüllöffnung mit dem Korkstopfen verschließen.
3. Thermometer der Schutzhülle entnehmen und in das Gerät einführen. Halterung so stellen, daß es senkrecht steht.
4. Vergoldete Vorderfläche mit dem Tuch säubern. Nicht stark aufdrücken!
5. Vorsichtig Gummiballgebläse bedienen, so daß kein flüssiger Äther aus dem Gerät tritt. Linken Metallhahn (Luftaustritt) ganz öffnen, rechten (Lufteintritt) soweit, daß auch bei vollem Luftvorratsball die Luft gleichmäßig hochsteigt, ohne daß der Äther zu stark schäumt.

6. Bei gleichmäßigem Pumpen sinkt jetzt die Temperatur im Äther und an der Vorderfläche. Sobald an der Goldoberfläche unterhalb des Fensters ein Beschlag sichtbar wird (ev. schräg beobachten), Thermometer ablesen und Pumpen einstellen.
7. Die Temperatur steigt jetzt wieder. Beim Verschwinden des letzten Beschlagsrestes Thermometer ablesen. Hygrotest, Hygrograph und Lufttemperatur ablesen.
8. Messung zweimal wiederholen.

C. Vergleich des Hygrotest mit dem Taupunktspiegel

Bei künstlicher Ventilation reagieren beide Geräte rascher. Auch sind die beiden Temperaturen am Taupunktspiegel weniger voneinander verschieden (warum?)

1. Taupunkthygrometer und das Hygrotest zusammen mit einem Hüttenthermometer in den Luftstrom des Ventilators stellen.
2. Bestimmung des Taupunktes wie bei B. Dabei Hygrograph, Hygrotest und das Hüttenthermometer ablesen. Vorsicht, keine Atemluft an die Geräte!
3. Messung zweimal wiederholen.

3. Auswertung und Fragen:

1. Bestimme die Mittelwerte der Luft- und Taupunkttemperatur nach B und C sowie Lufttemperatur und Feuchte nach Anzeige des Hygrotest. Notiere außerdem die gemessenen Werte für die Einstellzeit des Hygrographen und prüfe, ob sich daraus ein exponentielles Anpassungsverhalten schließen läßt.
2. Aus der Lufttemperatur ϑ_L und der Taupunkttemperatur ϑ_d (Meßwert mit belüftetem Taupunktspiegel) berechne man mit $p = 960 \text{ hPa}$: e_L , E_L , a , s , m , $E_L - e_L$, f , $1 - f$.
3. Wie groß ist bei s die Abweichung des genauen Wertes nach GL. (11) von dem nach der Näherungsformel (12) berechneten? Welchem Fehler in e_L bzw. ϑ_d (Tabelle bzw. Magnus-Formel) entspricht die Abweichung? Näherungsrechnungen!
4. Vergleiche den nach 2. bestimmten Wert der relativen Feuchte f und der Lufttemperatur mit der Anzeige des Hygrotest und des Hygrographen.
5. Wieviel Wasserdampf enthält der Praktikumsraum, wenn er 250 m^3 hat.
6. Welchen Fehler in e_L macht man, wenn man bei $\vartheta_d = -12 \text{ }^\circ\text{C}$ Reif am Spiegel annimmt, der Beschlag aber Tau war? Welches ϑ_d hätte man bei gleichem e_L und Reifbeschlag erhalten?
7. Welche relative Luftfeuchtigkeit herrscht, wenn Luft bei $-18 \text{ }^\circ\text{C}$ in bezug auf Eis gesättigt ist?
8. Welche spezifische Feuchte und welche relative Feuchte hat Luft, die in 3000 m Höhe (700 hPa , $-5 \text{ }^\circ\text{C}$) in bezug auf Wasser gesättigt ist und auf 500 m Höhe (950 hPa , $20 \text{ }^\circ\text{C}$) adiabatisch absteigt (Föhn)
 - a) in 3000 m
 - b) in 500 m Höhe?
9. Zeige, daß sich der Dampfdruck, der Sättigungsdampfdruck, der Taupunkt, die absolute Feuchte und die relative Feuchte beim trockenadiabatischen Aufsteigen ($dT/dz = -g/c_p = -9.76 \text{ K/km}$) gemäß den folgenden Formeln ändern:

$$\frac{de}{dz} = \frac{-eg}{R_L T}; \quad \frac{dE}{dz} = -\frac{r E g}{R_W T^2 c_p}; \quad \frac{d\vartheta_d}{dz} = -\frac{g R_W T_d^2}{R_L T r} \quad (T_d \text{ in Kelvin!})$$

$$\frac{da}{dz} = \frac{eg}{R_W T^2} \left(\frac{1}{c_p} - \frac{1}{R_L} \right); \quad \frac{df}{dz} = \frac{eg}{ET} \left(\frac{r}{R_W T c_p} - \frac{1}{R_L} \right).$$

Berechne die Änderungen dieser Größen pro 100 m Höhenänderung für folgende Werte: $\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $f = 50\%$, $p = 950 \text{ hPa}$; $c_p = 1004.5 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$, $R_L = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $R_W = 461.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $r = 2.453 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ (die übrigen benötigten Größen können aus diesen Angaben berechnet bzw. der folgenden Tabelle entnommen werden). Welche meteorologische Bedeutung hat der Umstand, daß $df/dz > 0$?

Sättigungsdampfdruck E_s über Wasser in hPa

Temp. in °C	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
-35	.31	.31	.31	.30	.30	.30	.30	.29	.29	.29
-34	.35	.34	.34	.34	.33	.33	.33	.32	.32	.32
-33	.38	.38	.37	.37	.37	.36	.36	.36	.35	.35
-32	.42	.42	.41	.41	.40	.40	.40	.39	.39	.39
-31	.46	.46	.45	.45	.45	.44	.44	.43	.43	.42
-30	.51	.50	.50	.49	.49	.49	.48	.48	.47	.47
-29	.56	.55	.55	.54	.54	.53	.53	.52	.52	.51
-28	.61	.61	.60	.60	.59	.59	.58	.57	.57	.56
-27	.67	.67	.66	.65	.65	.64	.64	.63	.63	.62
-26	.74	.73	.72	.72	.71	.70	.70	.69	.69	.68
-25	.81	.80	.79	.79	.78	.77	.76	.76	.75	.74
-24	.88	.88	.87	.86	.85	.84	.84	.83	.82	.81
-23	.97	.96	.95	.94	.93	.92	.92	.91	.90	.89
-22	1.05	1.04	1.04	1.03	1.02	1.01	1.00	.99	.98	.97
-21	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07	1.06
-20	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.20	1.19	1.18	1.17	1.16
-19	1.37	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27
-18	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38
-17	1.62	1.61	1.59	1.58	1.57	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50
-16	1.76	1.75	1.73	1.72	1.70	1.69	1.67	1.66	1.65	1.63
-15	1.91	1.90	1.88	1.86	1.85	1.83	1.82	1.80	1.79	1.77
-14	2.08	2.06	2.04	2.02	2.01	1.99	1.98	1.96	1.94	1.93
-13	2.25	2.23	2.22	2.20	2.18	2.16	2.14	2.13	2.11	2.09
-12	2.44	2.42	2.40	2.38	2.36	2.34	2.33	2.31	2.29	2.27
-11	2.64	2.62	2.60	2.58	2.56	2.54	2.52	2.50	2.48	2.46
-10	2.86	2.84	2.82	2.80	2.77	2.75	2.73	2.71	2.69	2.67
-9	3.10	3.07	3.05	3.02	3.00	2.98	2.95	2.93	2.91	2.89
-8	3.35	3.32	3.30	3.27	3.25	3.22	3.20	3.17	3.15	3.12
-7	3.62	3.59	3.56	3.53	3.51	3.48	3.45	3.43	3.40	3.37
-6	3.91	3.88	3.85	3.82	3.79	3.76	3.73	3.70	3.67	3.65
-5	4.21	4.18	4.15	4.12	4.09	4.06	4.03	4.00	3.97	3.94
-4	4.54	4.51	4.48	4.44	4.41	4.38	4.34	4.31	4.28	4.25
-3	4.90	4.86	4.83	4.79	4.75	4.72	4.68	4.65	4.61	4.58
-2	5.27	5.24	5.20	5.16	5.12	5.08	5.05	5.01	4.97	4.93
-1	5.68	5.64	5.60	5.55	5.51	5.47	5.43	5.39	5.35	5.31
-0	6.11	6.06	6.02	5.98	5.93	5.89	5.85	5.80	5.76	5.72
0	6.11	6.15	6.20	6.24	6.29	6.33	6.38	6.43	6.47	6.52
1	6.57	6.62	6.66	6.71	6.76	6.81	6.86	6.91	6.96	7.01
2	7.06	7.11	7.16	7.21	7.26	7.32	7.37	7.42	7.47	7.53
3	7.58	7.63	7.69	7.74	7.80	7.85	7.91	7.97	8.02	8.08
4	8.14	8.19	8.25	8.31	8.37	8.43	8.49	8.55	8.61	8.67
5	8.73	8.79	8.85	8.91	8.98	9.04	9.10	9.17	9.23	9.29
6	9.36	9.42	9.49	9.55	9.62	9.69	9.75	9.82	9.89	9.96
7	10.03	10.10	10.17	10.24	10.31	10.38	10.45	10.52	10.59	10.67
8	10.74	10.81	10.89	10.96	11.03	11.11	11.19	11.26	11.34	11.42
9	11.49	11.57	11.65	11.73	11.81	11.89	11.97	12.05	12.13	12.21
10	12.29	12.38	12.46	12.54	12.63	12.71	12.80	12.88	12.97	13.06

Temp. in °C	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
11	13.14	13.23	13.32	13.41	13.50	13.59	13.68	13.77	13.86	13.95
12	14.04	14.14	14.23	14.32	14.42	14.51	14.61	14.71	14.80	14.90
13	15.00	15.10	15.20	15.30	15.40	15.50	15.60	15.70	15.80	15.91
14	16.01	16.11	16.22	16.32	16.43	16.54	16.64	16.75	16.86	16.97
15	17.08	17.19	17.30	17.41	17.52	17.64	17.75	17.86	17.98	18.09
16	18.21	18.33	18.44	18.56	18.68	18.80	18.92	19.04	19.16	19.28
17	19.41	19.53	19.65	19.78	19.90	20.03	20.16	20.29	20.41	20.54
18	20.67	20.80	20.93	21.07	21.20	21.33	21.47	21.60	21.74	21.87
19	22.01	22.15	22.28	22.42	22.56	22.70	22.85	22.99	23.13	23.28
20	23.42	23.57	23.71	23.86	24.01	24.15	24.30	24.45	24.61	24.76
21	24.91	25.06	25.22	25.37	25.53	25.69	25.84	26.00	26.16	26.32
22	26.48	26.64	26.81	26.97	27.13	27.30	27.47	27.63	27.80	27.97
23	28.14	28.31	28.48	28.65	28.83	29.00	29.18	29.35	29.53	29.71
24	29.89	30.07	30.25	30.43	30.61	30.80	30.98	31.17	31.35	31.54
25	31.73	31.92	32.11	32.30	32.49	32.68	32.88	33.07	33.27	33.47
26	33.67	33.87	34.07	34.27	34.47	34.67	34.88	35.08	35.29	35.50
27	35.71	35.92	36.13	36.34	36.55	36.77	36.98	37.20	37.42	37.64
28	37.86	38.08	38.30	38.52	38.75	38.97	39.20	39.43	39.65	39.88
29	40.12	40.35	40.58	40.82	41.05	41.29	41.53	41.77	42.01	42.25
30	42.49	42.74	42.98	43.23	43.47	43.72	43.97	44.23	44.48	44.73
31	44.99	45.24	45.50	45.76	46.02	46.28	46.55	46.81	47.08	47.34
32	47.61	47.88	48.15	48.42	48.70	48.97	49.25	49.52	49.80	50.08
33	50.37	50.65	50.93	51.22	51.51	51.79	52.08	52.37	52.67	52.96
34	53.26	53.55	53.85	54.15	54.45	54.76	55.06	55.37	55.67	55.98
35	56.29	56.60	56.92	57.23	57.55	57.86	58.18	58.50	58.83	59.15
36	59.47	59.80	60.13	60.46	60.79	61.12	61.46	61.79	62.13	62.47
37	62.81	63.15	63.50	63.84	64.19	64.54	64.89	65.24	65.60	65.95
38	66.31	66.67	67.03	67.39	67.76	68.12	68.49	68.86	69.23	69.60
39	69.97	70.35	70.73	71.11	71.49	71.87	72.26	72.64	73.03	73.42
40	73.81	74.21	74.60	75.00	75.40	75.80	76.20	76.61	77.01	77.42

Die Tabelle gibt des Sättigungsdampfdruck in Intervallen von 0.1°C an, wobei die einzelnen Spalten der Kommastelle der Temperatur zugeordnet sind. Den Sättigungsdampfdruck für eine Temperatur von z.B. 16.7°C findet man also in Zeile "16°C", Spalte "0.7".

Sättigungsdampfdruck E_L über Eis in hPa

Temp. in °C	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
-35	.22	.22	.22	.22	.21	.21	.21	.21	.20	.20
-34	.25	.25	.24	.24	.24	.24	.23	.23	.23	.23
-33	.28	.27	.27	.27	.27	.26	.26	.26	.25	.25
-32	.31	.30	.30	.30	.30	.29	.29	.29	.28	.28
-31	.34	.34	.34	.33	.33	.32	.32	.32	.31	.31
-30	.38	.38	.37	.37	.36	.36	.36	.35	.35	.35
-29	.42	.42	.41	.41	.40	.40	.40	.39	.39	.38
-28	.47	.46	.46	.45	.45	.44	.44	.43	.43	.43
-27	.52	.51	.51	.50	.50	.49	.49	.48	.48	.47
-26	.57	.57	.56	.56	.55	.54	.54	.53	.53	.52
-25	.63	.63	.62	.61	.61	.60	.60	.59	.58	.58
-24	.70	.69	.68	.68	.67	.66	.66	.65	.65	.64
-23	.77	.76	.76	.75	.74	.73	.73	.72	.71	.71
-22	.85	.84	.83	.83	.82	.81	.80	.79	.79	.78
-21	.94	.93	.92	.91	.90	.89	.88	.88	.87	.86
-20	1.03	1.02	1.01	1.00	.99	.98	.97	.96	.96	.95
-19	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.04
-18	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.18	1.17	1.16	1.15
-17	1.37	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28	1.27	1.26
-16	1.51	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.38
-15	1.65	1.64	1.62	1.61	1.59	1.58	1.56	1.55	1.53	1.52
-14	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.73	1.71	1.70	1.68	1.67
-13	1.98	1.97	1.95	1.93	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	1.83
-12	2.17	2.15	2.13	2.11	2.09	2.08	2.06	2.04	2.02	2.00
-11	2.38	2.35	2.33	2.31	2.29	2.27	2.25	2.23	2.21	2.19
-10	2.60	2.57	2.55	2.53	2.51	2.48	2.46	2.44	2.42	2.40
-9	2.84	2.81	2.79	2.76	2.74	2.71	2.69	2.67	2.64	2.62
-8	3.10	3.07	3.04	3.02	2.99	2.96	2.94	2.91	2.89	2.86
-7	3.38	3.35	3.32	3.29	3.26	3.24	3.21	3.18	3.15	3.12
-6	3.68	3.65	3.62	3.59	3.56	3.53	3.50	3.47	3.44	3.41
-5	4.01	3.98	3.95	3.91	3.88	3.85	3.81	3.78	3.75	3.72
-4	4.37	4.33	4.30	4.26	4.23	4.19	4.15	4.12	4.08	4.05
-3	4.76	4.72	4.68	4.64	4.60	4.56	4.52	4.48	4.45	4.41
-2	5.17	5.13	5.09	5.04	5.00	4.96	4.92	4.88	4.84	4.80
-1	5.62	5.58	5.53	5.48	5.44	5.39	5.35	5.30	5.26	5.22
-0	6.11	6.06	6.01	5.96	5.91	5.86	5.81	5.76	5.72	5.67

Verdunstung

1. Grundlagen:

Obwohl die Verdunstung - nicht zuletzt wegen ihres entscheidenden Anteils am Energiehaushalt - für viele Teilgebiete der Meteorologie eine äußerst wichtige Rolle spielt, stellt ihre Bestimmung ein bis heute nur sehr unzulänglich gelöstes Problem dar. Sowohl theoretisch als auch experimentell bietet sie wegen des verwickelten Einflusses vieler Faktoren so große Schwierigkeiten, daß man oft mit fast nur größenordnungsmäßigen Angaben zufrieden sein muß. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß bei ihr neben der Lufttemperatur und -feuchte, der Windgeschwindigkeit und der Turbulenz der Luft vor allem die Temperatur und die Beschaffenheit der verdunstenden Oberfläche, ihre Wasserversorgung und eine ganze Reihe anderer Faktoren, ja sogar der Luftdruck, eine Rolle spielen. Die aktive Beeinflussung, die die Pflanzen durch ihre Lebensvorgänge insbesondere die Veränderung der Spaltöffnungen verursachen, komplizieren die Verhältnisse zusätzlich in erheblichem Maße. Bedenkt man ferner, daß die natürlichen verdunstenden Oberflächen keineswegs einheitliche Gebilde sind, sondern daß oft auf engem Raum erhebliche Unterschiede auftreten, so leuchtet es ein, daß nur rigorose Vereinfachungen eine Basis für überschaubare Gesetzmäßigkeiten geben können.

Rein begrifflich unterscheidet man zwischen der Verdunstung lebloser Oberflächen (Boden, Wasser), der Evaporation, und der Verdunstung lebender Objekte (Pflanzen), der Transpiration. Sind beide Arten gleichzeitig vorhanden, wie etwa bei einem Pflanzenbestand, bei dem ja auch der unbewachsene Boden verdunstet, so spricht man von Evapotranspiration oder einfach von Verdunstung. Da die Wassernachleitung aus dem Boden - ein primär nicht von den aktuellen meteorologischen Parametern abhängiger Vorgang - die aktuelle (wirkliche) Verdunstung erheblich beeinflusst, wurde der Begriff der potentiellen Verdunstung eingeführt. Man versteht darunter die Verdunstung bei so reichlichem Wasserangebot, daß seine weitere Erhöhung keine Verdunstungszunahme bewirkt. Bei freien Wasserflächen ist die aktuelle Verdunstung gleich der potentiellen. Bei bewachsenen und unbewachsenen Landflächen sucht man den Grenzfall potentieller Verdunstung durch hohen Grundwasserstand oder so häufige Beregnung zu erreichen, daß merkliche Wassermengen versickern. Wenn auch (besonders in ariden Gebieten) die potentielle Verdunstung die aktuelle übertrifft, so stellt sie doch eine obere Grenze der Verdunstung dar, bei der wegen der weitgehenden Ausschaltung nichtmeteorologischer Einflüsse, die gesondert zu untersuchen wären, leichter erfaßbare Gesetzmäßigkeiten zu erwarten sind.

Das Verdunstungsgesetz bei bekannter Oberflächentemperatur

Die Verdunstung einer feuchten Oberfläche, d.h. der Übergang des Wasserdampfes von der Oberfläche zur Luft, wird von ähnlichen Transportvorgängen beherrscht wie der Wärmeübergang. Man erhält sie näherungsweise dadurch, daß man in der Gleichung des Wärmeüberganges

$$L = -\alpha_L \cdot (\vartheta' - \vartheta_L) = -\frac{\alpha_L}{c_p} \cdot (c_p \cdot (\vartheta' - \vartheta_L)) \quad (1)$$

das Gefälle des auf die Masseneinheit bezogenen Wärmeinhaltes (spezifische Enthalpie) $c_p(\vartheta' - \vartheta_L)$ durch das Gefälle des auf die Masseneinheit bezogenen Wassergehalts (spezifische Feuchte)

$$s(E') - s(e_L) = \frac{0.623}{p} \cdot (E' - e_L) \quad (2)$$

($s(E')$ = spezifische Feuchte beim Dampfdruck der Oberfläche E' , $s(e_L)$ =spezifische Feuchte beim Dampfdruck der Luft e_L) ersetzt. Die so gewonnene Verdunstungsformel hat in einer gleichwertigen Form erstmalig J. Dalton angegeben.

$$W = -\frac{0.623}{p \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E' - e_L) \quad (3)$$

Mit α_L in $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$, E' , e_L und p in gleichen Einheiten (z.B. hPa) und c_p in $Ws \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ergibt sich W zu $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$. Um handlichere Zahlenwerte zu erhalten wird W meist in $mg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1} = 10^{-6} kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ angegeben. Vielfach wird die Verdunstung W genauso wie der Niederschlag in $mm \cdot h^{-1}$ oder auch in $mm \cdot a^{-1}$ angegeben, was einer Division durch die Dichte des Wassers $\rho_W = 10^3 kg \cdot m^{-3}$ nach $W^* = W/\rho_W$ entspricht ($1 kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1} / 10^3 kg \cdot m^{-3} = 10^{-3} m \cdot s^{-1} = 1 mm \cdot s^{-1} = 3600 mm \cdot h^{-1}$). Um mit ihrer Hilfe die Verdunstung W zu berechnen, muß man abgesehen vom Luftdruck p , der spezifischen Wärme der Luft bei konstantem Druck c_p und dem von der Form der verdunstenden Oberfläche, der Richtung und Stärke des Windes abhängigen Wärmeübergangskoeffizient α_L noch den Dampfdruck der Luft e_L und den von der Oberflächentemperatur ϑ' abhängigen Dampfdruck der Oberfläche E' kennen.

Das Verdunstungsgesetz bei unbekannter Oberflächentemperatur

(Energetische Verdunstungsformel)

Gerade die Bestimmung der Oberflächentemperatur ϑ' bietet, wenn man von der auch nicht immer leichten Messung an Wasseroberflächen absieht, erhebliche Schwierigkeiten. Vor allem darf man sie keineswegs der Lufttemperatur ϑ_L gleichsetzen. Hier bietet die Wärmehaushaltsgleichung

$$Q + B + L + V = 0 \tag{4}$$

einen Ausweg. Führt man in sie L nach Gl. (1) und

$$V = W \cdot R = -\frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E' - e_L) \tag{5}$$

ein, wobei r die spezifische Verdunstungsenthalpie ist, so erhält man eine Gleichung, aus der man die unbekannte Oberflächentemperatur ϑ' berechnen kann, wenn man die übrigen Größen Q , B , r , p , c_p , ϑ_L , α_L , e_L als bekannt voraussetzt. Trotz der empirischen Funktion $E'(\vartheta)$ (Aufgabe 3) kann man näherungsweise mit Hilfe der Umformung (Taylorscher Satz)

$$E' - e_L = (E' - E_L) + (E_L - e_L) = \left(\frac{dE'}{d\vartheta}\right)_L \cdot (\vartheta_0 - \vartheta_L) + E_L \cdot (1 - f) \tag{6}$$

einen geschlossenen Ausdruck für ϑ' gewinnen, der in die ebenfalls mit Hilfe von Gl. (6) umgeformte Gleichung (3) eingesetzt zu

$$W = -\omega_Q \cdot (Q + B) - \omega_V \cdot \alpha_L \cdot (1 - f) \tag{7}$$

führt. Dabei sind die Koeffizienten

$$\omega_Q = \frac{\frac{0.623}{p \cdot c_p} \cdot \left(\frac{dE'}{d\vartheta}\right)_L}{1 + \frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot \left(\frac{dE'}{d\vartheta}\right)_L} \quad \omega_V = \frac{\frac{0.623}{p \cdot c_p} \cdot E_L}{1 + \frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot \left(\frac{dE'}{d\vartheta}\right)_L} \tag{8}$$

im Rahmen der Näherung und für ein vorgegebenes p nur von der Lufttemperatur ϑ_L abhängig. Für $p = 960$ hPa (rohes Mittel für München) findet man bei

ϑ_L :	0	5	10	15	20	25	30	35	°C
ω_Q :	0.17	0.20	0.23	0.26	0.28	0.31	0.32	0.34	$10^{-6} kg \cdot (Ws)^{-1}$
ω_V :	2.29	2.84	3.42	3.87	4.56	5.11	5.66	6.16	$10^{-6} kg \cdot (Ws)^{-1} \cdot K$

Auch für das von der Ventilation abhängige α_L lassen sich Werte angeben. So gilt für eine (unendlich breite) tangential angeströmte ebene Fläche etwa

$$\alpha_L = 40 \cdot \sqrt{v/l} \tag{9}$$

wobei sich α_L in $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ergibt, wenn man die Windgeschwindigkeit v in $m \cdot s^{-1}$ und die Tiefe der Fläche in der Windrichtung l in cm angibt. Für einen Rasen kann man bei gleichen Einheiten wie oben ganz rohe Richtwerte aus der Formel

$$\alpha_L = 7 \cdot v \tag{10}$$

gewinnen, so daß nachfolgende α_L -Werte als Anhaltspunkte für ein Blatt mit Abmessungen von etwa 3 cm bzw. einen Rasen dienen können.

v :	0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0	m·s ⁻¹
α_L (Blatt) :	0	7.3	0.3	16.3	23.1	32.7	51.6	W·m ⁻² ·K ⁻¹
α_L (Rasen) :	0	0.7	1.4	3.5	7.0	14.0	35.0	W·m ⁻² ·K ⁻¹

Diskussion der energetischen Verdunstungsformel

Wie die obige Formel (7) erkennen läßt, setzt sich die (potentielle) Verdunstung gleichsam aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil, den man Strahlungsanteil W_Q nennen kann, ist dem Glied (Q+B) proportional, d.h. der um den Wärmestrom aus dem Körperinneren vermehrten Strahlungsbilanz. Er ist unabhängig von Ventilation und Luftfeuchtigkeit. Der zweite Teil, den man Ventilations-Feuchte-Anteil W_V nennen kann, ist dem Produkt aus Wärmeübergangskoeffizient α_L und relativem Sättigungsdefizit $1-f$ proportional. Er ist unabhängig von der Energiezufuhr durch Strahlung und aus dem Körperinneren. Wie man weiter sieht, verdunstet ein feuchter Körper auch dann, wenn die Luft gesättigt ist ($1 - f = 0$), sofern ihm Energie als (Q+B) zugeführt wird. In der Regel tritt zu W_Q aber W_V , welches seinerseits auch ohne Energiezufuhr durch Strahlung und aus dem Körperinneren wirksam sein kann. Wie die nachfolgende Tabelle, die aus Gl. (7) für $\vartheta_L = 10$ °C und $\alpha_L = 14$ W·m⁻²·K⁻¹ errechnet wurde, zeigt, gibt es wohl Fälle, wo der eine oder der andere Anteil unwesentlich wird.

Q+B W·m ⁻²	f %	W_Q^* mm·h ⁻¹	W_V^* mm·h ⁻¹	W^* mm·h ⁻¹
700	40	-0.58	-0.10	-0.68
70	70	-0.06	-0.05	-0.11
0	70	0.00	-0.05	-0.05
-70	90	+0.06	-0.02	0.04

Im letzten Fall überwiegt das wegen (Q+B) < 0 (nächtliche Ausstrahlung) positive W_Q das immer negative aber wegen der hohen relativen Luftfeuchte kleinere W_V , so daß W positiv ist, also Kondensation (Taubildung) auftritt. Im allgemeinen trifft dies aber nicht zu. Im Jahresmittel ist bei uns der Strahlungsanteil etwa ebenso groß wie der Ventilations-Feuchte-Anteil; in der Vegetationsperiode, der strahlungsreichen Zeit, ist W_Q etwa dreimal so groß wie W_V .

Angesichts dieses starken Einflusses der Strahlung überrascht es, daß die meisten der in der Literatur angegebenen Verdunstungsformeln, welche von der Form

$$W = C \cdot (E_L - e_L) \tag{11}$$

sind, den Strahlungseinfluß offensichtlich nicht enthalten. Dabei hängt der Koeffizient C von der Windgeschwindigkeit v ab und ist E_L der Sättigungsdampfdruck bei der Lufttemperatur ϑ_L . Daß diese Formeln die wirklichen Meßergebnisse einigermaßen gut beschreiben, liegt einmal daran, daß viele von ihnen mit Meßgeräten gewonnen werden, welche den bei der natürlichen Verdunstung wesentlichen Strahlungseinfluß nicht erfassen. Ein weiterer Grund liegt darin, daß die für die beiden Teile W_Q und W_V entscheidenden Parameter, nämlich die Strahlung und das (relative) Sättigungsdefizit, im Mittel meteorologisch stark miteinander korrelieren. Zeiten starker Strahlung sind meist auch Zeiten hohen Sättigungsdefizits, so daß man von den Meßwerten her ohne physikalische Analyse die beiden Einflüsse nicht trennen kann. Dies gilt vor allem, wenn man mit Mittelwerten über größere Zeiträume arbeitet.

Die Methoden der Verdunstungsmessung

Die Verdunstungsmeßgeräte - auch Atmometer oder Evaporimeter genannt - messen die Verdunstung einer in einiger Höhe über dem Boden befindlichen feuchten Fläche. Freie Wasserflächen haben die manchmal auch in größeren Gewässern etwa oberflächengleich versenkten Verdunstungskessel und die meist in der meteorologischen Hütte aufgestellte Wildsche Waage. Eine nasse Porzellanoberfläche besitzen die Livingstonesche Verdunstungskugel und das Mitscherlich-Evaporimeter, eine nasse Mull- bzw. Filterpapieroberfläche der Leistnersche Verdunstungsmesser und das Piche-Evaporimeter, von denen es auch registrierende Ausführungen gibt. Eine auch nur einigermaßen vollständige Aufzählung oder gar Beschreibung der vielen Konstruktionen ist hier nicht möglich. Es leuchtet aber wohl ein, daß alle diese Geräte, deren Oberfläche mit beliebig viel Wasser versorgt wird und die in der Regel unter ganz anderen Lufttemperatur-, Luftfeuchte-, Ventilations- und vor allem energetischen Verhältnissen (z.B. Aufstellen in einer Hütte (Wildsche Waage), weiße Oberflächen) stehen als der natürliche Boden oder selbst natürliche Wasseroberflächen, nicht die natürliche (aktuelle) aber auch nicht die potentielle Verdunstung anzugeben vermögen. Jedes dieser Geräte liefert eine individuelle "Verdunstungsgröße", die manche Parallelen zur "Abkühlungsgröße" (siehe Aufgabe 2) hat. Daß ihre Meßwerte u.U. eine bessere Korrelation zur wahren Verdunstung haben als jeder der in sie eingehenden meteorologischen Parameter, wird dagegen weniger überraschen, da die funktionellen Zusammenhänge ähnlich sind. Das gilt z.B. auch für das Piche-Evaporimeter, welches mit grünem Filterpapier weitgehend proportionale Werte zur Verdunstung ähnlich aufgestellter Pflanzen ohne variable Stomata (poikilohydre Pflanzen mit reichlicher Wasserversorgung) zeigte. Man muß sich der sehr engen Grenzen der Vergleichbarkeit aber immer bewußt sein.

Der wirklichen Verdunstung des bewachsenen und des unbewachsenen Bodens sucht man dadurch näherzukommen, daß man Bodenwürfel in ihrer natürlichen Umgebung gegen diese nach der Seite und nach unten abschließt und ihren Wasserhaushalt bestimmt. Aus ihrer Wasserhaushaltsgleichung

$$N + W + A + B = 0 \quad (12)$$

in der N der Niederschlag, W die Verdunstung, A der Abfluß, B die Versickerung (Änderung des Bodenwasservorrats) ist und analog zur Wärmehaushaltsgleichung ein zur Oberfläche gerichteter Wasserstrom positiv gezählt wird, ergibt sich W als Restglied, wenn man N mit Niederschlagsmessern, B durch Messung des Sickerwassers und durch Wiegen der Bodenproben bestimmt und den in ebenem Gelände sehr kleinen oberirdischen Abfluß A schätzt bzw. vernachlässigt. Die bei uns verbreitetste Form dieser Lysimeter genannten Geräte ist das Popoff-Lysimeter. Es besteht aus einem 50 cm langen Blechzylinder mit 25 cm Durchmesser, der in den Boden eingebaut wird. In ihn wird ein 23 cm langer Blechzylinder mit möglichst ungestört entnommenem Boden (ev. mit Pflanzendecke) eingesetzt, der oben bodengleich ist und unten ein Drahtnetz hat, so daß das Sickerwasser in ein im verbleibendem unteren Raum stehendes Meßgefäß tropfen kann. Zur Wägung wird der obere Zylinder herausgehoben. Obwohl die Lysimeter eine starke Annäherung an die natürlichen Verhältnisse darstellen, weicht ihr Wasserhaushalt wegen der Unterbrechung der Verbindung mit dem Boden mitunter merklich von dem des ungestörten Bodens ab.

Ähnliche Geräte mit künstlich hoch gehaltenem Grundwasserstand bzw. so starker künstlicher Beregnung, daß merkliche Sickerwassermengen auftreten, dienen zur Messung der potentiellen Verdunstung. Man hat an einigen Stellen auch Großlysimeter mit Bodenwürfeln von 2m·2m·1m o.ä. gebaut, deren Gewicht und Sickerung registriert wird. In solchen ziemlich kostspieligen Geräten konnte man sogar kleine Bäume anpflanzen, um ihren Wasserhaushalt zu studieren.

Die Verdunstung größerer Areale sucht man vielfach auch mit Hilfe der Gleichungen des atmosphärischen Transports (Feuchtegradient, Austauschkoeffizient) zu erfassen. Eine andere häufig angewandte Methode geht von der Energiebilanzgleichung (4) aus, in der die zur Verdunstung benötigte Wärme einen wesentlichen Term darstellt und daher eine Brücke zwischen Wärme- und Wasserhaushalt bildet. Für ganze Landesteile (Flußgebiete) bieten schließlich die hydrologischen Verfahren, welche auch von der Wasserhaushaltsgleichung (12) ausgehen, eine Basis. Da man hier wohl N mit Niederschlagsmessern, A aus der Wasserführung der Flüsse, aber nicht B bestimmen kann, vermag man so nur Mittelwerte über ein Jahr (oder besser mehrere Jahre) zu gewinnen, weil dann B vernachlässigt werden kann.

Wenn die hier geschilderten Verfahren auch nicht in jedem Fall zu guten Verdunstungswerten führen, so vermag doch die gleichzeitige Anwendung verschiedener Methoden in vielen Fällen den Unsicherheitsbereich stark einzuschränken und zu durchaus brauchbaren Werten zu führen.

2. Versuch

Mit einem dem Versuchszweck angepaßten Piche-Evaporimeter soll der Einfluß der verschiedenen meteorologischen Parameter auf die potentielle Verdunstung untersucht werden. Die in der Natur entscheidende Strahlung (Q) soll im Labor durch eine äquivalente elektrische Heizung (B) ersetzt werden.

1. Man setze den Heizlüfter und das Stativ für Evaporimeter und Psychrometer an die vorgesehenen Stellen. Sodann fülle man das Evaporimeterrohr aus der Plastikspritzflasche fast voll, setze das im Inneren mit den Heizdrähten versehene Filterpapier ein und drücke das Papier mit der Halterung an. Nach dem Kippen in die normale Lage (Papier unten) befestige man das Evaporimeter am Stativ so, daß sich das Filterpapier etwa in der Mitte des Luftstromes befindet und die Skala gut ablesbar ist. Von den beiden Psychrometerthermometern soll das ohne Strumpf (Lufttemperatur ϑ_L) mit dem Gefäß etwas oberhalb des Filterpapiers, das mit Strumpf (Feuchttemperatur ϑ') daneben befestigt werden. Man fülle das Befeuchtungsgläschen fast voll und befeuchte den Strumpf. Bei der ersten Befeuchtung des trockenen Strumpfes muß einige Zeit gewartet werden, damit sich der Strumpf auch vollsaugt. Dann schließe man die Heizung des Filterpapiers an die Stromzuführung und prüfe durch kurzes Einschalten der Heizung und Beobachten des Amperemeters ihre Betriebsbereitschaft.
2. Bei Luftruhe und ohne Heizung lese man nach etwa 5 Minuten den Wasserstand im Evaporimeter und anschließend das trockene (Lufttemperatur ϑ_L) und das feuchte (Feuchttemperatur ϑ') Thermometer ab. Die Ablesungen sind nach 5, 10 und 15 Minuten zu wiederholen.
3. Man schalte den Heizlüfter bei ausgeschalteter Heizung auf Windstufe 3, befeuchte das Feuchtthermometer neuerdings und führe nach 5 Minuten, während welcher sich die Geräte den neuen Verhältnissen anpassen können, die Ablesungen wie unter 2. durch.
4. Man führe den Versuch wie unter 3. bei Windstufe 3 und Heizstufe 3 des Heizlüfters durch.
5. Bei Windstufe 3 und ausgeschalteter Heizung am Heizlüfter schalte man die Filterpapierheizung ein und führe den Versuch wie unter 3. durch. Zwischen den Ablesungen lese man das Amperemeter ab.
6. Falls bei einer der 4 Messungen die erste und zweite Ablesung von ϑ_L und ϑ' bzw. die erste (0 bis 5 min) und zweite (5 bis 10 min) Differenz der Evaporimeterablesungen merklich voneinander abweichen, verlängere man die Messung um weitere 5 Minuten und lasse die zweite Ablesung als Versuchsbeginn gelten.
7. Man schalte den Heizlüfter und die Filterpapierheizung ab, entleere das Evaporimeterrohr und zerlege die Versuchsanordnung.

3. Auswertung und Fragen:

1. Man berechne aus der ersten und letzten Ablesung des Wasserstandes im Evaporimeter die Veränderung während der 15 Minuten Versuchsdauer in Skalenteilen und rechne diese mit: 1 Einheit der Skala = 0.426 cm^3 in cm^3 um. Mit der verdunstenden Fläche des Filterpapiers von 44.7 cm^2 berechne man sodann das mittlere W in $\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ und $\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$ (Vorzeichen!)
2. Aus den Mittelwerten der jeweils 4 Ablesungen der Lufttemperatur ϑ_L und der Feuchttemperatur ϑ' berechne man nach der Psychrometerformel (siehe Aufgabe 5).

$$e_L = E' - 0.64 \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (13)$$

Nach dieser Zahlenwertgleichung ergibt sich der Dampfdruck der Luft e_L in hPa, wenn man den Sättigungsdampfdruck E' bei der Temperatur ϑ' in hPa und die beiden Temperaturen in $^\circ\text{C}$ einsetzt. Aus e_L berechne man schließlich mit dem Sättigungsdampfdruck E_L bei der Lufttemperatur ϑ_L die relative Luftfeuchtigkeit

$$f = \frac{e_L}{E_L} \quad (14)$$

und das relative Sättigungsdefizit $1-f$.

3. Aus den Mittelwerten des Stromes J beim Versuch nach 2.5 und des elektrischen Widerstand der Filterpapierheizung $R = 50 \Omega$ berechne man die Heizleistung $N = J^2 \cdot R$ und daraus mit Hilfe der verdunstenden Fläche (siehe 1.).

$$B = N/F \quad (15)$$

4. Mit der Annahme $Q = 0$ berechne man bei den Versuchen nach 2.2, 2.3, 2.4 jenen Wärmeübergangskoeffizienten α_L , mit der Gleichung (7) erfüllt ist. Die Koeffizienten sind der an Gl. (7) anschließenden Tabelle zu entnehmen (interpolieren!).
5. Mit dem α_L des Versuchs nach 2.3 und B nach 3.3 errechne man mit $Q = 0$ und den Werten ϑ_L , 1-f nach Versuch 2.5 die Verdunstung W . Man vergleiche diesen Wert mit der Messung nach 2.5.
6. Man berechne für alle 4 Versuche mit Hilfe der errechneten W - und α_L -Werte und mit $p = 960 \text{ hPa}$, $c_p = 1006 \text{ Ws} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ nach Gleichung (3) $E' - e_L$ und vergleiche diese Werte mit den entsprechenden Sättigungsdefiziten $E_L - e_L$. Welche W -Werte hätte man erhalten, wenn man ohne Rücksicht auf den Wärmehaushalt der Oberflächen einfach $\vartheta' = \vartheta_L$ d.h. $E' - e_L = E_L - e_L$ gesetzt hätte?
7. Für München kann im Jahresmittel $\vartheta_L = 7.7 \text{ }^\circ\text{C}$, $f = 75 \%$, $v = 3.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (α_L nach Gl. (10) berechnen), $Q = 46 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ (Jahresmittel), $B = 0$ angenommen werden. Man berechne W_Q , W_V und W . Aus hydrologischen Daten ergab sich für das Gebiet von München eine aktuelle Verdunstung von $578 \text{ mm} \cdot \text{a}^{-1}$.

Psychrometer

1. Grundlagen:

Die wichtigste und meist verbreitete Methode der Feuchtemessung, die psychrometrische, misst keine der üblichen Feuchtegrößen (siehe Aufgabe 3) direkt. Sie beruht auf der Abhängigkeit der Verdunstung (siehe Aufgabe 4) von den Feuchteverhältnissen der umgebenden Luft. Allerdings muss man durch eine Reihe von Maßnahmen den Einfluss der übrigen Parameter klein bzw. konstant halten, um die Luftfeuchtigkeit allein zum Tragen kommen zu lassen. Ein Psychrometer besteht aus zwei Thermometern, von denen eines die Lufttemperatur ϑ_L messen soll. Das Quecksilbergeäß des anderen ist mit einem feuchten Strumpf überzogen und kühlt sich infolge der Verdunstung unter die Lufttemperatur ab. Seine Temperatur ϑ' dient zusammen mit ϑ_L zur Berechnung der gewünschten Feuchtegrößen.

Das ideale Psychrometer

Um die Beziehung zwischen dieser Temperatur des feuchten Thermometers und der Luftfeuchtigkeit zu ermitteln, geht man von der Wärmehaushaltsgleichung

$$Q + B + L + V = 0 \quad (1)$$

einer feuchten Oberfläche aus. Sind nun die Strahlungsbilanz Q und der Wärmestrom aus dem Körperinneren B verschwindend klein, so vereinfacht sich Gl. (1) zu

$$L + V = 0 \quad (2)$$

Ein feuchtes Thermometer, dessen Wärmehaushalt $Q + B$ nicht enthält, bei dem also die zur Verdunstung nötige Wärme V nur vom Strom fühlbarer Wärme L aus der Luft geliefert wird, heißt ein ideales Feuchttthermometer, seine Kombination mit einem Thermometer zur Messung der Lufttemperatur ein ideales Psychrometer. In diesem Fall werden die Verhältnisse besonders einfach. Setzt man (siehe Aufgabe 2)

$$L = -\alpha_L \cdot (\vartheta' - \vartheta_L) \quad (3)$$

und (siehe Aufgabe 4)

$$V = -\frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E' - e_L) \quad (4)$$

so folgt aus Gl. (2) mit Gl. (3) und Gl. (4)

$$-\alpha_L \cdot (\vartheta' - \vartheta_L) - \frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E' - e_L) = 0 \quad (5)$$

bzw.

$$e_L = E' - \frac{p \cdot c_p}{0.623 \cdot r} \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (6)$$

Diese Gleichung des idealen Psychrometers erlaubt also, aus der Temperatur des trockenen Thermometers ϑ_L und der Temperatur des feuchten Thermometers ϑ' zusammen mit deren Sättigungsdampfdruck E' den Dampfdruck der Luft e_L zu berechnen.

Der Koeffizient $p \cdot c_p / (0.623 \cdot r)$ hängt vom Luftdruck p und über die Verdunstungswärme r sowie die spezifische Wärme der Luft bei konstantem Druck c_p etwas (wenn auch ganz wenig) von der Temperatur ab, über c_p sogar etwas von der Feuchte.

Der Koeffizient $p \cdot c_p / (0.623 \cdot r)$ erhält den Wert $0.667 \text{ hPa} \cdot \text{K}^{-1}$ wenn man mit den folgenden Werten rechnet.

$$p = 1006.6 \text{ hPa} (= 755 \text{ Torr})$$

$$c_p = 1.012 \text{ kWs}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \quad (20 \text{ }^\circ\text{C}, 7 \text{ g Wasser pro kg Luft}) = 50 \% \text{ rel. Feuchte}$$

$$r = 2452 \text{ kWs}\cdot\text{kg}^{-1} \quad (\text{Wasser}, 20 \text{ }^\circ\text{C})$$

Es ist üblich diesen Koeffizienten für den Druck von $p = 1006.6 \text{ hPa}$ unabhängig von der Temperatur und Feuchte gleich $0.667 \text{ hPa}\cdot\text{K}^{-1}$ zu setzen. Die Druckkorrektur wird durch den Faktor $p/1006.6$ berücksichtigt. Die Psychrometergleichung **(6)** kann dann als Zahlenwertgleichung in der Form

$$e_L = E' - 0.663 \cdot \frac{p}{1000} \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (7)$$

oder

$$e_L = E' - 0.663 \cdot 10^{-3} \cdot p \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (8)$$

geschrieben werden. Die Gleichungen **(7)** und **(8)** heißen Sprungsche Psychrometerformeln. Sie ergeben e_L in der Druckeinheit, in der E' und p angegeben werden. ϑ_L und ϑ' werden in $^\circ\text{C}$ eingesetzt. Diese Gleichungen liegen den älteren Psychrometertabellen zugrunde, aus denen man mit ϑ_L und ϑ' als Eingang direkt e_L und die relative Feuchte $f = e_L/E_L$ ablesen kann.

Die neuen offiziellen Psychrometertabellen, die vom Deutschen Wetterdienst für den Gebrauch in der Meteorologie und angrenzenden Fachdisziplinen herausgegeben werden (1976), berücksichtigen zusätzlich die individuellen Feuchteverhältnisse. Der neue Psychrometerkoeffizient $0.663 \cdot 10^{-3}$ wird ersetzt durch eine empirische von der Temperatur des feuchten Thermometers ϑ' abhängige Näherungsfunktion: $0.66 \cdot 10^{-3} (1 + 0.00115 \cdot \vartheta')$. Diese Psychrometergleichung

$$e_L = E' - 0.66 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + 0.00115 \cdot \vartheta') \cdot p \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (9)$$

liegt, gerechnet für den Druck $p = 1013.246 \text{ hPa}$, in tabellierter Form vor.

Für den Fall, dass am feuchten Thermometer nicht Wasser sondern Eis auftritt ist der Psychrometerkoeffizient wegen der verschiedenen Verdampfungswärme $r = 2524 \text{ kWs}\cdot\text{kg}^{-1}$ (Eis, $-10 \text{ }^\circ\text{C}$) und wegen der verschiedenen Wärmekapazität $c_p = 1.004 \text{ kWs}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ($-10 \text{ }^\circ\text{C}$, 2g Wasser pro kg Luft) kleiner als der bei Wasser. Die Psychrometergleichung bei Eisansatz lautet dann

$$e_E = E_E' - 0.6387 \cdot 10^{-3} \cdot p \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (10)$$

Mit der Gleichung (8a) und dem Druck $p = 1006.6 \text{ hPa}$ sind die älteren Psychrometertafeln berechnet. Ab 1976 werden die Tafelwerte für Eisansatz aus Gründen der Vereinheitlichung weltweit (WMO Technical Regulations) nach der folgenden Gleichung für den Druck $p = 1013.246 \text{ hPa}$ berechnet.

$$e_E = E_E' - 0.5820 \cdot 10^{-3} \cdot p \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (11)$$

Natürlich wird in den Gleichungen **(10)** und **(11)** der Sättigungsdampfdruck E_E' für Eis (siehe Aufgabe 5) eingesetzt.

Die Feuchttemperatur

Mit Hilfe der Gleichung **(6)** des idealen Psychrometers bzw. der Sprungschen Formel ist umgekehrt durch e_L und ϑ_L (abgesehen von p) die Temperatur ϑ' bestimmt. Man kann sie gleichsam vom Messverfahren lösen und als eine von Lufttemperatur und Luftfeuchte abhängige charakteristische Größe ansehen, die man die (ideale) Feuchttemperatur ϑ'_i nennt. Sie ist jene Temperatur, die eine von der Strahlung und der Wärmeleitung durch das Wasser (Q+B) freie Wasseroberfläche annimmt (Verdunstungskühlung). Einige charakteristische Werte zeigt folgende Tabelle (für $p=1000 \text{ hPa}$).

f	$\vartheta =$	-30.0	-15.0	0.0	15.0	30.0	°C
100 %	$\vartheta' =$	-30.0	-15.0	0.0	15.0	30.0	°C
0 %	$\vartheta' =$	-30.7	-17.4	-5.9	3.3	10.6	°C
	$\Delta\vartheta' =$	0.7	2.4	5.9	11.7	19.4	K

Die psychrometrische Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta'$ wird mit abnehmender Temperatur immer kleiner, was zur Folge hat, daß die psychrometrische Feuchtemessung bei gleichbleibender Temperaturmessgenauigkeit bei tiefen Temperaturen immer ungenauer wird.

Das reale Psychrometer

Die obige Voraussetzung $Q + B = 0$, welche zur Gleichung des idealen Psychrometers (Gleichung (6)) und vor allem auch dazu führt, dass diese den Wärmeübergangskoeffizienten α_L , also die Ventilation, nicht enthält, lässt sich praktisch nicht vollständig realisieren. Um eine Gleichung des realen Psychrometers zu gewinnen, muss man also auf die vollständige Wärmehaushaltsgleichung der feuchten Oberfläche (Gl. (1)) zurückgehen. In dieser ist Q die Strahlungsbilanz der Oberfläche. Von kurzweiliger Strahlung (Sonne) sei abgesehen, da diese jede Temperaturmessung unbrauchbar macht und ausgeschaltet werden muss. Es verbleibt dann die langwellige Strahlung der Umgebung. Für sie sei angenommen, dass sie von praktisch schwarzen Körpern (v.a. Wände) mit Lufttemperatur ϑ_L herrührt. Auch das feuchte Thermometer soll näherungsweise als schwarzer Körper angesehen werden. Dann ist (Stefan-Boltzmannsches Gesetz)

$$Q = \sigma \cdot T_L^4 - \sigma \cdot T^4 = -4 \cdot \sigma \cdot T_L^3 \cdot (T' - T_L) = -\alpha_S \cdot (\vartheta' - \vartheta_L) \quad (12)$$

α_S ist der Strahlungsübergangskoeffizient, deren Werte um $6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ liegen und in Aufgabe 1 näher angegeben sind. Eine ähnliche Gesetzmäßigkeit ergibt sich für B, wenn man annimmt, dass die durch den Thermometerschaft zur feuchten Oberfläche kommende Wärme vor allem aus dem Hauptteil des Thermometers kommt, der Lufttemperatur hat. Dann ist

$$B = -\beta \cdot (\vartheta' - \vartheta_L), \quad (13)$$

wobei der Wärmedurchgangskoeffizient β die Güte dieser Wärmeleitung kennzeichnet. Für L und V gelten die obigen Gleichungen (3) und (4). Für die in ihnen enthaltenen Wärmeübergangskoeffizienten α_L ist ein ähnliches Potenzgesetz anzunehmen, wie es bei den Aufgaben 2 und 4 für die dort auftretenden Messfühler angegeben wurde. Bei $v = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ kann man für α_L Werte um $70 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ erwarten.

Mit den Gleichungen (3), (4), (12) und (13) führt die Wärmehaushaltsgleichung (1) zu

$$-\alpha_S \cdot (\vartheta' - \vartheta_L) - \beta \cdot (\vartheta' - \vartheta_L) - \alpha_L \cdot (\vartheta' - \vartheta_L) - \frac{0.623 \cdot r}{\rho \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E' - e_L) = 0 \quad (14)$$

und damit zur Gleichung des realen Psychrometers

$$e_L = E' - \frac{\rho \cdot c_p}{0.623 \cdot r} \cdot \left(1 + \frac{\alpha_S + \beta}{\alpha_L} \right) \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (15)$$

Von der Gleichung (6) des idealen Psychrometers unterscheidet sich die Gl. (15) durch den Faktor $(1 + (\alpha_S + \beta)/\alpha_L)$, der die durch die Gleichungen (12) und (13) ausgedrückten Einflüsse von Q und B beinhaltet. Im Gegensatz zu Gl. (6) enthält Gl. (15) α_L , d.h. den Einfluss der Ventilation. Je stärker die Ventilation ist, umso mehr nähert sich das reale Psychrometer dem idealen, umso weniger fallen die Terme Q und B gegenüber L und V ins Gewicht. Die bei Windgeschwindigkeiten um $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ verbleibende Abweichung der Gleichung des realen Psychrometers von der des idealen nach Gl. (6) oder von den Sprungschen Formeln (7) bis (11) - z.B. erhält man mit $\beta = 0$ und den obigen Werten von α_S und α_L für den Klammerausdruck 1.09 - wird weitgehend dadurch kompensiert, dass, wie eine genauere Ableitung zeigt, wegen der unterschiedlichen molekularen Transportkoeffizienten für Wärme und Wasserdampf noch ein Faktor hinzutritt, der etwas kleiner als 1 ist. Man kann daher auch für das reale Psychrometer die Gleichung des

idealen verwenden, sofern die Windgeschwindigkeit über $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ liegt. Bei $v = 0.5 \dots 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ erhält man mit 1.2 für den Klammerausdruck in Gl. (15), bei Luftruhe mit 1.8 einigermaßen brauchbare Werte von e_L .

Die Äquivalenttemperatur

In der Energiebilanzgleichung (1) stehen die aus der Luft zur Oberfläche fließenden Wärmestrom L und V den durch andere Transportvorgänge (Strahlung, Wärmeleitung durch Festkörper) bewirkten Energieströmen Q und B gegenüber. Fasst man L und V zusammen

$$\begin{aligned} L + V &= -\alpha_L \cdot (\vartheta' - \vartheta_L) - \frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E' - e_L) \\ &= -\alpha_L \cdot \left(\left(\vartheta' + \frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot E' \right) - \left(\vartheta_L + \frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot e_L \right) \right) \end{aligned} \quad (16)$$

so erhält man eine der Gleichung (3) für L ähnliche Form. An die Stelle von ϑ_L ist hier

$$\vartheta_{\ddot{a}L} = \vartheta_L + \frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot e_L \quad (17)$$

getreten und an die Stelle von ϑ' der analoge Ausdruck mit den für die feuchte Oberfläche geltenden Werten ϑ' , E' anstatt der für die Luft geltenden ϑ_L , e_L . Die durch Gl. (17) definierte "Temperatur" hat in der Meteorologie eine eigenständige Bedeutung. Sie heißt die Äquivalenttemperatur, ihre Abweichung von ϑ_L der Äquivalenzzuschlag.

Die Äquivalenttemperatur $\vartheta_{\ddot{a}L}$ kennzeichnet den Gesamtwärmeinhalt der Luft an fühlbarer und latenter Wärme ebenso wie die Lufttemperatur ϑ_L ihren Gehalt an fühlbarer Wärme. Dieser Gehalt an fühlbarer Wärme je Masseneinheit der Luft i_L ist - abgesehen vom willkürlichen Nullpunkt - durch

$$i_L = c_p \cdot \vartheta_L \quad (18)$$

gegeben. Der Gehalt an latenter Wärme i_V ist nichts anderes als das Produkt aus dem Wasserdampfgehalt der Masseneinheit der Luft, der spezifischen Feuchte $s_L = 0.623 \cdot e_L / p$, und der latent im Wasserdampf enthaltenen Verdunstungswärme r .

$$i_V = r \cdot s_L = \frac{0.623 \cdot r}{p} \cdot e_L \quad (19)$$

Der Gesamtwärmeinhalt $i = i_L + i_V$ ist also

$$i = c_p \cdot \vartheta_L + \frac{0.623 \cdot r}{p} \cdot e_L = c_p \cdot \left(\vartheta_L + \frac{0.623 \cdot r}{p \cdot c_p} \cdot e_L \right) = c_p \cdot \vartheta_{\ddot{a}L} \quad (20)$$

was der obigen Aussage entspricht. Man kann auch sagen, dass die Äquivalenttemperatur jene Temperatur ist, die die Luft annehmen würde, wenn man den ganzen in ihr enthaltenen Wasserdampf kondensieren und die freiwerdende Wärme der Luft zuführen würde.

Der zu einer feuchten Oberfläche fließende Gesamtstrom fühlbarer und latenter Wärme kann somit durch

$$L + V = -\alpha_L (\vartheta_{\ddot{a}}' - \vartheta_{\ddot{a}L}) \quad (21)$$

beschrieben werden. Beim idealen Feuchttthermometer folgt aus $L + V = 0$ unabhängig von ϑ_L

$$\vartheta_{\ddot{a}}' = \vartheta_{\ddot{a}L} \quad (22)$$

Das ideale Feuchttthermometer ist also dadurch gekennzeichnet, dass die Äquivalenttemperatur seiner feuchten Oberfläche $\vartheta_{\ddot{a}}'$ gleich der der Luft $\vartheta_{\ddot{a}L}'$ ist. $\vartheta_{\ddot{a}}$ ist aber praktisch ($p = \text{const}$) eine eindeutige

Funktion der Temperatur des feuchten Thermometers, d.h. beim idealen Feuchtthermometer eine eindeutige Funktion der (idealen) Feuchttemperatur ϑ'_f . Für $p = 1013.2 \text{ hPa}$ findet man

$\vartheta'_f = \vartheta'_f$:	-10	0	10	20	30	°C
$0.623 \cdot r / (p - c_p)$:	1.54	1.52	1.51	1.49	1.45	$\text{K} \cdot \text{hPa}^{-1}$
$\vartheta_{\text{ä}}' = \vartheta_{\text{ä}}'$:	-5.6	9.3	28.5	54.7	91.4	°C

Der enge Zusammenhang zwischen $\vartheta_{\text{ä}}'$ und ϑ'_f erlaubt es, Feuchtthermometer direkt mit einer Äquivalenttemperatur-Skala zu versehen. Die obige Tabelle lässt ferner erkennen, dass mit zunehmender Temperatur der von der latenten Wärme herrührende Anteil, der Äquivalentzuschlag, rasch an Gewicht gewinnt. Umgekehrt ist er bei tiefen Temperaturen klein, was ein anderer Hinweis darauf ist, dass das Psychrometer bei tiefen Temperaturen Werte geringerer Genauigkeit liefert. Setzt man in die obige Gl. (22) die Ausdrücke $\vartheta_{\text{ä}}'$ und $\vartheta_{\text{ä}}'$ nach Gl. (17) ein, so ergibt sich direkt die Gleichung (6) des idealen Psychrometers.

Die Psychrometerformen

Die einfachste und älteste Form des Psychrometers ist das Psychrometer nach August. Es besteht lediglich aus einem trockenen und einem feuchten Thermometer. Im Freien kann es daher nur bei genügendem Strahlungsschutz verwendet werden. Da es nur der natürlichen Ventilation ausgesetzt ist, gilt die Gleichung des realen Psychrometers (Gl. (15)). Eine wesentliche Verbesserung stellt das Hüttenpsychrometer dar, bei dem das Feuchtthermometer durch einen Aspirator künstlich belüftet wird. Das trockene Thermometer wird nicht künstlich belüftet, doch ist hier möglicherweise eine Änderung zu erwarten. Künstlich belüftet ist auch das Schleuderpsychrometer nach Schubert, welches durch kleine Schirme teilweise auch gegen die Strahlung geschützt ist und bei geringeren Genauigkeitsansprüchen im Freien verwendet werden kann.

Die verlässlichsten Messwerte liefert aber das Aspirationspsychrometer nach Aßmann. Bei ihm werden beide Thermometer durch einen gemeinsamen Aspirator künstlich belüftet. Die schlanke Form der Thermometer setzt die Wärmeleitung aus dem Schaft (β) stark herab. Auch α_S ist verkleinert, da jedes der beiden Thermometer durch zwei ineinandergesteckte zylindrische Hüllen nicht nur weitgehend gegen die direkte Strahlung von außen geschützt ist, sondern durch die Hochglanzverchromung auch der langwellige Strahlungsaustausch nach Gl. (12) stark reduziert ist. Der Strahlungsschutz zusammen mit der künstlichen Ventilation bewirkt, dass die an den beiden Thermometern abgelesenen Werte weitgehend von Fehlern frei sind und so eine sehr gute Basis für die Bestimmung der Lufttemperatur ϑ_L und der Feuchttemperatur ϑ'_f sind, aus denen man mit Hilfe der Sprungschens Formel (10) oder (11) oder der aus ihr errechneten Psychrometertafel e_L bzw. andere Feuchtegrößen ermitteln kann. Neben der üblichen großen Ausführung des Aßmann-Psychrometers gibt es noch eine kleinere, die überall dort erwünscht ist, wo man Gewicht sparen will. Das kleine Aßmann-Psychrometer ist aber störanfälliger und schon in der Ableseung ungenauer, so daß man Vor- und Nachteile wohl abwägen soll. Das gilt in noch stärkerem Maße beim Schleuderpsychrometer. Neben den üblichen Ausführungen des großen Aßmann-Psychrometers mit Federwerkaspiration gibt es solche mit elektrischem Antrieb, was bei fortlaufenden Ablesungen zweckmäßig ist. In diesem Fall kann dem Strumpf auch das Wasser dauernd durch einen Docht aus einem Vorratsgefäß nachgeführt werden. Die Art der Zuführung ist wegen des gleichzeitigen Wärmetransports (B) aber gut zu überlegen. Schließlich können anstelle der Flüssigkeitsthermometer vor allem bei Registriergeräten elektrische Thermometer (Aufgaben 10 und 11) Verwendung finden. Wegen der großen Wärmeübergangskoeffizienten (α_L) und der schlechten Wärmeleitung (β) dünner Drähte genügen entsprechende Konstruktionen bei geringer ja sogar bei fehlender künstlicher Belüftung schon gut der Gleichung des idealen Psychrometers.

Die Psychrometertafeln u.ä.

Um die Anwendung der Sprungschen Formel zu erleichtern, hat man die ihr entsprechenden Werte tabelliert. Die Psychrometertafeln haben als Eingänge in der Vertikalen die Lufttemperatur ϑ_L , in der Horizontalen die Feuchttemperatur ϑ' . Sie geben den Dampfdruck e_L in hPa (mbar) und die relative Feuchtigkeit in % an. In älteren Psychrometertabellen wird der Dampfdruck e_L oft noch in Torr angegeben. Die Einheit Torr ist ebenso wie das mbar nicht mehr erlaubt und muss in Pa oder hPa umgerechnet werden. (1 Torr = 1.3332 mbar = 1.3332 hPa). Die Werte gelten für $p_0 = 1006.6$ hPa. Für einen anderen Luftdruck ergibt sich als Korrektur

$$\Delta e_L = e_{Lp} - e_{L1006.6} = 0.667 \cdot \left(1 - \frac{p}{1006.6}\right) \cdot (\vartheta_L - \vartheta') \quad (23)$$

wo sich e_L in hPa ergibt, wenn man p in hPa einsetzt. ϑ_L und ϑ' wird in °C eingesetzt. Für den mittleren Luftdruck von München $p = 955$ hPa erhält man für jedes K der Psychrometerdifferenz $\Delta e_L = +0.033$ hPa. Wenn man e_L auf 0.1 hPa genau ermitteln will, wird man die Korrektur meist berücksichtigen müssen. Sie ist für e_L und f im Anhang der Psychrometertafeln tabelliert. Im Zeitalter der Mikroelektronik kommt man schneller zum Ziel, wenn man sowohl E_L und E' (nach der Magnus-Formel) als auch e_L mit einem Taschenrechner berechnet. Komfortabel wird die Berechnung der Feuchtegrößen wenn man einen programmierbaren Taschenrechner oder einen sog. Feuchterechner (Taschenrechner mit fest einprogrammierten Feuchteprogramm) benutzt.

2. Versuch

1. Man bestimme den Luftdruck p .
2. Man fülle das Vorratsgefäß des August-Psychrometers, befeuchte den Docht und den Strumpf des Feuchtthermometers, so dass die Wassernachleitung gewährleistet erscheint.
3. Man befestige das große Åßmann-Psychrometer mittels der Baumschraube am Stativ und ziehe den Aspirator auf. Sobald bei dem nun anlaufenden Aspirator die Marke des Federhauses mit der des Gehäuses zusammenfällt, halte man ihn mit einem Papierstreifen an und ziehe ihn nochmals ganz auf. Man stelle dann die Zeit des ersten Umlaufs des Federhauses fest (Marken fallen wieder zusammen). Die Umlaufzeit, zu deren Feststellung der Vergleich mit der Taschenuhr genügt, muß weniger als 90 s betragen, wenn ein Luftstrom von mehr als $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ am Thermometer gewährleistet sein soll.
4. Man befeuchte den Strumpf des Åßmann-Psychrometers: Durch den Gummiballon das Wasser bis zur Strichmarke anheben und dort mit dem Quetschhahn festhalten. Glasrohr bei dem mit dem Strumpf versehenen Thermometer einführen, dann Quetschhahn öffnen und das Glasrohr mit etwas drehender Bewegung herausziehen. Beim ersten Anfeuchten des trockenen Strumpfes dauert die Befeuchtung länger, sie ist daher zweckmäßigerweise zu wiederholen.
5. Man ziehe den Aspirator nochmals auf, halte ihn mit einem Papierstreifen fest und lese nach dem Loslassen (Psychrometer frei hängend, nicht zu nahe hinbeugen!) in Minutenabständen beide Thermometer ab. Die tiefste (einige Zeit konstante) Feuchttemperatur und die gleichzeitige Lufttemperatur gelten als ϑ' bzw. ϑ_L .
6. Messung mit dem kleinen Åßmann-Psychrometer, wie unter 4. und 5. für das große angegeben wurde.
7. Man feuchte das Schleuderpsychrometer mit der beigegebenen Spritze so an, daß die Metallteile trocken bleiben, schleudere es (etwa 1 x je s) und lese nach 3 ... 5 Minuten beide Thermometer ab.
8. Man lese das August-Psychrometer und gleichzeitig das daneben aufgestellte große Åßmann-Psychrometer (Thermometergefäße gleich hoch) a) bei Luftruhe b) im Luftstrom des Ventilators ab. Vor jeder Ablesung ist das Åßmann-Psychrometer neu zu befeuchten und der Aspirator ganz aufzuziehen.

3. Auswertung und Fragen

1. Man trage den Verlauf der beiden Temperaturen bei den Messungen nach 2.5 und 2.6 als Diagramm auf.
2. Man entnehme für die Messungen mit dem großen Aßmann-Psychrometer nach 2.5, dem kleinen Aßmann-Psychrometer nach 2.6 und dem Schleuderpsychrometer nach 2.7 und für die beiden Messungen mit dem Aßmann-Psychrometer nach 2.8 a) und b) den Dampfdruck e_L und die relative Feuchte f der Psychrometertafel (Druckkorrektur!).
3. Man berechne mit Hilfe von Gl. (15) aus den Werten von ϑ_L und ϑ' des August-Psychrometers für beide Fälle von 2.8 den Dampfdruck e_L . Welche Faktoren $(1 + (\alpha_S + \beta)/\alpha_L)$ muß man in beiden Fällen nehmen, um aus den Ablesungen am August-Psychrometer die gleichzeitigen Dampfdruckmesswerte des Aßmann-Psychrometers zu erhalten?
4. Man berechne für die Messung mit dem großen Aßmann-Psychrometer nach 2.5 die Äquivalenttemperatur
 - a) aus ϑ_L und e_L
 - b) aus ϑ' und $E' = E(\vartheta')$.
5. Um wie viel Grad steigt $\vartheta_{\text{ä}}$, wenn man der Luft von 10 °C (mit der Dichte $\rho_L = 1.25 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $r = 2480.5 \text{ kWs}\cdot\text{kg}^{-1}$, $c_p = 1009.8 \text{ Ws}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) 1 $\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$ Wasserdampf zuführt?
6. Ein im Freien befindlicher Mensch atme Luft von 0 °C und 50 % relativer Feuchte ein. In der Lunge wird sie auf 36.5 °C erwärmt und gesättigt. Welche Wärmemenge muss jedem Liter Atemluft zugeführt werden? Man führe die Rechnung mit Hilfe der Äquivalenttemperaturen durch und benutze $E'(0^\circ\text{C}) = 6.11 \text{ hPa}$, $E'(36.5^\circ\text{C}) = 61.07 \text{ hPa}$, $c_p = 1009.8 \text{ Ws}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, Luftdichte bei 0 °C: $1.293 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.
7. Welche Wärmemenge muss jedem Liter Atemluft zugeführt werden, wenn der Mensch Zimmerluft von 20 °C und 50 % relativer Feuchte einatmet? Man benütze zur Berechnung $E'(20^\circ\text{C}) = 23.38 \text{ hPa}$ sowie die Luftdichte bei 20°C von $1.205 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.
8. Welche Genauigkeit in e_L und f kann man erwarten, wenn man ϑ_L und ϑ' auf 0.1 °C genau ablesen kann bei $f = 50 \%$ und
 - a) $\vartheta_L = 20^\circ\text{C}$
 - b) $\vartheta_L = 0^\circ\text{C}$
 - c) $\vartheta_L = -20^\circ\text{C}$?

Man beantworte diese Frage an Hand der Psychrometertafel.

Windmessung

1. Grundlagen

Im Gegensatz zu den meisten Meßgrößen der Meteorologie, die Skalare sind, ist die Windgeschwindigkeit ein Vektor. Zu ihrer vollständigen Bestimmung braucht man daher drei Angaben: entweder die drei Komponenten oder den Betrag und die (durch zwei Winkel bestimmte) Richtung. Da aber die Vertikal-komponente (zumindest im Mittel) meist sehr klein gegenüber den horizontalen Komponenten der Windgeschwindigkeit ist und die Messung der Vertikalkomponente daher auch ziemlich schwierig ist, versteht man unter Windgeschwindigkeit in der Regel die Horizontalkomponente. Zu deren Bestimmung reichen zwei Angaben aus: entweder die beiden Komponenten (N-S, W-O) oder Betrag und Richtung. Ein Charakteristikum des Windes, das besonders bei hohen Windstärken ins Auge fällt, ist seine Böigkeit. Entsprechend den beiden Bestimmungsstücken der Windangabe unterscheidet man die Böigkeit der Windrichtung und die Böigkeit der Windgeschwindigkeit.

Die Bestimmung der Windrichtung

Die Richtung des Bodenwindes kann man grob ohne besondere Hilfsmittel schätzen. Genauer ist dies bei Rauchfahnen möglich, sofern mehrere Kamine etwas verteilt in der Windrichtung liegen. Als Windrichtung gilt immer jene, aus der der Wind kommt. Für die genauere Anzeige und insbesondere die Registrierung der Windrichtung verwendet man Windfahnen, deren Stellung mechanisch oder elektrisch (Kontakt-, Widerstands-, Drehfeldgeber) auf die Anzeige- bzw. Registriervorrichtung übertragen wird. Bei ihrer Aufstellung muß insbesondere darauf geachtet werden, daß sie keine bevorzugte Stellung haben und so - vor allem bei schwachem Wind - die Richtung falsch anzeigen.

Neben der Angabe der Windrichtung nach den 4 Himmelsrichtungen und ihren Unterteilungen ist vor allem im synoptischen Dienst die Angabe nach Winkelgraden üblich, wobei man die Einergrade wegen der Ungenauigkeit der Bestimmung (Böigkeit) wegläßt. Es entsprechen einander:

36	03	06	09	12	15	18	21	24	27	30	33	36
N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	N				

Die Angabe 00 gilt für Windstille.

Die Bestimmung der Windgeschwindigkeit

Auch die Windgeschwindigkeit kann man ohne besondere Hilfsmittel schätzen. Die Angabe erfolgt dann entweder nach der Beaufort-Skala oder in äquivalenten Geschwindigkeitswerten.

Den einzelnen Stufen der Beaufort Skala sind charakteristische Auswirkungen des Windes auf dem Binnenlande (Rauch, Bäume usw.) und auf See (Wellen) zugeordnet. Die in der Tabelle angegebenen Bereiche in $m \cdot s^{-1}$ gelten für einen Windmesser in 6 m Höhe. Sie lassen sich leicht in andere Einheiten umrechnen.

$$1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3.6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1.94 \text{ Knoten}$$

Im synoptischen Dienst ist die Angabe der Windgeschwindigkeit in Knoten (= Seemeilen/Stunde) üblich.

Beaufort	Bezeichnung	m·s ⁻¹
0	Windstille	0 0.5
1	leiser Zug	0.6 1.7
2	leichte Brise	1.8 3.3
3	schwache Brise	3.4 5.2
4	mäßige Brise	5.3 7.4
5	frische Brise	7.5 9.8
6	starker Wind	9.9 ... 12.4
7	steifer Wind	12.5 ... 15.2
8	stürmischer Wind	15.3 ... 18.2
9	Sturm	18.3 ... 21.5
10	schwerer Sturm	21.6 ... 25.1
11	orkanartiger Sturm	25.2 ... 29.0
12	Orkan	>29.0

Die naheliegende Methode, die Windgeschwindigkeit dadurch zu bestimmen, daß man die Luft markiert und die Bewegung der Marke verfolgt, wird - abgesehen von gelegentlichen Messungen dieser Art etwa bei mikrometeorologischen Untersuchungen mit Rauchballen, kleinen Ballonen u.ä. - bei den aerologischen Windmessungen benutzt. Hierbei peilt man entweder einen am Ballon befestigten Sender (Radio-sender) oder einen Reflektor (Radar) an, berechnet den Weg des Ballons und daraus dann Betrag und Richtung des Windes in der jeweiligen Höhe. Zu dieser Windmessung mit Hilfe von Marken kann man auch die Schätzung von Windrichtung und -geschwindigkeit mit Hilfe von Wolken spiegeln zählen.

Für die meisten Messungen der Windgeschwindigkeit benutzt man indirekte Verfahren, d.h. man schließt aus der Größe von Windwirkungen auf seine Stärke. Hier sind vor allem der Staudruck und der Wärmeübergang (Abkühlung) zu nennen, die den meist verwendeten Windgeschwindigkeitsmeßverfahren zugrunde liegen. Eng verwandt mit dem Wärmeübergang ist der gelegentlich verwendete Stoffübergang (Verdunstung) und die bei Staudruckmeßverfahren manchmal mitwirkende Reibung. Schließlich wäre noch die Schallausbreitung zu erwähnen. Gegenüber den beiden zuerst genannten Verfahren spielen die später aufgeführten eine untergeordnete Rolle.

Die Staudruckmeßverfahren

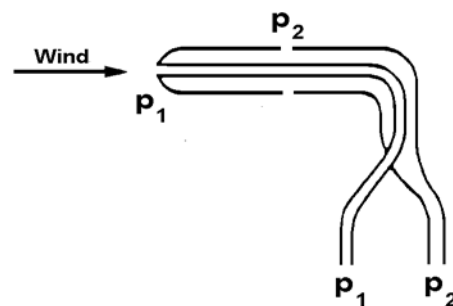
Das gebräuchlichste Gerät zur Messung der Windgeschwindigkeit nach dem Staudruckverfahren ist das Prandtl'sche Staurohr. Es besteht aus zwei ineinander geschobenen Rohren (siehe Zeichnung). Das innere Rohr ist vorne offen (Staudüse) und gegen das äußere Rohr abgeschlossen. Letzteres endet vorne in einer Halbkugel, in die das offene innere Rohr mündet. Hinter der Staudüse hat das äußere Rohr einen ringförmigen Schlitz (Ringdüse) oder zwei oder mehrere kleine Bohrungen. Nach den Gesetzen der Aerodynamik ist der Überdruck p_s (Staudruck) auf einer senkrecht im Winde stehenden Fläche

$$p_s = 0.5 \cdot \rho_L \cdot v^2. \quad (1)$$

Dabei ist v die Windgeschwindigkeit und ρ_L die Luftdichte.

Der Gesamtdruck p_1 an der Spitze des Staurohres setzt sich zusammen aus dem Staudruck p_s und dem statischen Luftdruck p_0

$$p_1 = p_s + p_0. \quad (2)$$



Der Druck an der Zylinderwandung des äußeren Rohres, p_2 , ist, da dort kein Stau auftritt, gleich dem statischen Luftdruck p_0 minus einem dem Staudruck proportionalem Unterdruck, der aufgrund der speziellen Konstruktion des Prandtl'schen Staurohres so klein ist, daß er vernachlässigt werden kann.

$$p_2 = p_0. \quad (3)$$

Die Differenz der beiden Drücke p_2 und p_1 ist mit

$$\Delta p = p_1 - p_2 = 0.5 \cdot \rho_L \cdot v^2 \quad (4)$$

dem Quadrat der Windgeschwindigkeit proportional. Kennt man ρ_L , so kann man aus der Druckdifferenz Δp nach

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_L}} \quad (5)$$

direkt die Windgeschwindigkeit v berechnen.

Verglichen mit dem üblichen Luftdruck ist Δp klein. Für 10 °C, 1013 hPa ($\rho_L = 1.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) findet man

v:	0.1	0.5	1.0	5.0	10.0	50.0	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Δp :	$6.25 \cdot 10^{-3}$	0.16	0.63	15.63	62.50	1562.5	Pa
Δp :	$6.37 \cdot 10^{-4}$	$1.59 \cdot 10^{-2}$	$6.37 \cdot 10^{-2}$	1.59	6.37	159.3	mm WS

Man gibt Δp auch häufig in mm WS (1 Millimeter Wassersäule = 9.81 Pa) an.

Der Druck auf die Staudüse p_1 und der Druck auf die Ringdüse p_2 werden durch Schlauchleitungen auf ein Differenzmikromanometer übertragen. Dieses entspricht im Prinzip einer kommunizierenden Röhre (U-Rohr). Wirkt nun p_1 auf die eine Seite der Flüssigkeit in der Röhre, p_2 auf die andere, so wird die Flüssigkeit im Schenkel mit dem niedrigeren Druck solange steigen, bis der durch den Niveauunterschied der Flüssigkeit bewirkte Druckunterschied gleich dem Staudruck Δp ist. Da Δp sehr klein ist, ist der eine Schenkel des Mikromanometers geneigt. Ist α der Neigungswinkel, ρ_F die Dichte der Füllflüssigkeit und Δl die Verschiebung des Endes des Flüssigkeitsfadens bei gleichbleibendem Niveau im zweiten Schenkel, der deswegen als breite Wanne ausgebildet ist, so beträgt die Druckdifferenz

$$\Delta p = \rho_F \cdot g \cdot \Delta l \cdot \sin(\alpha). \quad (6)$$

Der bewegliche Schenkel kann in mehreren verschiedenen Neigungswinkeln festgestellt werden. Als Füllflüssigkeit des Mikromanometers wird gefärbter Alkohol ($\rho_F = 791 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) verwendet. Für die empfindlichste Stellung des im Instrumentenpraktikum verwendeten Mikromanometers ($\sin(\alpha) = 1/25 = 0.04$) findet man bei 20 °C und 960 hPa die Zahlenwertgleichung

$$v = 0.7438 \cdot \sqrt{\Delta l}. \quad (7)$$

Sie ergibt v in $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, wenn man Δl in mm (Alkoholsäule) einsetzt. Bei kleinen Windgeschwindigkeiten ($v < 0.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) wird man also im Gegensatz zu großen Windgeschwindigkeiten kaum gute Meßwerte erwarten können.

Für Registrierungen ist das hier beschriebene Mikromanometer nicht geeignet. Hierfür verwendet man vor allem Ringwaagen und Tauchkörper. Bei letzterem kann man durch geeignete Formgebung der Tauchglocke, in deren Inneres p_1 geleitet wird, während außen p_2 herrscht, die Anzeige sogar linearisieren. Für echte Messungen bei $v < 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ist der Ausschlag jedoch ebenfalls kaum brauchbar. Da Δp mit dem Staurohr in Gleichung (5) nur dann berechnet werden kann, wenn die Düse in Windrichtung zeigt (Richtungsabweichungen bis $\pm 15^\circ$ bewirken noch erträgliche Fehler), sind die Staurohre an meteorologischen Stationen mit einer Windfahne gekoppelt.

Äußerlich ist eine Strömungssonde dem Staurohr sehr ähnlich, bei dieser strömt jedoch Luft durch das Rohr. Diese tritt an der Staudüse in das Rohr, strömt durch eine Meßkammer und verläßt das Gerät über die Ringdüse. In der Meßkammer lenkt die Strömung einen Doppelflügel (Staudruck- und Reibungswirkung) gegen die Rückstellkraft einer Feder aus. Die mit Hilfe eines mit dem Doppelflügel verbundenen Zeigers ablesbare Auslenkung ist ein Maß für die zu messende Windgeschwindigkeit. Durch Düsen im Strömungsweg können verschiedene Meßbereiche eingestellt werden.

Auf der Wirkung des Staudrucks beruht auch die Windanzeige mit Windplatten, die das wohl älteste Windmeßgerät überhaupt darstellen und aus vertikal hängenden Platten bestehen, die durch den Wind angehoben werden. Ihre Abweichung von der Lotrechten ist ein grobes Maß für die Windgeschwindigkeit. Heute sind sie in der Praxis kaum noch vertreten. Dagegen werden gefesselte Schalenkreuze, d. h. Schalenkreuzanemometer mit vielen (bis zu 12) Schalen, die sich nur begrenzt um ihre Achse drehen können, noch heute verwendet. Das vom Staudruck bewirkte Drehmoment wird dabei von einer Feder kompensiert, so daß die Auslenkung (Drehwinkel) ein Maß für die Windgeschwindigkeit ist. Wegen des quadratischen Zusammenhanges zwischen Staudruck und Windgeschwindigkeit ist der Drehwinkel eine quadratische Funktion der Windgeschwindigkeit.

Die rotierenden Schalenkreuzanemometer

Rotierende Schalenkreuzanemometer beruhen zwar auch auf der Staudruckwirkung, stellen aber wegen des linearen Zusammenhanges zwischen der primären Meßgröße (Umdrehungsfrequenz) und der Windgeschwindigkeit eine eigene Gruppe dar. Sie tragen auf einer senkrechten Achse einen Stern von drei oder vier meist halbkugeligen Schalen. In einer Strömung rotieren sie um die Achse. Da die Schalen in jedem Augenblick der Umdrehung des Schalenkreuzes in einer anderen Stellung zur Strömung stehen, ist der zeitliche Verlauf des auf sie wirkenden Staudrucks eine sehr komplexe Funktion.

Zur Vereinfachung seien daher zwei gegenüberliegende Schalen betrachtet, deren Arme senkrecht zum Wind stehen. Das Schalenkreuz habe die der Windgeschwindigkeit v entsprechende konstante Umdrehungsfrequenz ν . Ist r die Entfernung des Schalenmittelpunktes von der Anemometerachse, so ist $u = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \nu$ die Bahngeschwindigkeit des Schalenmittelpunktes. Da sich das Schalenkreuz so dreht, daß die momentane Geschwindigkeit der zum Wind hin konkaven Schale die gleiche Richtung wie der Wind selber hat, ist die für den Staudruck maßgebende Relativgeschwindigkeit des Windes zur Schale durch $(v - u)$ gegeben. Auf der anderen Seite bewegt sich die zum Wind hin konvexe Schale dem Wind entgegen. Für sie ist die Relativgeschwindigkeit des Windes zur Schale also durch $(v + u)$ gegeben. In beiden Fällen ist der Staudruck dem Quadrat der Relativgeschwindigkeiten proportional. In dem hier betrachteten stationären Rotationszustand müssen - abgesehen von der Reibung (Achsenlagerung) - die von den beiden gegenüberliegenden Schalen ausgehenden entgegengesetzt gerichteten Drehmomente gleich sein. Andernfalls würde ja eine Beschleunigung (Änderung der Drehzahl) auftreten, was der Voraussetzung stationärer Verhältnisse widerspricht. Dieses Drehmoment ist jeweils das Produkt aus dem Abstand des Schalenmittelpunktes r und der vom Staudruck bewirkten Kraft auf die Schale. Diese Kraft ist dem Staudruck proportional. Der Proportionalitätsfaktor f ist jedoch für die konkave Schale (f_1) größer als für die konvexe (f_2).

Die Gleichgewichtsbedingung lautet:

$$f_1 \cdot r \cdot 0.5 \cdot \rho_L \cdot (v - u)^2 = f_2 \cdot r \cdot 0.5 \cdot \rho_L \cdot (v + u)^2. \quad (8)$$

Hieraus folgt

$$v = \frac{\sqrt{f_1} + \sqrt{f_2}}{\sqrt{f_1} - \sqrt{f_2}} \cdot u. \quad (9)$$

Die Bahngeschwindigkeit u der Schalen und damit die Rotationsfrequenz der Achse des Schalenkreuzes $\nu = u / (2 \cdot r \cdot \pi)$ ist also der Windgeschwindigkeit v proportional. Der Proportionalitätsfaktor in Gleichung (9) hat bei den üblichen Schalenkreuzen mit Halbkugelschalen Werte um 2.6. Daraus findet man $f_1/f_2 \approx 5$. Dies bedeutet, daß bei ruhendem Schalenkreuz ($u = 0$) die Kraft auf die konkave Halbkugel fünfmal so groß wie auf die konvexe Halbkugel (Windschnittigkeit).

In obiger Herleitung wurde Reibungsfreiheit vorausgesetzt. In Wirklichkeit kann natürlich die Reibung nicht vernachlässigt werden und in der Gleichgewichtsbedingung Gleichung (8) muß ein Reibungsterm stehen. Reibung macht sich zwar bei großen Windgeschwindigkeiten praktisch nicht bemerkbar, bewirkt aber, daß $u = 0$ wird, wenn $v > 0$; das heißt, daß sich das Schalenkreuz bei kleinen Windgeschwindigkeiten nicht mehr bewegt. In der Praxis hat sich der Ansatz

$$v = a + b \cdot u \quad (10)$$

als hinreichend genau erwiesen, wobei für $v < a$ $u = 0$ ist. Man nennt a die Anlaufgeschwindigkeit, obwohl das Schalenkreuz aus der Ruhe meist bei einem etwas höheren v anläuft. Für übliche Schalenkreuze hat a Werte zwischen 0.2 und $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, b den schon oben erwähnten Wert von 2.6 .

Wegen der Reibung können mit Schalenkreuzanemometern Windgeschwindigkeiten unter a überhaupt nicht, etwas über a liegende nur fehlerhaft gemessen werden. Man versucht daher, a herabzusetzen, was durch leichtgängige Lagerungen, Umdrehungszählung mit Lichtschranken, Gewichtsinderung der Schalen u.ä. möglich, jedoch durch die doch nötige Robustheit des Schalenkreuzanemometers begrenzt ist.

Obige Gleichungen gelten für zeitlich konstantes v . Bei rasch wechselndem v , also bei böigem Wind, macht sich die Trägheit bemerkbar. Sie bewirkt, daß die registrierte Windgeschwindigkeit glatter ist als die wirkliche Windgeschwindigkeit. Ferner passen sich Schalenkreuzanemometer zunehmendem v rascher an als abnehmendem v ($f_1 \Leftrightarrow 5\cdot f_2$), so daß bei böigem Wind der berechnete Mittelwert höher ist als der wahre Mittelwert. Trotz dieser Nachteile werden Schalenkreuzanemometer überall verwendet. Dies verdanken sie neben der leichten Registriermöglichkeit vor allem der Unabhängigkeit ihrer Anzeige von der Windrichtung.

Eine vielfach gebrauchte Variante des Schalenkreuzanemometers ist das Kontaktanemometer, das heute noch im unzugänglichem Gelände ohne Anschluß an das öffentliche Stromnetz eingesetzt wird (Batteriebetrieb). Bei ihm wird die Umdrehung über eine Schnecke auf ein Kontaktrad übertragen, das nach N Umdrehungen einen elektrischen Kontakt schließt. Um das Stehenbleiben im Kontakt (und Leerlaufen der Batterie) zu vermeiden, werden Fallkontakte eingebaut, die nur kurzzeitig schließen. Ist n die Kontaktfrequenz, so ist die Umdrehungsfrequenz $v = N\cdot n$ und die Bahngeschwindigkeit $u = 2\cdot r\cdot\pi\cdot v = 2\cdot r\cdot\pi\cdot N\cdot n$. In die Anemometergleichung (10) eingesetzt ergibt dies mit

$$c = 2\cdot r\cdot\pi\cdot N\cdot b \quad (11)$$

die Gleichung

$$v = a + 2\cdot r\cdot\pi\cdot v\cdot b = a + 2\cdot r\cdot\pi\cdot N\cdot b\cdot n = a + c\cdot n. \quad (12)$$

Manchmal wird für ein Anemometer der Windweg angegeben. Er ist definiert als der Weg w , den ein Luftquantum zurücklegen muß um bei einem Schalenkreuzanemometer die Wirkung von z. B. $N = 50$ Umdrehungen des Schalenkreuzes zu bewirken:

$$w = \frac{N\cdot v}{v}. \quad (13)$$

Für Einzelmessungen kann man die Zeit zwischen zwei oder mehreren Kontakten stoppen. Für Registrierungen läßt man durch den Kontakt eine Marke auf das Papier eines Chronographen schreiben. Die üblichen Chronographen haben eine Trommel, die sich in einer Stunde einmal um ihre vertikale Achse dreht. Die Schreibfeder wird gleichzeitig etwa um 1 cm gesenkt, so daß auf dem Papier eine Spirale erscheint, die die Kontaktmarken trägt. Durch Ablesen der Zeit zwischen zwei Kontakten (Feinauswertung) oder Abzählen der Kontakte je Viertelstunde oder Stunde (Grobenauswertung) erhält man mit Hilfe der Gleichung (12) entsprechenden Eichkurve den zeitlichen Verlauf der Windgeschwindigkeit.

Die modernen Schalenkreuzanemometer sind heute durchwegs mit Lichtschranken oder induktiven Impulsgebern ausgerüstet, die pro Umdrehung des Schalenkreuzes einen oder mehrere elektrische Impulse abgeben. Durch Zählen dieser Impulse in elektronischen oder elektromechanischen Zählern in einer bestimmten Zeit (üblich sind 10 min oder 1 h) erhält man zeitliche Mittelwerte der Windgeschwindigkeit. Dabei kann durch den Einsatz von speziellen digital-elektronischen Steuerschaltungen (im einfachsten Fall durch Zwischenschaltung von elektronischen Untersetzern) oder durch den Einsatz von Mikroprozessoren erreicht werden, daß die Windgeschwindigkeit in jeder beliebigen Einheit ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, Knoten) angezeigt wird.

Eine direkte Ablesung erlauben die Schalenkreuzhandanemometer, die den Zeigerausschlag mechanisch mit Hilfe der Zentrifugalwirkung erzeugen.

Setzt man auf die Achse des Schalenkreuzes einen Dynamo, so ist die erzeugte Spannung der Umdrehungsfrequenz und damit v proportional. Man kann dann v direkt an einem entsprechend geeichten Voltmeter ablesen oder mit einem elektrischen Schreibgerät registrieren (Böenschreiber).

Den Schalenkreuzwindmessern verwandt sind die Flügelradwindmesser. Hier wird vom Wind ein dem Windmühlenrad ähnliches Flügelrad angetrieben. Auch bei diesen Anemometern ist die Drehfrequenz proportional der Windgeschwindigkeit. Ihre Anlaufgeschwindigkeit ist meist kleiner als die von Schalenkreuzanemometern. In der Meteorologie werden sie jedoch praktisch nur als Handwindmesser verwendet, da sie richtungsabhängig sind und ihre Achse immer in die Windrichtung zeigen muß.

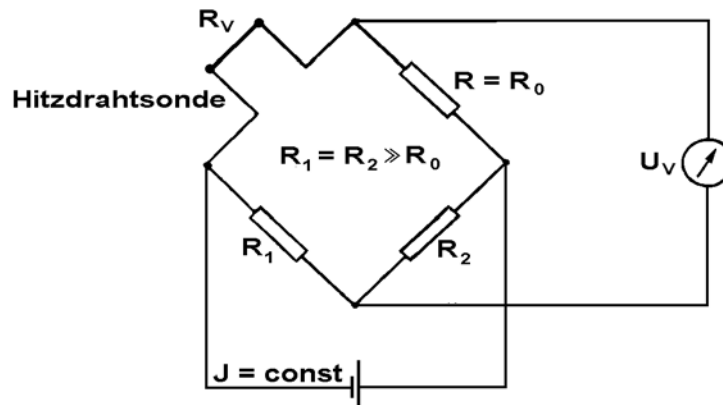
Die thermischen Windmesser

Heizt man einen Körper (z. B. elektrisch) auf, so hängt die Differenz zwischen Körpertemperatur und Lufttemperatur von dem Wärmeübergangskoeffizienten α_L und damit von der Windgeschwindigkeit v ab (siehe Aufgabe 2). Der Meßfühler ist entweder ein zwischen zwei Spitzen eingespannter dünner Draht (Hitzdrahtanemometer) oder ein auf einen Quarz oder Keramikkörper verschiedener Geometrie aufgebracht dünner Metallfilm (Heißfilmsonde) aus Platin oder Wolfram. Die von der Strömung abgeführte Wärme (Abkühlungsgröße) ist ein Maß für die Geschwindigkeit des anströmenden Mediums, wobei der sehr komplizierte Zusammenhang zwischen Partikelgeschwindigkeit und Wärmeabfuhr für die einzelnen Sondenformen im allgemeinen experimentell ermittelt werden muß, d.h. jeder Meßfühler wird geeicht. Für den thermischen Gleichgewichtszustand gilt, daß der Wärmeverlust (Abkühlung) des Hitzdrahtes gleich der zugeführten elektrischen Leistung ist. Für Hitzdraht und Heißfilmsonden kann diese Beziehung bei einem bestimmten Überhitzungsverhältnis in einem gegebenen Strömungsmedium mit konstanter Temperatur durch die Gleichung

$$\frac{R_v}{R_v - R_0} \cdot J^2 = a + b \cdot v^{1/n} \quad (14)$$

beschrieben werden. Dabei ist R_v der Warm- oder Betriebswiderstand der Sonde, R_0 der Sondenwiderstand bei Medientemperatur, J der Heizstrom und v die Strömungsgeschwindigkeit. Die Konstanten a , b und n ($= 2 \dots 2.5$) sind sondenformabhängig. Bei konstantem Heizstrom (Konstantstrom-Anemometer) ändert sich also der Betriebswiderstand der Sonde in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit.

In der einfachsten Ausführung liegt die der Luftströmung exponierte Hitzdraht- oder Heißfilmsonde in einem Zweig einer Wheatstonschen Brückenschaltung (s. Abbildung). Der nahezu konstante Brücken-



strom heizt die Sonde um $\Delta\vartheta = 100 \text{ K}$ bis 300 K gegenüber der Lufttemperatur ϑ_L auf. Die übrigen Brückenwiderstände sind temperaturunabhängig, so daß die Temperatur bzw. der Betriebswiderstand R_v in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit über die Brückenausgangsspannung gemessen werden kann.

Um das Verhalten des Hitzdrahtes gegenüber Windschwankungen beschreiben zu können, muß die empirisch ermittelte Gleichung (14) durch einen zusätzlichen Term ergänzt werden, der die thermische Trägheit der Meßsonde berücksichtigt. Man findet für eine Hitzdrahtsonde die folgende Näherungsgleichung

$$\frac{R_v}{R_v - R_0} \cdot J^2 = a + b \cdot v^{1/n} + \frac{c}{R_v - R_0} \cdot \frac{dR_v}{dt} \quad (15)$$

Hierin ist

$$c = \frac{C}{\alpha \cdot R_0} \quad (16)$$

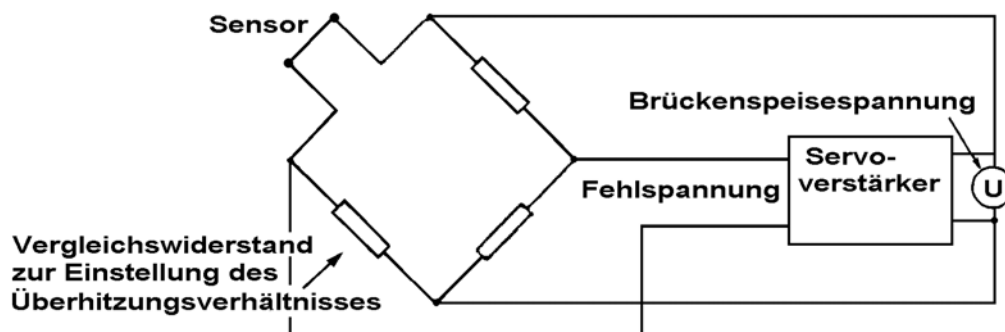
die modifizierte Wärmekapazität des Drahtes mit dessen Wärmekapazität C und dessen Temperaturkoeffizienten α des Widerstandes. Die Integration dieser Differentialgleichung führt schließlich zu einer Gleichung für die Zeitkonstante τ , nach der sich das Anemometer nach einer plötzlichen Windgeschwindigkeitsänderung bis auf $1/e$ an den neuen Windgeschwindigkeitswert angeglichen hat (vgl. Versuch 1):

$$\tau = \frac{R_v \cdot c}{R_0 \cdot (a + b \cdot v^{1/n})} \quad (17)$$

Die Zeitkonstante τ ist proportional zur modifizierten Wärmekapazität und zum Widerstandsverhältnis R_v/R_0 der Sonde, wobei R_v der langzeitige Mittelwert des Betriebswiderstandes des Sensors bei einer bestimmten mittleren Geschwindigkeit ist. Außerdem nimmt τ mit zunehmender Windgeschwindigkeit ab. Mit dem Konstantstrom-Anemometer erhält man in der Regel bei Windgeschwindigkeiten um $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ Trägheitszeiten in der Größenordnung von 10 ms .

Im Gegensatz zum Konstantstrom-Anemometer, bei dem der Brückenstrom J konstant ist, wird bei den Konstanttemperatur-Anemometern die abfließende Wärmemenge stets durch eine Änderung des Brückenstroms kompensiert, so daß die Sonde auf der eingestellten Überhitzungstemperatur bzw. einem bestimmten Widerstand gehalten wird. In diesem Fall ist die zugeführte Heizleistung oder - da die Brückenwiderstände konstant sind - die Brückenspeisespannung ein Maß für die Windgeschwindigkeit.

Im Prinzip besteht das Konstanttemperatur-Anemometer (s. Abbildung) aus einer Wheatstone'schen Brückenschaltung, deren Fehlspannung, hervorgerufen durch die Abkühlung der Sonde, durch einen Servoverstärker verstärkt und phasenrichtig der Brückenschaltung wieder zugeführt wird. Dadurch wird die Sonde wieder aufgeheizt und die Fehlspannung automatisch kompensiert. Bei dieser Betriebsart kann



gesagt werden, daß die das Anemometer kennzeichnende Trägheitszeit um den Faktor $0.5 \cdot r \cdot S$ verkleinert werden kann. Hierbei ist S die Steilheit des Servoverstärkers und r eine von dem Sensorwiderstand und dem Überhitzungsverhältnis abhängige Größe. Man erreicht damit Trägheitszeiten in der Größenordnung von $2 - 10 \mu\text{s}$.

Sowohl bei den Konstanttemperatur- als auch bei den Konstantstrom-Anemometern sprechen die Sonden auf jegliche Änderung der Wärmeabfuhr an, also auch auf eine Änderung der Lufttemperatur. Man strebt deshalb hohe Betriebsübertemperaturen (ca. $200 - 300 \text{ K}$ über Lufttemperatur) der Sonden an, damit der relative Temperaturfehler klein bleibt. Bei stark unterschiedlichen Lufttemperaturen zwischen der Eichung und der Messung muß der Einfluß der Temperatur jedoch dennoch berücksichtigt, oder durch geeignete Kompensationsschaltungen mit einem Temperaturfühler eliminiert werden.

Der nichtlineare Zusammenhang zwischen Meßgröße und Windgeschwindigkeit ($v \sim J \sim \sqrt[n]{v}$, wobei n je nach Sondentyp Werte zwischen 2 und 2.5 annehmen kann) bereitet in der modernen Datenverarbeitung keine Schwierigkeiten mehr. Bei Geräten mit optischer Anzeige der Windgeschwindigkeit wird häufig eine Linearisierung des Meßwertes mit logarithmierenden Verstärkern durchgeführt.

Hitzdrahtsonden sind richtungsempfindlich und haben ihre maximale Empfindlichkeit bei achsensenkrecht Anströmung. Im Anströmungsbereich von $45^\circ < \theta < 135^\circ$ kann die auftretende effektive Windgeschwindigkeit angenähert werden durch:

$$v_{\text{eff}} = v \cdot \sin(\theta). \quad (18)$$

Dieser Effekt wird besonders bei Turbulenzuntersuchungen ausgenutzt, wenn etwa mit Hilfe von drei, nach Art einer Würfecke, aufeinander senkrecht stehenden Hitzdrähten der 3-dimensionale Windvektor und dessen Fluktuationen gemessen werden sollen. Praktisch das gesamte empirische Wissen über die Turbulenz wurde mit Hilfe derartiger Geräte gewonnen.

2. Versuch

Mit Hilfe von Windmessungen mit einem Prandtlischen Staurohr soll in einem kleinen Windkanal ein Schalenkreuzanemometer kalibriert werden. Das Schalenkreuzanemometer (kleines Schalenkreuz) gibt pro Umdrehung eine Anzahl elektrischer Impulse ab, die von einem elektronischen Zähler gezählt werden. Die Zählungen sind Frequenzmessungen. Die Zeitbasis wird an der Frontseite eingestellt.

An Stelle des Schrägrohrmanometers (Regal) wird beim Versuch ein empfindliches, elektronisches Differenzmanometer verwendet. Das Gerät besitzt eine Einschalttaste (ON), eine Ausschalttaste (OFF) und eine Taste zur Nullpunktskontrolle ($>0<$), die das Gerät automatisch auf Null stellt. Das Gerät ist lageempfindlich!!!! Die Lage des Differenzmanometers darf deshalb während der Messung nicht verändert, insbesondere auch nicht in die Hand genommen werden. Die Einheit der Anzeige ist hPa.

1. Zunächst benötigen Sie den Radius des Schalenkreuzes (Achse - Schalenmitte). Das Schalenkreuzanemometer wird sodann auf der Stativstange befestigt, daß die Achse des Schalenkreuzes ca. 15 cm von der Mitte der Düsenöffnung des Windkanals entfernt ist. Das Anemometer wird mit dem Zähler durch das dazugehörige Kabel verbunden, der Netzstecker in die Steckdose gesteckt und der Zähler auf der Rückseite eingeschaltet. Der linke Drehschalter wird auf "Freq", und der Rechte Schalter auf "1 s" geschaltet. Nun kann durch Drehen des Schalenkreuzes geprüft werden, ob die Impulse des Anemometers gezählt werden. Außerdem wird das Thermometer an der Stativstange so befestigt (Vorsicht, zerbrechlich!!!!), daß die Quecksilberkugel im Luftstrom des Windkanals steht und gleichzeitig abgelesen werden kann.
2. Das Prandtl-Rohr wird an der gleichen Stativstange so angebracht, daß es knapp unter und knapp vor dem Schalenkreuz und in der Windkanalachse steht. Sodann verbinde man die beiden Rohrausgänge des Prandtl-Rohres (rot auf + und blau auf -) mit dem elektronischen Differenzmanometer. Legen Sie das Gerät auf den Tisch und verändern Sie seine Lage während der gesamten Messung nicht mehr. Bei ausgeschaltetem Windkanal drücken Sie dann die Nullpunktaste zur Nullstellung des Differenzmanometers.
3. Die Windgeschwindigkeit ist mit dem Drehknopf an der Vorderseite des Windkanals stufenlos einstellbar. Neben dem Drehknopf befinden sich zwei Buchsen, an denen mit Hilfe des kleinen Digitalvoltmeters die Motorspannung gemessen werden kann. Nach Einschalten der Geräte kann die Funktion des Windkanals, des Schalenkreuzanemometers und des Differenzmanometers überprüft werden. Man drehe den Windkanal mehrmals voll auf und beobachte dabei die Anzeige des Differenzmanometers. Die Anzeige muß nach dem Stillstand des Windkanals immer auf Null zurückgehen.
4. Der Windkanal bzw. der Motor des Windkanals besitzt eine sogenannte Anlaufspannung, die zuerst gemessen wird. Dazu wird die Motorspannung, beginnend bei 5 Volt, in Schritten von je 0.5 Volt langsam erhöht. Man notiere die Spannung bei der sich der Motor gerade zu drehen beginnt. Jetzt erhöhe man die Spannung noch um 1 Volt. Anschließend wird die Motorspannung wieder in Schritten von je 0.5 Volt erniedrigt. Man notiere nun die Spannung, bei der der Motor gerade aufhört sich zu drehen. Der Mittelwert dieser beiden Spannungen wird als Anlaufspannung des Windkanals bezeichnet. Diese Messung wird zweimal wiederholt und ein Mittelwert U_M bestimmt.
5. Auf die gleiche Art und Weise wird die Anlaufgeschwindigkeit a des Schalenkreuzanemometers gemessen. Dabei muß jedoch der Windkanal bereits eine kleine Windgeschwindigkeit erzeugen. Man beginne daher mit der Anlaufspannung des Windkanals. Die Anlaufgeschwindigkeit des Anemometers wird zunächst als Motorspannung U_s notiert.

6. Vor der Kalibrierung des Schalenkreuzanemometers ist die Lufttemperatur (Thermometer am Kanalausgang) und der Luftdruck (Aneroid genügt) zu messen. Danach kann die Kalibrierung durchgeführt werden. Die Motorspannung U_E wird, beginnend mit der Anlaufspannung des Anemometers, in Schritten von je ca. 4 Volt erhöht. Bei jeder Spannung U_E wird nach Erreichen eines gleichmäßigen Laufes des Windkanals die Anzahl der Impulse des Schalenkreuzes in 10 Sekunden durch mehrmaliges Ablesen des Zählers festgestellt und notiert. Möglichst gleichzeitig lese man das Differenzmanometer ab. Am Ende der ganzen Meßreihe lese man erneut Lufttemperatur und Luftdruck ab und bilde mit den Anfangsmeßwerten jeweils die Mittelwerte. Die Ergebnisse faßt man vorteilhaft in einer Tabelle zusammen, in die auch die Rechenergebnisse eingetragen werden können (s. unten).

Einheiten: $p = \text{hPa}; \quad \vartheta_L = \text{°C}; \quad \rho_L = \text{kg}\cdot\text{m}^{-3};$
 $U_M = \text{Volt}; \quad U_s = \text{Volt}; \quad v = \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Tabelle: $U_E \quad p_s \quad v \quad n \quad v$
 Volt hPa $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ s^{-1} -

$U_E =$ Motorspannung in Volt

$p_s =$ Anzeige des Differenzmanometers (hPa).

Bei schwankendem Stand mitteln und auf 0.001 hPa angeben

$v =$ Windgeschwindigkeit aus p_s nach Gleichung (5) berechnet

$n =$ die am Zähler abgelesenen Impulse

$v = N\cdot n$; Frequenz; $N = 50$

3. Auswertungen und Fragen

1. Man berechne aus p und ϑ_L die Luftdichte ρ_L mittels der Gasgleichung für trockene Luft und korrigiere den für 20 °C und 960 hPa geltenden Koeffizienten in Gl. (7). Für 0 °C und 1013 hPa ist $\rho_L = 1.293 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.
2. Mit Hilfe der Gleichung (5) und p_s berechne man v und trage es in die Tabelle ein.
3. Man berechne v und trage es in die Tabelle ein.
4. Man trage die Werte von v gegen die Werte von U_E sowie den Punkt ($U_M; 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) in ein Millimeterpapier ein. Man zeichne die Ausgleichskurve des wahrscheinlichsten Verlaufes und entnehme der Kurve die gemessene Anlaufgeschwindigkeit a des Schalenkreuzanemometers.
5. Man trage die Werte von v gegen die Werte von v in ein Millimeterpapier ein und zeichne die Ausgleichsgerade als Kurve des wahrscheinlichsten Verlaufes.
6. Man entnehme diesem Schaubild die Anlaufgeschwindigkeit a der Ausgleichsgerade und vergleiche sie mit der gemessenen Anlaufgeschwindigkeit. Man ermittle die Geradenneigung c , indem man die Wertepaare zweier möglichst weit voneinander entfernter Kurvenpunkte abliest und

$$c = \frac{v_2 - v_1}{v_2 - v_1}$$

berechnet.

7. Aus c berechne man mit $N = 1$ nach Gleichung (11) b. Man vergleiche a und b mit den üblich angegebenen mittleren Werten.

Druckmessung

1. Grundlagen

Neben der Temperatur gehört der Luftdruck zu den ältesten in der Meteorologie gemessenen Größen. Unter Druck versteht man eine Kraft bezogen auf eine Flächeneinheit. Die Einheit des Drucks ist daher die (Einheit der Kraft) / (Einheit der Fläche), d.h. im SI-System $\text{N}\cdot\text{m}^{-2} = \text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ oder Pa (Pascal). Da diese Druckeinheit sehr klein ist, benutzt man in der Meteorologie die Einheit hPa (hectoPascal, 1 hPa = 100 Pa). Dies hat auch historische Gründe, da die Zahlenangabe in hPa mit der Zahlenangabe in mbar übereinstimmt, die in der Meteorologie über Jahrzehnte gültig war. Daneben gab es, vom wichtigsten Luftdruckmeßgerät, dem Quecksilberbarometer, abgeleitet die Einheit 1 Torr. 1 Torr ist der Druck einer Quecksilbersäule von 1 mm Höhe, korrigiert auf eine Quecksilbertemperatur von 0 °C und auf die Normschwere (45° Breite, Meeresniveau). Die Umrechnung erfolgt daher nach der Beziehung:

$$1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 13595 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 9.806 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 1 \text{ Torr} = 133.32 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2} = 1.3332 \text{ hPa.} \quad (1)$$

Manchmal kann man anstelle der exakten Benennung Torr auch noch mm Hg (= mm Quecksilbersäule) finden. Eine physikalische Atmosphäre (abgekürzt: atm) entspricht 760 Torr = 1013.25 hPa. Daneben gibt es auch noch die technische Atmosphäre (abgekürzt: at), welche $1 \text{ kp cm}^{-2} = 980.665 \text{ hPa}$ entspricht. Bei kleinem Druck (Staudruck) findet man noch die Angabe mm WS (= mm Wassersäule) = $9.806 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2} \sim 0.1 \text{ hPa}$. Die Einheiten mbar, Torr, mm Hg und mm WS dürfen jedoch bereits seit 1978 eigentlich nicht mehr verwendet werden.

Flüssigkeitsbarometer

Wie aus den obigen Angaben hervorgeht, war es früher üblich, den Luftdruck durch die Länge einer Flüssigkeitssäule auszudrücken. Das ist das älteste Prinzip zur Messung des Luftdrucks und wird üblicherweise durch ein Quecksilberbarometer realisiert. Grundsätzlich kann das Verfahren aber für jede Flüssigkeit verwendet werden, also auch für Wasser. Quecksilber hat gegenüber Wasser jedoch den Vorteil der großen Dichte, die eine kompakte Bauform ermöglicht, sowie die zu vernachlässigende Verdunstung. In früheren Jahren kam noch die Frostsicherheit als Vorteil hinzu, da es sicher nicht einfach war, einen 10 m hohen Raum zu heizen. Noch heute werden Quecksilberbarometer als hochwertige Geräte und zur Kalibrierung anderer Messmethoden betrieben (bei uns in der SE-Ecke des Hörsaals). Ein Wasserbarometer betreiben wir im Treppenhaus.

In seiner Grundform besteht ein Flüssigkeitsbarometer aus einem mit Flüssigkeit gefüllten U-Rohr (im weiteren nehmen wir als Flüssigkeit Quecksilber an), dessen eine Seite verschlossen und luftleer ist. Im Gleichgewicht, unter Vernachlässigung von Reibungskräften, ist daher der Druck der im luftleeren Rohr höherstehenden Quecksilbersäule gleich dem Luftdruck

$$p = \rho \cdot g \cdot h. \quad (2)$$

Dabei ist ρ die aktuelle Dichte des Quecksilbers und g die tatsächliche Schwerebeschleunigung am Messort. Diese hängt wegen des unterschiedlichen Abstandes vom Erdmittelpunkt von der geographischen Breite φ und der Höhe z des Messortes über dem Meer ab. h ist die gemessene Höhendifferenz der beiden Quecksilberniveaus. Um aus dem abgelesenen Höhe h in m den Druck in $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$ zu bekommen, muss deshalb in Gl. (2) die aktuelle, von der Temperatur ϑ_{Hg} abhängige Quecksilberdichte ρ und die von der geographischen Breite φ und der Höhenlage z des Messortes abhängige Schwerebeschleunigung g benutzt werden. Bei Verwendung dieser aktuellen Größen erhält man unmittelbar den wahren Luftdruck. In der Praxis müsste aber noch die temperaturabhängige Ausdehnung des Glasrohres und des Ableselineals berücksichtigt werden.

Von den Herstellern von Quecksilberbarometern wird eine Auswerteroutine mitgeliefert, die von den auch in Gl.(1) genutzten Standardwerten für ρ -und g ausgeht und anschließend Korrekturen vornimmt. Das bedeutet, es wird zuerst nach Gl. (1) ein Druck p_n bestimmt mit einer Quecksilberdichte ρ_n bei 0 °C und der Schwerebeschleunigung $g_n = 9.8063 \text{ m/s}^2$ bei $\varphi = 45^\circ$ und $z = 0$. Damit gilt die in Gl (1) angegebenen Umrechnung von Torr in hPa. An diesen Druck muss dann eine entsprechende Korrektur zur Berücksichtigung der aktuellen Temperatur und Lage des Ortes angebracht werden. Für

die einfache Anwendung ist es üblich die Korrektur als lineare Näherung durchzuführen, zumal die Korrekturen an g für eine gegebene Station fest sind. Die resultierenden Korrekturterme für die Temperatur können in Tabellen zusammengefasst werden, die dann nur noch ϑ_{Hg} und p als Eingänge haben.

Die Korrektur von p_n in den wahren Wert p bedeutet physikalisch die Normgrößen durch die aktuellen Größen zu ersetzen. Damit ergibt sich nach Gl. (2)

$$p = p_n \cdot \frac{\rho \cdot g}{\rho_n \cdot g_n} \quad (3)$$

Die aktuelle Dichte des Quecksilbers wird berücksichtigt durch:

$$\frac{\rho}{\rho_n} = \frac{1}{1 + \alpha \cdot \vartheta_{\text{Hg}}} \quad (4)$$

mit der aktuellen Temperatur des Quecksilbers ϑ_{Hg} in °C und dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Quecksilbers $\alpha = 1.81 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Da sich aber bei Erwärmung nicht nur das Quecksilber sondern auch der Ablesemaßstab ausdehnt, muss die hierdurch bewirkte Fehlablesung ebenfalls berücksichtigt werden. Man kann dies am einfachsten dadurch tun, dass man den thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Maßstabes von den obigen $1.81 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ subtrahiert. Bei Messing und Neusilber als Material des Maßstabes sind dies $0.19 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, so dass in diesem Fall $\alpha = 1.63 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ wird.

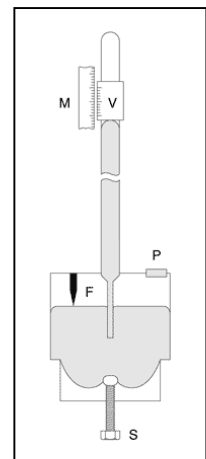
Für die Schwerebeschleunigung in Abhängigkeit von der geographischen Breite und Höhe z über NN gilt die Zahlenwertgleichung (5). Hier und in den folgenden Gleichungen muss z in m eingesetzt werden:

$$\frac{g}{g_n} = 1 - 2.59 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) - 1.96 \cdot 10^{-7} \cdot z \quad (5)$$

Für die lineare Korrektur $p = p_n + \Delta p$ wird der Korrekturterm Δp mit hinreichender Genauigkeit dadurch bestimmt, dass auf Grund der kleinen Werte ($\alpha \cdot \vartheta_{\text{Hg}} \ll 1$, $2.59 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) \ll 1$, $1.96 \cdot 10^{-7} \cdot z \ll 1$) gilt:

$$\Delta p = -\alpha \cdot \vartheta_{\text{Hg}} \cdot p_n - 2.59 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) \cdot p_n - 1.96 \cdot 10^{-7} \cdot p_n \cdot z = \Delta p(\vartheta) + \Delta p(\varphi) + \Delta p(z) \quad (6)$$

Bei den an meteorologischen Stationen üblicherweise eingesetzten Quecksilberbarometern ist der zweite Schenkel als breites Gefäß (Querschnitt 25 cm^2) ausgebildet, in das das Barometerrohr (Innendurchmesser 8 mm, Querschnitt 0.5 cm^2) taucht. Das untere Quecksilberniveau ändert sich also nur wenig im Vergleich zum oberen ($25 \text{ cm}^2 : 0.5 \text{ cm}^2 = 50:1$). Da weiter die 1 mm entsprechenden Skalenstriche im Abstand von 0.98 mm (reduzierte Teilung) eingeritzt sind, reicht die Ablesung des einen Quecksilberniveaus im Rohr zur Druckbestimmung aus: Eine Niveauänderung von 0.98 mm im Rohr entspricht ja einer Änderung des eigentlichen Niveauabstand von 1 mm. Es ist üblich, diese Barometer so zu füllen, dass die Ablesung am obersten Punkt der Quecksilberkuppe den wahren Luftdruck ergibt. Dadurch wird auch das Anbringen von Meniskuskorrekturen vermieden, die vom Rohrdurchmesser und der Meniskushöhe abhängen und von der Grenzflächenspannung Glas-Quecksilber verursacht werden (Kapillardepression). Bei neu gefüllten Rohren normaler Quecksilberbarometer ist der Meniskus gut 1 mm hoch. Er wird im Laufe der Zeit kleiner, so dass die Quecksilberfüllung schließlich erneuert werden muss.



Bei der Korrektur der oben beschriebenen Barometer muss bei Berechnung von $\Delta p(\vartheta)$ wegen der Gefäßeinflüsse des großen Gefäßes zu dem abgelesenen Druck p_n noch 33.3 hPa addiert werden. Es ergibt sich dann die Korrekturgleichung

$$\Delta p = -1.63 \cdot 10^{-4} \cdot \vartheta_{\text{Hg}} \cdot (p_n + 33.3) - 2.59 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2 \cdot \varphi) \cdot p_n - 1.97 \cdot 10^{-7} \cdot p_n \cdot z/m \quad (7)$$

Für $p_n = 960$ hPa (typischer Luftdruck in München) ergeben sich entsprechend Gl. (7) folgende Werte:

$\vartheta_{Hg} =$	10	15	20	25	30	°C
$\Delta p(\vartheta) =$	-1.62	-2.43	-3.24	-4.05	-4.86	hPa

Der Koeffizient $-2.59 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2 \cdot \varphi)$ in der Breitenkorrektur $\Delta p(\varphi)$ wechselt mit dem $\cos(2 \cdot \varphi)$ bei $\varphi = 45^\circ$ das Vorzeichen. Hierbei ist angenommen, dass die Erde die Form einer exakten Kugel hat. Für genauere Messungen müsste für die Berechnung der Schwerebeschleunigung in Abhängigkeit von der geographischen Breite die elliptische Form der Erde berücksichtigt werden. Dadurch würden sich für die Breitenkorrektur $\Delta p(\varphi)$ vor allem am Äquator etwas andere Korrekturwerte ergeben, die jedoch im Rahmen der Messgenauigkeit vernachlässigt werden können. Für $p_n = 960$ hPa ergibt sich:

$\varphi :=$	0	30	45	60	90	°
Kugel $\Delta p(\varphi) :=$	-2.49	-1.24	0.0	+1.24	+2.49	hPa
Ellipsoid $\Delta p(\varphi) :=$	-2.57	-1.32	0.04	+1.22	+2.48	hPa

Da München (48°) in der Nähe von 45° liegt ist die Breitenkorrektur hier sowieso klein.

Das Gleiche gilt für die Höhenkorrektur $\Delta p(z)$, mit der die Abnahme der Schwerebeschleunigung mit zunehmendem Abstand vom Erdmittelpunkt berücksichtigt wird. Streng genommen müsste auch der Einfluss der Topographie in einem Umkreis von über 100 km auf das Schwerfeld miteinbezogen werden. Es ist zwischen einer isolierten Anhebung - z.B. Berg, Gebäude, Mast, Ballonaufstieg (Erdmasse ist unabhängig von z ist) und einer weiträumigen Anhebung - z.B. Hochebene (Erdmasse nimmt mit z zu) zu unterscheiden. Die Unterschiede sind jedoch so gering, dass sie im Rahmen der Messgenauigkeit ebenfalls vernachlässigt werden können.

Für z in m über NN ergibt sich für $p_n = 960$ hPa

$z :=$	100	200	500	1000	m
$\Delta p(z) :=$	-0.02	-0.04	-0.09	-0.19	hPa

Druckangabe in der Wetterkarte

Da nicht der aktuelle Druck an einer Station sondern räumliche Luftdruckunterschiede wetterbestimmend sind, werden Karten des Luftdrucks erstellt. In der Bodenwetterkarte wird der auf NN reduzierte Luftdruck p_0 in hPa angegeben. In der verschlüsselten Wettermeldung werden die vier letzten Ziffern des auf NN reduzierten Druckes angegeben (0126 = 1012.6 hPa). Die Linien gleichen Luftdrucks heißen Isobaren; sie werden im Abstand von 5 hPa gezeichnet.

Die Druckverteilung lässt sich auch so darstellen, dass man nicht den Druck in einer bestimmten geometrischen Höhe sondern die Höhenlage der Isobarenflächen in eine Karte einzeichnet. Solche Darstellungen nennt man Topographien. Die Methode wird beim Zeichnen der Druckverteilung in den Höhenwetterkarten verwendet. Die Darstellung der Höhenlage einer Isobarenfläche über NN nennt man absolute Topographie, die Darstellung der Höhenlage einer Isobarenfläche über einer anderen Fläche gleichen Luftdrucks relative Topographie.

Man unterscheidet zwischen Hauptdruckflächen, das sind die 100 hPa- Stufen 1000 hPa, 900 hPa, 800 hPa usw., und den Standarddruckflächen, das sind die Isobarenflächen von 1000 hPa, 500 hPa, 225 hPa, 96 hPa, 40.96 hPa und 17.48 hPa. Im Wetterdienst werden die Höhenwetterkarten für die Standarddruckflächen und für die 850 hPa-Fläche gezeichnet. Dabei besitzt die Topographie für die 500 hPa-Fläche eine Vorzugsstellung, da sie die Atmosphäre massenmäßig etwa halbiert.

Bei der Berechnung der Druckverteilung in der Atmosphäre (siehe barometrische Höhenformel) geht die Schwerebeschleunigung ein. Eine Fläche in der die Schwerebeschleunigung (Geopotential) einen konstanten Wert hat wird als Geopotentialfläche bezeichnet. Die Bewegung eines Körpers im Vakuum entlang einer solchen Geopotentialfläche erfordert keine Arbeit. Wenn in der Atmosphäre entlang einer Fläche festen Geopotentials auch gleicher Druck herrscht, so entstehen also wegen des Fehlens sowohl von Druckwirkungen als auch von Schwerkraftwirkungen entlang dieser Fläche keine

Bewegungen. Um nicht Wirkungen analog zu Druckdifferenzen vorzutauschen ist es deshalb wichtig, in der Darstellung der absoluten und relativen Topographie jeweils die ortsabhängige Schwerebeschleunigung $g(\varphi, z)$ zu benutzen und damit die Topographie als Geopotential und nicht in geometrischen Metern darzustellen. Um jedoch nicht rund 9.8 mal größere Zahlenwerte zu bekommen, wird dieses Geopotential in geopotentiellen Metern [gpm] angegeben. Per Definition ist $1 \text{ gpm} = 9.81 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$.

Das Geopotential (h) einer geometrischen Höhe (z) ergibt sich damit durch Berücksichtigung der tatsächlichen Schwerebeschleunigung am Ort, und wird in gpm angegeben:

$$z [\text{m}] \cdot g(\varphi, z) [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = h [\text{gpm}] = h [9.81 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$$

So wird erreicht, dass der Abstand zweier Druckflächen (relative Topographie) nur eine Funktion der mittleren (virtuellen) Temperatur zwischen ihnen ist und dass für alle Karten der absoluten Topographie bei demselben Gradientenwind der Abstand der Isopotentialen (Linien gleichen Geopotentials) gleich ist. In mittleren Breiten ist der Zahlenwert der Angabe in gpm fast dem Zahlenwert der Angabe in m gleich. Entsprechend der Abhängigkeit der Schwerebeschleunigung g von der geographischen Breite (φ) und der Höhe (z) über NN ergeben sich bei der Umrechnung von gpm in m folgende Zuschläge in % (bzw. näherungsweise bei der Umrechnung von m in gpm Abzüge in %):

φ	0°	30°	60°	90°
$z = 0 \text{ m}$	+0.20	+0.07	-0.20	-0.33
$z = 10 \text{ km}$	+0.51	+0.38	+0.12	-0.01

Sauberer als die Verwendung der Zahlen aus dieser Näherungstabelle ist natürlich die Berücksichtigung der ortsabhängigen Schwerebeschleunigung nach (5).

Druckverteilung in der Atmosphäre

Mit zunehmender Höhe in der Atmosphäre nimmt der Luftdruck ab wegen der Abnahme der Masse der über diesem Höhenniveau liegenden Luftsäule, wobei diese Abnahme wegen der gleichzeitig stattfindenden Abnahme der Dichte der Luft nicht linear erfolgt sondern nach der "barometrischen Höhenformel".

Für rohe Abschätzungen kann man für je 5 km Höhenzunahme eine Druckabnahme auf jeweils die Hälfte ansetzen.

Aus der statischen Grundgleichung

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz \quad (8)$$

zusammen mit der Gasgleichung

$$\rho = \frac{p}{R_L \cdot T} \quad (9)$$

ergibt sich für eine isotherme Atmosphäre die barometrische Höhenformel:

$$p = p_0 \cdot e^{\frac{-g \cdot z}{R_L \cdot T}} \quad (10)$$

Dabei ist p der Luftdruck in der Höhe z (in m), p_0 der in der Höhe $z = 0$, T die absolute Temperatur, ρ die Dichte der Luft, g die Schwerebeschleunigung und $R_L = 287.053 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ die Gaskonstante der trockenen Luft. Aus dieser Formel (10) folgt mit $p_0 = 1000 \text{ hPa}$, $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ und $T = 0 \text{ °C} = 273 \text{ K}$ für z in km:

z :	0	1	2	5	10	20	50	km
p :	1000	882	778	535	286	82	1.9	hPa
p_N :	1013	899	795	540	264	57	1.0	hPa
g :	15.0	8.5	2.0	-17.5	-50.0	-56.5	-1.5	°C

In der dritten Zeile sind die Werte p_N eingetragen die sich für eine "Normalatmosphäre" ergeben, bei der für NN 1013 hPa angenommen wird und weiter nicht Isothermie, sondern die in der letzten Zeile angegebene Temperaturverteilung sowie zusätzlich die Abnahme von g mit z . Noch genauere Berechnungen erfordern neben der Kenntnis der vertikalen Temperatur- auch die der Feuchteverteilung. Letztere beeinflusst ebenfalls die Luftdichte, da Wasserdampf leichter ist als trockene Luft. Man berücksichtigt diesen Einfluss durch die Verwendung der virtuellen Temperatur

$$T_V = (1 + 0.604 \cdot s) \cdot T \quad (11)$$

wobei s die spezifische Feuchte (siehe Aufgabe 3) ist.

Reduktion des Luftdruckes auf NN

Wie oben erwähnt, wird in Bodenwetterkarten der auf NN reduzierte Luftdruck p_0 angegeben, um Druckunterschiede deutlich zu machen. Die Eintragung des wirklichen, in der Stationshöhe z gemessenen Druckes, würde wegen der Höhenabhängigkeit im wesentlichen zu einer Karte des Bodenreliefs führen. Zu dem an einer Station gemessenen Druck muss also der Druck einer hypothetischen Luftsäule der Länge z addiert werden (Höhendifferenz bis auf NN). Dieser Zusatzdruck wird bestimmt unter der Annahme einer mittleren Dicht, basierend auf einer mittleren Temperatur T_m für die zusätzliche Schicht. Diese wird berechnet, ausgehend von der Lufttemperatur T an der Station mit einem mittleren Temperaturgradienten von $-0.65 \text{ }^\circ/100 \text{ m}$ (nach DWD). Damit ergibt sich

$$T_m = (T_0 + T)/2 = T + 0.00325 \cdot z \quad (12)$$

in K, wenn man T_0 und T in K und z in m angibt.

Nach Gl. (10) ist die Addition des Druckes $\Delta p = g \rho_m \Delta z$ einer zusätzlichen Schicht Δz gleichbedeutend mit der Anwendung der Barometrischen Höhenformel „nach unten“, d.h. für negative Höhen und unter Verwendung von T_m

$$p_0 = p + \Delta p = p \cdot e^{\frac{g \cdot z}{R_L \cdot T_m}} \quad (13)$$

Mit $p = 1000 \text{ hPa}$, $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ und $R_L = 287 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ergeben sich die in der folgenden Tabelle als Beispiele aufgeführten Werte für Δp :

ϑ :	-20	0	20	$^\circ\text{C}$
$z = 100 \text{ m}$:	13.6	12.6	11.7	hPa
$z = 200 \text{ m}$:	27.4	25.3	23.6	hPa
$z = 500 \text{ m}$:	69.5	64.3	59.8	hPa

Beachten Sie die Temperaturabhängigkeit dieser Reduktion auf NN (Konsequenzen?).

Barometrische Höhenmessung

Umgekehrt lassen sich aus der Messung von Druckdifferenzen Höhendifferenzen errechnen. Näherungsweise dient dazu die auf den wirklichen Bodendruck bezogene Normalatmosphäre.

Bei kleinen Höhendifferenzen liefert die aus Gl. (8) und (9) abgeleitete Näherung:

$$\Delta z = - \frac{R_L \cdot T}{g \cdot p} \cdot \Delta p \quad (14)$$

hinreichend genaue Werte. Die Berücksichtigung des Feuchteinflusses kann dabei natürlich wegfallen, ebenso Mittelbildung über die Temperatur, wenn die Höhendifferenzen gering sind.

In Bodennähe kann näherungsweise noch einfacher mit $10 \text{ m} \approx 1.2 \text{ hPa}$ gerechnet werden.

Dosenbarometer (Aneroidbarometer)

Für Messungen bei veränderlichem Messort (Flugzeug, Radiosonde) ist das Quecksilberbarometer schlecht brauchbar. Bei der Registrierung des Luftdrucks mit einem Barographen und bei allen Druckmessungen mit geringeren Genauigkeitsansprüchen verwendet man das Dosenbarometer. Die Vidiedose wurde 1847 von L.Vidie erfunden und ist eine weitgehend luftleer gepumpte, flache Dose aus Blech, die vielfach noch durch Federn versteift ist. Durch den wechselnden Luftdruck wird die Höhe der Vidiedose verändert. Die Änderung kann durch Übertragungsglieder (Hebel) vergrößert und angezeigt bzw. registriert werden. Zur Vergrößerung des Ausschlages werden auch häufig Sätze aus mehreren Dosen verwendet (z.B. Barograph). Bei den in Radiosonden (z.B. Vaisala RS-80) verwendeten Aneroidbarometern wirkt die Höhenveränderung der Dose derart, dass sich der Plattenabstand eines Kondensators verändert wird (Barocap). Somit kann der Druck kapazitiv mit einer Genauigkeit von ca. 0.1 hPa gemessen werden.

Da die elastischen Eigenschaften des Dosenmaterials die Anzeige beeinflussen, ist diese von der Temperatur abhängig. Diese Abhängigkeit kann zumindest für kleine Bereiche durch unvollständige Evakuierung oder ein Bimetall im Übertragungsmechanismus weitgehend beseitigt werden. Dosenbarometer gibt es in vielen der erforderlichen Messgenauigkeiten und dem Messzweck angepassten Ausführungen.

Siedethermometer (Hypsometer)

Der Siedepunkt ϑ_p von reinem Wasser (nicht der Dampfdruck) sinkt mit abnehmendem Luftdruck p nach der Formel

$$\vartheta_p = 100 - 2.77 \cdot 10^{-2} \cdot (1013 - p) - 1.24 \cdot 10^{-5} \cdot (1013 - p)^2 \quad (15)$$

wobei sich ϑ_p in °C ergibt, wenn p in hPa eingesetzt wird. Einige Beispiele zeigt die folgende Tabelle

$p :=$	910	960	1013	1060	hPa
$\vartheta_p :=$	97.02	98.50	100.00	101.27	°C

Bringt man daher ein empfindliches Thermometer mit passendem Messbereich, z.B. 98 ... 102 °C, in den Dampfraum über siedendem Wasser, so kann man aus der Temperatur den Druck ermitteln. Wenn das Thermometer genau anzeigt, sind keine Korrekturen erforderlich, allerdings muss gewährleistet sein, dass das Wasser nicht verschmutzt ist und dass die Temperatur richtig bestimmt wird. Siedethermometer werden daher vielfach zur barometrischen Höhenmessung verwendet, so dass sie auch Hypsometer genannt werden.

Wasserbarometer

Ein Wasserbarometer gehorcht den gleichen Gesetzen wie in Quecksilberbarometer, d.h. es müssen auch hier die aktuelle Dichte des Wassers und die Schwerebeschleunigung berücksichtigt werden. Verdunstetes Wasser muss gelegentlich nachgefüllt werden (wie macht sich dies bzw. die Verdunstung in der Messung bemerkbar?). Entsprechend der gegenüber Quecksilber geringeren Dichte von Wasser ist das bei gleichem Luftdruck zu messende h (Gl.2) größer. Weiter muss der Dampfdruck berücksichtigt werden.

2. Versuchsbeschreibung

Alle folgenden Messungen sollten mit Beobachterwechsel wiederholt werden.

1. Ablesen des Druckes am Monitor der Stadtklimastation (gegenüber E52) für München und für NN. Zusätzlich (für den Versuch 5) die Lufttemperatur ablesen.
2. Hypsometer zusammenbauen, 2-3 Messbecher destilliertes Wasser einfüllen, Heizung einschalten und einige Minuten nach Beginn des Siedens Thermometer ablesen. Der mittlere Luftdruck von München liegt an der Übergangsstelle der beiden Thermometer (950 hPa), so dass u.U. ein Thermometerwechsel nötig ist. Nach der Messung Gerät vom Netz trennen, auseinandernehmen, Siedefäß entleeren.

3. Quecksilberbarometer (Lambrecht) leicht klopfen, damit sich der Meniskus sauber einstellt, Barometertemperatur ablesen. Der mit der Rändelschraube verstellbare Ring wird von oben langsam heruntergedreht, bis bei parallaxenfreiem Schauen (Hinter- und Vorderkante des Ringes decken einander) die Ringkante das oberste Meniskusende berührt. Höhe der Quecksilbersäule mit dem Nonius auf 0.1 mm genau ablesen..
4. Dosenbarometer leicht klopfen und zweimal den Druck ablesen.
5. Dosenbarometer auf den obersten Absatz des Treppenhauses (5. Stock, 1 Stock höher als Lift) bringen und ablesen
6. Oberen Stand des Wasserbarometers ablesen und die Temperatur an dem dortigen Thermometer. (Das Wasserbarometer befindet sich im nördlichen Treppenhaus, das obere Ende der Wassersäule befindet sich zwischen dem 1. und 2. Stock)
7. Dosenbarometer in den Keller bringen und ablesen.
8. Wasserstand in der Bodenwanne des Wasserbarometers im Keller messen (dazu Deckel abnehmen), Temperatur ablesen.

3. Auswertung und Fragen

1. Bilden Sie Mittelwerte für alle Messwerte die Sie öfter gemessen haben und bestimmen Sie aus allen Messungen den Luftdruck in hPa.
2. Für das Quecksilberbarometer nehmen Sie $\varphi = 48^\circ 09'$, $z = 517$ m. Geben Sie getrennt den Messwert in Torr, die Temperatur- und Schwerekorrekturen und den wirklichen Luftdruck an.
3. Bestimmen Sie den Luftdruck aus den Messungen mit dem Wasserbarometer und geben Sie bei der Umrechnung von Wassersäule in Luftdruck die Einheiten an:
Bestimmen Sie als erstes die Länge der Wassersäule (Warum sind im Gegensatz zum Quecksilberbarometer zwei Ablesungen nötig?).
Dann Berechnen Sie die Dichte des Wassers im Plexiglasrohr mit Hilfe der gemittelten Temperatur (bei der Sie die Kellertemperatur zu 1/3 und die Temperatur oben zu 2/3 eingehen lassen) und der folgenden Gleichung :
$$\rho = \rho_4 / (1 + \beta \cdot t^2) \quad \text{mit } \rho_4 = 0.999973 \cdot 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}, t \text{ in } ^\circ\text{C} \text{ und } \beta = 4.47 \cdot 10^{-6} \text{ [(1/}^\circ\text{C)}^2\text{]}$$

(Der quadratische Ansatz wird verwendet, weil der Ausdehnungskoeffizient von Wasser selber temperaturabhängig ist. Die Zahlwerte sind auf den Bereich um 21 °C optimiert und sollten nicht für weit entfernte Temperaturbereiche verwendet werden.)
4. Geben Sie die Abweichung von allen Luftdruckmessungen mit den verschiedenen Verfahren gegenüber dem Wert am Monitor der Stadtklimastation an. Diskutieren Sie mögliche Ursachen: Wenn Sie mit „Messfehler“ argumentieren geben Sie an, welchen Ablesefehler Sie annehmen bzw. für möglich halten, und ob dieser Ablesefehler ausreicht, um die Abweichung zu erklären.
5. Berechnen Sie aus den beiden Ablesungen des Dosenbarometers im Treppenhaus und im Keller die Höhe des Treppenhauses, unter Verwendung der am Monitor abgelesenen Lufttemperatur.
6. Schätzen Sie den Fehler ab in %. Berücksichtigen Sie dabei das Fehlerfortpflanzungsgesetz. Welche Größe in der Gleichung bewirkt den kleinsten bzw. größten Fehler am Ergebnis?
7. Reduzieren Sie den am Quecksilberbarometer ermittelten Luftdruck auf NN, unter Benutzung der gemessenen Lufttemperatur sowie zusätzlich unter der Annahme einer um 10 °C niedrigeren Temperatur (Beispiel für eine Messung früh morgens statt mittags).
8. Welcher geometrischen Höhe entsprechen 7000 gpm?
a) am Südpol b) am Äquator?
9. Welchen Druck errechnet man für die Höhe der Zugspitze (2962 m), wenn man in München (517 m) von 950 hPa und 15 °C ausgeht und als mittlere Temperaturabnahme 0.65 K/100 m verwendet. Bei welcher Temperatur siedet bei diesem Druck das Wasser?
10. Welcher Druck in hPa herrscht am Nordpol in NN, wenn bei -30°C an einem Quecksilberbarometer 730 mm abgelesen werden?

8 Ceilometer

8.1 Grundlagen

8.1.1 Aerosolpartikel

Aerosolpartikel sind wesentliche Bestandteile der Atmosphäre. Sie haben Einfluss auf die Strahlungsbilanz, indem sie Strahlung streuen und absorbieren. Sie sind aber auch relevant für den hydrologischen Zyklus, weil sie als Kondensationskerne die Tropfenbildung steuern und somit Niederschlag initiieren oder modifizieren können. Weiterhin spielen sie eine Rolle in der Luftchemie, da an ihrer Oberfläche chemische Reaktionen ablaufen können, die die atmosphärischen Spurengaskonzentrationen beeinflussen. Schließlich sei noch erwähnt, dass sie, sofern sie lungengängig sind, auch die menschliche Gesundheit beeinträchtigen können.

Die oben genannte Wirkung auf das Strahlungsfeld durch Extinktion von Photonen nennt man den direkten Effekt von Aerosolen. Unter indirekten Effekten versteht man die Wirkung auf das Strahlungsfeld über den Umweg der Modifikation von Wolkeneigenschaften, die dann ihrerseits auf das Strahlungsfeld wirken. So bewirkt z.B. eine Erhöhung der Anzahl der Aerosolpartikel, dass eine Wolke tendenziell statt aus wenigen großen Tröpfchen aus vielen kleinen Tröpfchen besteht – gleiches Wasserdampfangebot vorausgesetzt. Eine solche Verschiebung der Tropfengrößenverteilung bewirkt eine Erhöhung der Albedo, es wird also mehr Strahlung in den Weltraum (zurück)reflektiert. Zu den indirekten Effekten zählt man auch die mögliche Unterdrückung von Niederschlag oder die Änderung der Lebenszeit von Wolken durch zusätzliche Aerosolpartikel.

Um den Einfluß von Aerosolpartikeln verstehen zu können, muss man ihre optischen Eigenschaften (z.B. Extinktionskoeffizient) kennen und/oder ihre mikrophysikalischen Eigenschaften (Größe, Material, Form). Mit numerischen Modellen lassen sich die optischen Eigenschaften aus den mikrophysikalischen ausrechnen.

Messungen von Aerosoleigenschaften sind jedoch vergleichsweise selten oder beziehen sich nur auf wenige optische oder mikrophysikalische Parameter. Die Ursache ist zum einen, dass die Zahl der relevanten Parameter ziemlich hoch ist (was den Meßaufwand erhöht), zum anderen, dass sich die Parameter relativ schnell in Raum und Zeit verändern (was ebenfalls den Meßaufwand erhöht). Besonders aufwändig ist es, Informationen über die räumliche Verteilung, insbesondere in der Vertikalen zu erhalten. Die am weitesten verbreiteten Instrumente zur Charakterisierung von Aerosolpartikeln messen *am Boden* („Punktmessungen“) in-situ am Standort des Gerätes oder *vom Boden* integrale Eigenschaften entlang einer Linie („Säulenmessungen“, Fernerkundung). Auch von Satelliten aus werden natürlich Fernerkundungsverfahren eingesetzt. Die einzige Technologie, die räumlich aufgelöste Informationen über Aerosolpartikel entlang einer Meßstrecke zu liefern in der Lage ist, ist das Lidar („light detection and ranging“). Hierbei handelt es sich um ein sogenanntes aktives Fernerkundungsverfahren.

8.1.2 Lidar

Das Lidarprinzip (siehe Abb. 1) ist folgendes: Es werden in kurzer Folge (10 Hz bis 10 kHz) von einem Laser sehr kurze Lichtpulse (typische Dauer 10 ns) in die Atmosphäre emittiert. Die Strahlung

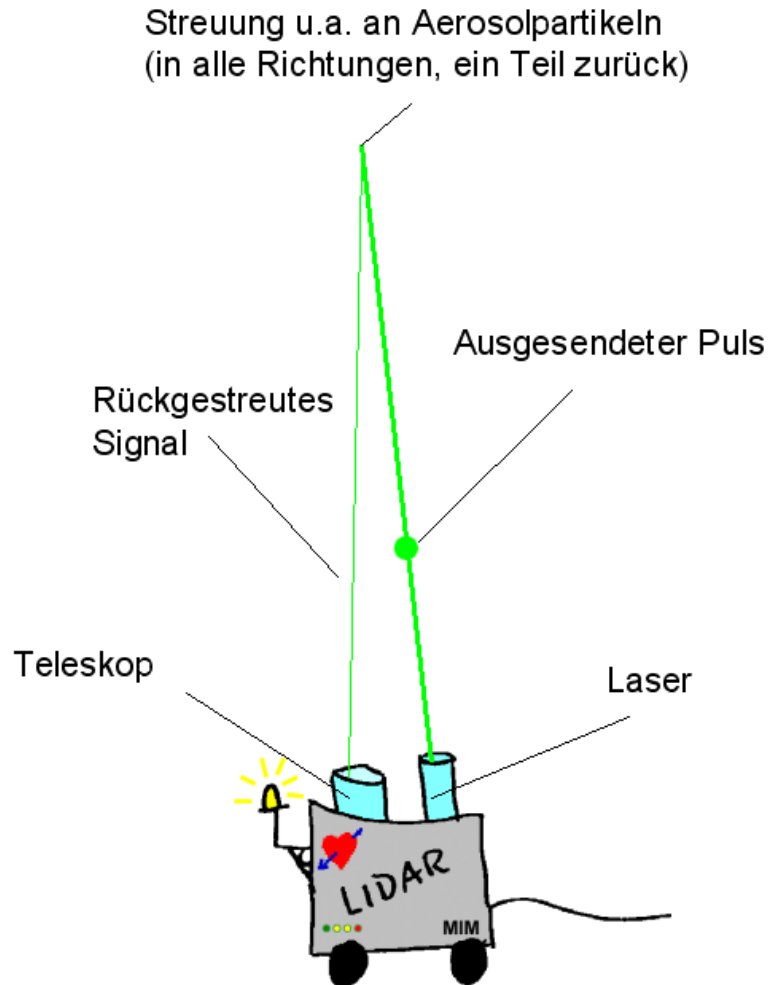
ist sehr stark gebündelt. Beträgt z.B. die Strahldivergenz $\phi=0.001$ (1 mrad, etwa 0.057°), dann hat das beleuchtete Volumen in einer Entfernung von $r=10$ km einen Durchmesser R von $R=10$ m ($R = r \phi$). Ferner ist die Laserstrahlung spektral sehr rein („monochromatisch“). Die ausgesandten Photonen werden von den Partikeln in der Atmosphäre in alle Richtungen gestreut (und absorbiert). Einige der gestreuten Photonen werden in Rückwärtsrichtung gestreut und können so vom Empfangssystem des Lidars (Teleskop plus Nachweiselektronik) aufgezeichnet werden. Wenn man die Zeit zwischen dem Aussenden der Photonen und dem Empfang der rückgestreuten Photonen misst, kann man über die Lichtgeschwindigkeit den zurückgelegten Weg ausrechnen. Die Hälfte dieses Weges ergibt die Entfernung, in der die Rückwärtsstreuung stattgefunden hat. Wenn also das rückgestreute Signal zeitaufgelöst gemessen wird, etwa in Zeitintervallen von weniger als einer Mikrosekunde (μs), bekommt man für jedes Intervall eine charakteristische Anzahl von Photonen, die das räumlich aufgelöste Signal darstellt. Eine typische Abtastrate t_s ist $t_s=0.1 \mu s$. Innerhalb dieser Zeit legt Licht 30 m zurück, d.h., man erhält eine räumliche Auflösung von 15 m (Hin- und Rückflug), wenn man entsprechend digitalisiert. Das wissenschaftliche Ziel besteht nun darin, aus der Stärke des Signals auf Eigenschaften der rückstreuenden Partikel zu schließen.

Lidars, die nach diesem Meßprinzip arbeiten, nennt man Rückstreulidar („Backscatter lidar“). Sie sind – relativ gesehen – die „einfachsten“ Lidarsysteme. Ein charakteristisches Merkmal ist, dass das auszuwertende Signal die gleiche Wellenlänge wie die ausgesandte betrifft. Das heißt, dass die Wechselwirkung zwischen den emittierten Photonen und den Partikeln (Aerosole, Wolkentröpfchen) elastische Streuung ist. Kompliziertere Lidarsysteme nutzen auch noch Raman-Streuung aus; zwei solcher Systems betreiben wir am Meteorologischen Institut. Lidarsysteme können gleichzeitig mehrere Wellenlängen aussenden; weitverbreitet sind die Wellenlängen $\lambda_1=1064$ nm, $\lambda_2=532$ nm und $\lambda_3=355$ nm.

Alle Lidar-Anwendungen basieren auf der so genannten Lidargleichung. Sie basiert auf dem o.g. Meßprinzip und beschreibt somit, wie viele vom Laser ausgesandte Photonen innerhalb eines Zeitintervalls (bzw. aus einem Entfernungsintervall) vom Empfänger detektiert werden; sie beschreibt also z.B. keine Hintergrundphotonen von der Sonne, die tagsüber immer als Störsignal mitgemessen werden. Wir gehen von einer monostatischen Anordnung (Sender und Empfänger am „gleichen“ Ort) aus, d.h., es können praktisch nur Streuungen unter 180 Grad zum Signal beitragen. Ferner setzen wir voraus, dass jedes Photon nur eine einzige Streuung erfährt, und zwar am einem beliebigen Ort r .

Die Lidargleichung muss also folgende Abhängigkeiten mathematisch beschreiben: Die Anzahl der rückgestreuten Photonen $P(r)$ aus einem Entfernungsintervall $[r-\Delta r/2, r+\Delta r/2]$ ist proportional zur Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon den Streuort ohne Wechselwirkung erreicht, der Stärke der Rückstreuung in dem Streuvolumen, und der Wahrscheinlichkeit, dass das rückgestreute Photon den Empfänger auch wieder ohne Wechselwirkung erreicht (laut Voraussetzung soll ja nur eine Streuung stattfinden). Ferner ist die Anzahl $P(r)$ noch von Instrumenteneigenschaften abhängig, z.B. der Zahl der ausgesandten Photonen, der Größe des Empfangsteleskops und der Länge Δr (entsprechend der Abtastrate).

Als Zwischenschritt bemerken wir, dass die eben genannte Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon einen Weg ohne Wechselwirkung mit atmosphärischen Bestandteilen zurücklegt, durch die Transmission T



$$T = e^{-\tau} \quad (1)$$

gegeben ist, mit der optischen Dicke τ und dem Extinktionskoeffizienten α

$$\tau = \int_0^r \alpha(r') dr'$$

Schließlich bekommen wir also folgende Lidargleichung:

$$P(r) = C_L \frac{\beta(r)}{r^2} \exp \left\{ -2 \int_0^r \alpha(r') dr' \right\} \quad (2)$$

mit den „meteorologischen Größen“ α als Extinktionskoeffizient und β als Rückstreukoeffizient. C_L ist die Lidarkonstante und fast im wesentlichen die Instrumenteneigenschaften zusammen. Wichtig zu bemerken ist, dass das Signal proportional zu r^{-2} ist. Das beschreibt die Abnahme

der Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon in Richtung des Empfangssystems gestreut wird, mit der Entfernung. Die r^{-2} -Abhängigkeit beschreibt also den Raumwinkel, in den Photonen gestreut werden müssen, damit sie gemessen werden können.

Das Streuvolumen kann man als zylinderförmig annehmen: der Querschnitt der Grundfläche ist gegeben durch die Strahldivergenz des Lasers, und die Höhe des Zylinders ist $\Delta r = ct_s/2$.

Der Extinktionskoeffizient α (üblicherweise in km^{-1}) setzt sich aus Beiträgen von Luftmolekülen (Index m) und Partikeln (Index p , z.B. Aerosolpartikel) zusammen und es gilt:

$$\alpha = \alpha_m + \alpha_p$$

Analog gilt für den Rückstreuoeffizienten (üblicherweise in $\text{km}^{-1} \text{sr}^{-1}$):

$$\beta = \beta_m + \beta_p$$

Die Beiträge der Luftmoleküle, α_m und β_m , kann man über Vertikalprofile der Luftdichte ausrechnen (Radiosondenaufstiege) und können als bekannt vorausgesetzt werden; sie sind zudem nicht sehr variabel. Die Beiträge der Aerosolpartikel sind die gesuchten Größen. Das Problem, dass man mit α_p und β_p zwei Unbekannte in einer Gleichung (2) hat, löst man, indem man das so genannte Lidarratio S_p

$$S_p = \frac{\alpha_p}{\beta_p} \quad (3)$$

einführt. Das Lidarratio kann man als eine Aerosoleigenschaft auffassen und anhand des vermuteten Aerosoltyps abschätzen. Ein realistischer Wert liegt bei $S_p=55 \text{ sr}$ (steradian). Jetzt kann man formal (2) lösen, indem man eine der Unbekannten durch die andere mittels (3) ausdrückt. Die Lidargleichung lautet dann z.B., wenn man die Rückstreuoeffizienten eliminiert:

$$P(r) = C_L \left(\frac{\alpha_m(r)}{S_m} + \frac{\alpha_p(r)}{S_p(r)} \right) \frac{1}{r^2} \exp \left\{ -2 \int_0^r [\alpha_m(r') + \alpha_p(r')] dr' \right\} \quad (4)$$

Hierbei wurde noch verwendet, dass

$$S_m = \frac{\alpha_m}{\beta_m} = \frac{8\pi}{3} = \text{const.} \quad (5)$$

(4) kann nun in Bezug auf α_p gelöst werden, da alle Größen entweder gemessen werden (P , r) oder bekannt/vorgegeben sind (α_m , S_m , S_p) oder für die Auswertung nicht relevant sind (C_L). Einzige Voraussetzung ist noch, dass man einen Randwert für den Aerosol-Extinktionskoeffizienten kennt: $\alpha_p(r_0)$. Für r_0 nimmt man in der Regel eine Höhe in der freien Troposphäre, von der man annehmen kann, dass dort keine Aerosole mehr vorhanden sind; dann ist nämlich $\alpha_p(r_0) = 0$. Aerosolfreie Höhenbereiche findet man, indem man den Verlauf des gemessenen Lidarsignals mit einem hypothetischen Lidarsignal für eine aerosolfreie Atmosphäre (die sogenannte Rayleigh-Atmosphäre und deshalb „Rayleigh-Signal“ genannt) vergleicht: stimmen sie überein, so ist das ein

starkes Indiz für Aerosolfreiheit und damit die Möglichkeit, einen Randwert wie oben beschrieben setzen zu können.

Dieses Inversions-Verfahren für (4) nennt man „Klett-“ oder „Fernald-Algorithmus“. Man darf dabei aber nie vergessen, dass die Lösung anfällig für Fehler des (angenommenen) Lidarratios S_p ist! Es sei noch angemerkt, dass ein Lidar aus geometrischen Gründen erst ab einigen hundert Metern auswertbare Signale liefert, weil vorher keine Überlappung von Laserstrahl und Empfängerblickwinkel existiert (vgl. Abb. 2).

Mit der Bestimmung des $\alpha_p(r)$ hat man eine wichtige Größe zur Beschreibung des Strahlungs-transportes (siehe oben).

8.1.3 Ceilometer

Ceilometer („Wolkenhöhenmesser“) wie unser YALIS von JenOptik arbeiten nach dem Lidarprinzip, können also als „Einstieg in die Lidarfernerkundung“ genutzt werden. Sie sind für den automatischen Rund-um-die-Uhr-Betrieb konzipiert, und sollen die Höhen von Wolkenunterkanten messen. Sie emittieren eine Wellenlänge ($\lambda=1064$ nm) und die Pulswiederholfrequenz ist ca. 7100 Hz. Die Energie der Laserpulse ist so niedrig, dass die Strahlung keine Augenschäden hervorrufen kann; das ist bei einem „normalen“ Lidar in der Regel nicht der Fall. Die abgespeicherten Rohdaten sind über 30 s integriert (also ca. 200000 Laser-Schüsse). Das Signal liegt in Form von 1024 Werten vor, von denen jeder einem 15 Meter langem Entfernungsintervall („Rangebin“) zugeordnet ist, das durch die Entfernung der Mitte beschrieben wird: $r_1=7.5$ m, $r_2=22.5$ m, $r_3=37.5$ m bis $r_{1024}=15.3525$ km.

Wie das Messziel, nämlich Wolkenhöhen zu bestimmen, erreicht wird, kann man sich nach Umformung der Lidargleichung (2) oder (4) klarmachen. Dazu schreiben wir:

$$\frac{P(r)r^2}{C_L} =: \beta^*(r) = \beta(r) \exp \left\{ -2 \int_0^r \alpha(r') dr' \right\} \quad (6)$$

$\beta^*(r)$ wird auch „attenuated backscatter“ oder (nicht ganz präzise) „entfernungskorrigiertes Signal“ genannt, ein Beispiel als Zeit-Höhen-Schnitt zeigt Abb. 2. Es ist das eigentliche Messsignal (in relativen Einheiten) multipliziert mit dem Quadrat der Entfernung des Streuvolumens. Um den Exponentialterm leichter abschätzen zu können, führen wir die Transmission (1) ein:

$$\beta(r)^* = \beta(r) e^{-2\tau_m(r)} e^{-2\tau_p(r)} = \beta(r) T_m^2 T_p^2 \quad (7)$$

Bei 1064 nm ist $\tau_m \approx 0.0067$ für die gesamte Atmosphäre, für „Teilbereiche“ wie die Troposphäre also noch kleiner. In einer für München typischen, wolkenfreien Atmosphäre ist τ_p für diese Wellenlänge fast immer kleiner als 0.1, meistens im Bereich von $\tau_p \approx 0.05$. Somit ist die Transmission T_m in (7) praktisch 1, und T_p nimmt von 1 ($r=0$) auf Werte von etwa 0.95 im Bereich der Tropopause ab; das Produkt der (quadrierten) Transmissionen ist also eine „langsam abklingende“ Funktion von 1 auf etwa 0.9. Das entfernungskorrigierte Signal wird also in erster Linie durch die Form von $\beta(r)$ bestimmt. Für den Rückstreuoeffizienten kann man an dieser Stelle mit guter Näherung annehmen, dass er umso größer ist, desto größer die streuenden Teilchen sind und/oder

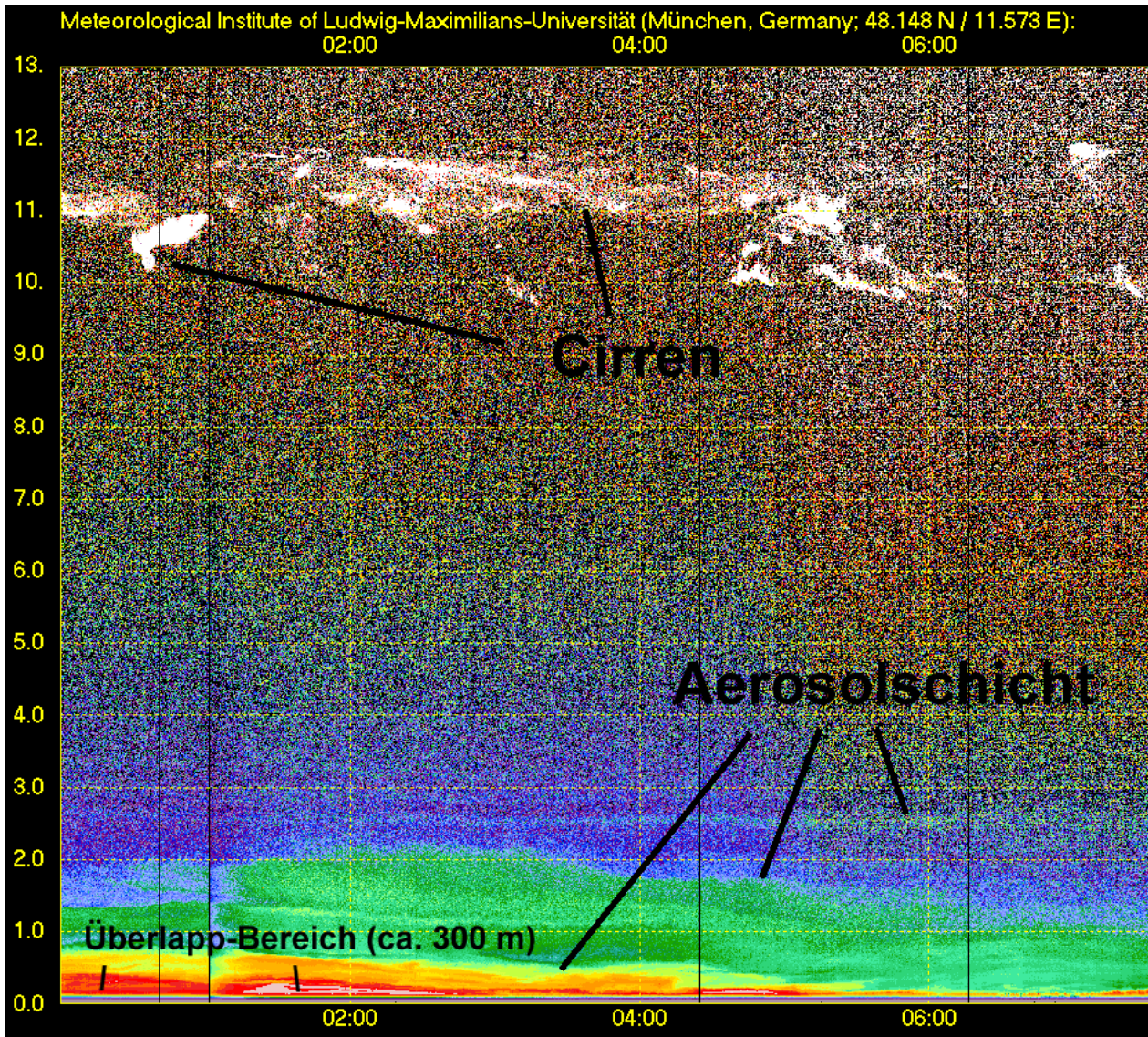


Abbildung 2: Quicklook des entfernungskorrigierten Signals mit Markierungen von Aerosolschichtobergrenzen und Cirrusuntergrenzen (Beispiel vom 24.3.2010; MIM-Webseite)

desto größer ihre Anzahl ist. Das bedeutet, dass $\beta^*(r)$ am Anfang einer Aerosol- oder Wolken-schicht zunimmt („plötzlich“ erhöhte Rückstreuung) und am Ende wieder abnimmt (außer den Luftmolekülen sind keine Partikel mehr da, die zurückstreuen könnten). Aufgrund des letzteren Effekts erkennt man auch gut den Oberrand der Grenzschicht (vgl. Abb.2). Wenn eine Aerosol-schicht oder Wolke optisch sehr dick ist, nimmt die Transmission $e^{-2\tau_p(r)}$ innerhalb der Wolke jedoch sehr stark ab und damit auch das Signal. Deshalb kann man kein Signal aus dem Zentrum oder gar von dem Ende einer typischen Wasserwolke (Cumulus, $\tau_p > 50$) messen. Insgesamt ist also zu erwarten, dass ein Ceilometer neben dünnen Wolken auch Aerosolschichten erkennen kann. Wie gut das geht, ist ein aktuelles Forschungsthema.

8.2 Versuchsdurchführung, Auswertung

Hinweis: Es kann immer mal vorkommen, dass eines der Programme nicht 100% funktioniert, insbesondere werden nicht alle Dialog-Eingaben auf Sinnhaftigkeit überprüft. Wenn mal was nicht geht, einfach nochmal probieren, wenn's dann immer noch nicht funktioniert, fragen. Ansonsten ist die Dialogsteuerung weitgehend selbsterklärend, es liegen aber auch weitere Hinweise am Auswerterechner aus.

Wenn aufgrund der Wetterlage die Aufgaben 2 bis 4 nicht durchgeführt werden können, nehmen Sie einen Standardtermin:

6. April 2010 (0430 GMT)

Weitere werden noch bekannt gegeben.

8.2.1 Aufgabe I: Beschreibung der aktuellen Aerosol- und Wolkenverteilung

Motivation: Sie müssen in Ihrer Karriere ständig Ihre Ergebnisse grafisch darstellen und beschreiben. Das sollte man rechtzeitig üben!

Laden Sie von der Lidarseite¹ den aktuellen Quicklook von $\beta^*(r)$ und den entsprechenden vom Vortag herunter und speichern Sie sie für Ihre Ausarbeitung.

Beschreiben Sie den Zeit-Höhen-Schnitt von $\beta^*(r)$ so, wie Sie es für eine wissenschaftliche Veröffentlichung machen sollten. Der Text muss also u.a. folgende Aspekte behandeln: Welche Größe ist aufgetragen, was bedeuten die Achsen, welche meteorologischen Informationen sind in der Abbildung enthalten, welche Schlussfolgerungen ziehen Sie und wie bewerten Sie sie. Beschreiben und kommentieren Sie die Unterschiede der beiden Tage (halbe bis eine Seite Text).

8.2.2 Aufgabe II: Auswahl einer stabilen Aerosolverteilung

Motivation: Um Aerosoldaten auswerten zu können, müssen Sie – je nach Lidarsystem – in der Regel zeitlich über mindestens eine halbe Stunde mitteln. Das macht nur Sinn, wenn über den Zeitraum die meteorologische Situation „weitgehend stabil“ ist.

¹www.meteo.physik.uni-muenchen.de/~stlidar/quicklooks/chm15kx/index.php

Wählen Sie anhand der Quicklooks aus den letzten 7 Tagen einen Nachttermin (etwa von 1800 UTC bis 0800 UTC) aus, an dem kein Niederschlag, keine/wenige tiefe und möglichst auch keine hohe Wolken aufgetreten sind. Benutzen Sie dann das Programm **cross_sections** für einen Zeit-Höhen-Schnitt des „attenuated backscatter“ und der Ableitung des von Ihnen ausgewählten Zeitraums und optimieren Sie den Farbkeil so, dass man die Aerosolverteilung gut erkennt.

Falls es die Wetterlage nicht zulässt, nehmen Sie einen der Standardtermine.

Untersuchen Sie die Aerosolverteilung (Zahl der Schichten, vertikale Erstreckung, zeitliche Entwicklung, ggf. Neuentstehung/Auflösen) und die Wolkenbildung in Hinblick darauf, dass Sie eine Periode von etwa 3 Stunden finden, in der die Aerosolverteilung zeitlich „relativ“ stabil geblieben ist.

Begründen Sie kurz den gewählten Zeitraum anhand der Aerosolverteilung.

*Gehen Sie in das Verzeichnis „c:\lidar_2009\praktikum“. Stellen Sie sicher, dass der Lidarserver als Laufwerk „w:“ gemountet ist (ggf. fragen). Starten Sie das Programm **cross_sections**, siehe Verknüpfung auf dem Desktop in „Lidar-Auswertung“.*

„multi day option“ auswählen, Lidar: YALIS, platform muss „praktikum“ sein, sonst mit „show paths“ ändern, bei „start“ und „stop“ zwei aufeinander folgende Tage eingeben, darunter Anfangs- und Endzeit im Format hhmm eingeben, z.B. 1600 und 0900. „read“ und „OKAY“ drücken.

Plot: „rc signal“ bzw. „derivative“ auswählen, Farbkeil anpassen durch Wahl von Minimal- und Maximalwert bei „range of values“. „update image“ erstellt das neue Bild, „save image“ speichert das Bild unter dem Namen, der rechts davon eingegeben ist (kann geändert werden). Abgespeichert werden sie in „c:\praktikum\programs\cross_sections\image\“.

8.2.3 Aufgabe III: Zeitliche Mittelung von Ceilometersignalen

Motivation: Wenn Sie an Aerosolinformationen interessiert sind, müssen Sie Messungen, die von Wolken beeinflusst sind, von der Auswertung ausschließen.

Betrachten Sie wieder den Zeitraum von Aufgabe 2. Berechnen Sie mit dem Programm **broken_cloud** 30-, 60-, 120- und 180-Minuten Mittel des Rückstreuprofils $P(r)$ um den gleichen Zeitpunkt.

Tag auswählen, dazu ggf. den Default-Tag aushakeln, Lidar: YALIS, platform muss „praktikum“ sein, sonst mit „show paths“ ändern, „File time“ auswählen und darunter den gewünschten Zeitraum im Format hhmm, z.B. 0100 und 0200 eingeben. „read“ und „OKAY“ drücken.

Es wird ein Fenster angezeigt, in dem alle Messungen des ausgewählten Zeitraums dargestellt sind und zwar als entfernungskorrigiertes Signal als Funktion der Höhe. Wolken erkennt man an den starken Peaks (vgl. obige Anmerkungen zur Theorie).

Wenn keine tiefen Wolken vorkommen: Im Anzeigefenster in den rechten Rand klicken (linke Maustaste) und dann im Dialog „merge“ klicken, dann werden alle Files gemittelt.

Wenn tiefe Wolken vorkommen: Um Wolken-Messungen auszuschließen, den Höhenbereich mit den Wolken markieren: dazu mit dem Cursor in gewünschte Höhe, untere Höhe mit linkem

Mausklick markieren, obere Höhe mit rechtem Mausklick. Danach in unteren Bildrand klicken (linke Maustaste): damit wird ein $\ln Pr^2$ -Schwellwert markiert (senkrechte weiße Linie) und es werden alle Messungen eliminiert, die im ausgewählten Höhenbereich Messwerte haben, die oberhalb des Schwellwerts liegen). Dazu in den rechten Bildrand klicken und im Dialog „select“ klicken. Danach werden die verbleibenden Messprofile angezeigt. Verfahren wiederholen oder gleich in rechten Rand klicken und im Dialog „merge to .edf“ klicken. Mit „reset“ können (irrtümlich) ausgeschlossene Messungen wieder aktiviert werden.

Für die anderen verschiedenen Zeitperioden wiederholen (kein Neustart des Programms nötig).

8.2.4 Aufgabe IV: Berechnung von Extinktionsprofilen

Motivation: Obwohl ein Ceilometer „eigentlich“ nicht für die Bestimmung von Aerosolextinktionsprofilen konzipiert ist, sollte man als Wissenschaftler „immer mal schauen, was geht“. Und man sollte sich über die Lidarratio-Problematik im Klaren sein.

Betrachten Sie wieder den Zeitraum von Aufgabe 2. Berechnen Sie mit dem Programm `raman` für die 180-, 120-, 60- und 30-Minuten Mittel des Messprofils $P(r)$ das Extinktionsprofil α_p . Beginnen Sie mit dem längsten zeitlichen Mittel, da hier die Chance, ein α_p -Profil ableiten zu können, am größten ist. Wenn die Auswertung des 180-Minuten-Mittels „erfolgreich“ war, machen Sie die gleiche Auswertung (kein Neustart nötig) mit $S_p=40$ sr und $S_p=70$ sr.

Wiederholen Sie die Auswertung (Programmneustart) mit den kürzeren Mittelungszeiträumen (ohne S_p -Variation). Die Ergebnisse stehen im Verzeichnis `c:\praktikum\programs\raman\ascii_profiles` und haben die Endung „.pfl“: die erste Spalte ist die Höhe, die zweite Spalte α_p , die dritte Spalte können Sie ignorieren.

Plotten Sie einerseits die verschiedenen zeitlichen Mittel, andererseits die Auswertungen mit den verschiedenen S_p bei der 180-Minuten-Mittelung. Geben Sie den relativen Fehler von α_p in Bodennähe an.

Beachten Sie, dass die Ableitung von α_p nicht zu den Spezifikationen eines Ceilometers gehört, also nur unter günstigen atmosphärischen Bedingungen erfolgreich sein kann.

Starten Sie das Programm und wählen Sie den richtigen Tag. Es muss folgendes eingestellt sein (Abb. liegt bei): Lidar YALIS, Data-types „edf“, „only Klett inversion“, Klett-Lidarratio „55“. Klicken Sie bei „File selection (elastic)“ einen von den vier Files an, die Sie gerade erstellt haben: je länger die Mittelungsdauer war, desto mehr Files und desto mehr Lidarschüsse wurden berücksichtigt; das ist die letzte Zahl im Dialogfenster. Die Filenamen sind benannt nach der mittleren Zeit des Zeitraums, über den gemittelt wurde (z.B. `z04300000.edf` für 04:30 GMT). Klicken Sie dann „evaluate data“.

Es erscheinen dann vier Abbildungen, von links nach rechts: das entfernungskorrigierte Signal (die Messgröße), das berechnete α_p , das berechnete β_p und das angenommene S_p .

Im linken Bild sehen Sie neben dem Meßsignal (in rot) noch das sogenannte „Rayleigh-Signal“ (in weiß, noch unnormiert), das man messen würde, wenn die Atmosphäre aerosolfrei wäre. Markieren Sie mit Mausklicks den Höhenbereich, von dem Sie es für möglich halten, dass er aerosolfrei ist, d.h., dass die Steigung des roten Kurvenverlaufs der des weißen entspricht. Für

die Steuerung der Auswertung klicken Sie in den rechten Rand des linken Bildes, dann öffnet sich ein Dialog:

Wählen Sie „update plot“, um das linke Fenster wieder für Mausklicks aktiv zu schalten (neue Auswahl des Höhenbereichs).

Wählen Sie „signal processing“, um das Signal zu glätten (vorzugsweise „progressive“).

Wählen Sie „retrieval settings“, um den Wertebereich der α_p -Anzeige zu ändern (auch „fix“ anhakeln), um den untersten Bereich, in dem der Überlapp noch nicht vollständig ist, wegzulassen (ca. 0.3 km eingeben), um S_p einzustellen, etc.

Wählen Sie „import/export retrieval“ um die Lösung abzuspeichern: dazu wählen Sie bei „select quantity“ „alpha (K)“ und geben Sie einen Namen nach dem Muster „prakt_180_55“ für das 180-Minuten-Mittel und die Anwendung des Lidarratios $S_p=55$ sr ein, dann „save“ und „OK“.

Klicken Sie auf „do“ für die Klett-Inversion.

Plotten Sie die α_p -Profile mit Origin. Hinweise in Abschnitt 8.2.6.

8.2.5 Aufgabe V: Bestimmung der Grenzschichthöhe

Motivation: Die Bestimmung der Grenzschichthöhe ist meteorologisch sinnvoll und sollte mit einem Ceilometer machbar sein.

Bestimmen Sie maximal drei Tagesgänge der Grenzschichthöhe (ca. 60-Minuten-Intervalle) der Strahlungstage der letzten 7 Tage. Benutzen Sie dafür das Programm **cross.sections**. Die Wertepaare (Zeit, Höhe) werden in `c:\praktikum\programs\cross_sections\pbl\pbl_yymmdd.dat` abgespeichert. Plotten Sie die Tagesgänge (z.B. mit Origin) und bestimmen Sie den Anstieg der planetaren Grenzschicht am Vormittag (in Meter pro Stunde) jeweils für eine Stunde. Geben Sie dazu auch die mittlere Bodentemperatur an (Webseite der Stadtstation) und stellen Sie alles in einer Tabelle dar.

Beachten Sie, dass für München gilt: MOZ = GMT + 0.7715

Muster:

Datum	Zeit [MOZ]	Anstieg der PBL [m/h]	Grenzschichthöhe [km]	Temperatur [C]
31.03.2010	08:46	100	0.85	16.5
31.03.2010	09:46	130	0.98	17.5
31.03.2010	10:46	90	1.07	18.4

Start wie eben.

Meßtag auswählen, dazu ggf. den Default-Tag aushakeln, Lidar: YALIS, platform muss „praktikum“ sein, sonst mit „show paths“ ändern, bei „first #“ 1 und bei „last #“ 3333 eingeben. „read“ und „OKAY“ drücken.

Plot: „log(rc signal)“, für die PBL-Höhe „mark“ drücken und dann mit der linken Maustaste markieren. Löschen, falls nötig, mit rechter Maustaste in der Nähe des zu löschenden Kreuzes.

Zum Beenden/Abspeichern in den unteren Bildrand (unterhalb der Zeitachse) klicken. Dann „retour“ und „Ende“.

Für jeden Tag das Programm neu starten.

8.2.6 Hinweise zu Origin

Daten laden: File → import → multi-ascii

Profil-Auswahl: Plot → Line → $A(X) \leftrightarrow X$ (als Extinktionskoeffizient) und $B(X) \leftrightarrow Y$ (als Höhe) → Add

analog für die anderen Wertepaare, dann OK

GGf. „New Legend“ im Haupt-Pulldown Menü

Plot optimieren: Doppelklicken auf Achsenbeschriftung, Legende (%1 ersetzen, etc.) und Achsen-text.

Speichern: File → Export Page; dann als .png abspeichern für die Ausarbeitung.

8.3 Fragen

1. Ein Laser habe eine Strahldivergenz von 1 mrad (voller Öffnungswinkel), das Signal werde mit 25 MHz aufgezeichnet. Wie groß ist das Streuvolumen in 10 km Höhe? Streuung an wievielen Eiskristallen kann man dann erwarten (Anzahldichte sei 10 cm^{-3}).
2. Sei ein Lidarsignal $P(r)$ bis 3 km Höhe nur von Aerosolen beeinflusst mit $\alpha_p=0.01 \text{ km}^{-1}$ und $S_p=50 \text{ sr}$ höhenkonstant. Unmittelbar danach beginne ein typischer Cumulus mit $\alpha_p=50 \text{ km}^{-1}$ und $S_p=20 \text{ sr}$. Wie groß ist P unmittelbar vor der Wolke ($r=3 \text{ km}$) sowie in einer Tiefe von 10 m, 100 m und 200 m in der Wolke (Signalrauschen, Molekülstreuung und Mehrfachstreuung in der Wolke werden ignoriert, $C_L=1 \cdot 10^5$)?

Hilfreich hierbei ist, sich zu erinnern, dass gilt:

$$\begin{aligned} P(r) &= C_L \frac{\beta(r)}{r^2} \exp \left\{ -2 \int_0^r \alpha(r') dr' \right\} \\ &= C_L \frac{\beta(r)}{r^2} \exp \left\{ -2 \int_0^{r_1} \alpha(r') dr' \right\} \exp \left\{ -2 \int_{r_1}^r \alpha(r') dr' \right\} \end{aligned}$$

mit $0 < r_1 < r$ und z.B. $r_1=3 \text{ km}$.

Dichteströmung

1. Grundlagen:

Die horizontale Strömung einer Flüssigkeit, die durch Dichteunterschiede innerhalb der Flüssigkeit entsteht, wird als Dichteströmung (bzw. Gravitations- oder Auftriebströmung) bezeichnet. In der Atmosphäre treten Dichteströmungen in den Zonen des Kaltluftausflusses von Gewitterzellen, an Seewindfronten und bei katabatischen Strömungen an Berghängen auf. Dichteströmungen können auch dann beobachtet werden, wenn man z. B. an einem kalten Wintertag die Haustüre öffnet und es im Innenraum des Hauses erheblich wärmer ist als draußen. Im Allgemeinen ist der Durchgang einer Dichteströmung durch einen Temperaturabfall und einer Erhöhung der Windgeschwindigkeit begleitet.

Um die Physik einer Dichteströmung besser zu verstehen, sollten Sie sich vorstellen, was passiert, wenn die Wand eines Staudammes bricht und das aufgestaute Wasser mit der Dichte $\rho + \Delta\rho$ in die Luft mit der Dichte ρ herausläuft (Abb. 1).

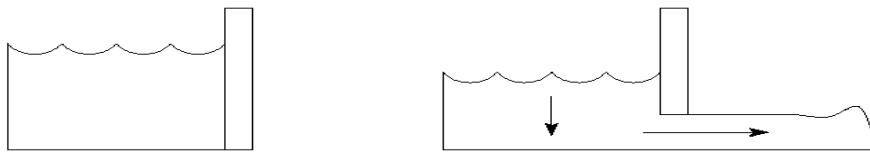


Abbildung 1: a) Intakter Staudamm mit aufgestauter Wassermasse der Dichte $\rho + \Delta\rho$. b) Nach dem Bruch des Staudammes fließt das Wasser horizontal auf der anderen Seite des Dammes in die Luft mit der Dichte ρ hinein von der Staumauer weg.

Der Pegel der Wassermasse hinter der Staumauer sinkt und das austretende Wasser fließt horizontal vom Staudamm weg. Auf das Wasser wirkt die Schwerkraft in vertikaler Richtung nach unten. Ein Absinken des Pegelstandes kann nur dann geschehen, wenn das austretende Wasser in horizontaler Richtung fließt. In diesem Falle wird die potentielle Energie, über die das Wasser aufgrund der ursprünglichen Wassertiefe hinter der Staumauer verfügt, in kinetische Energie und damit in eine horizontale Bewegung der Wassermasse umgesetzt.

Angenommen, die Flüssigkeit breite sich nun in die in Abb. 1b gezeigte Richtung aus. Vorausgesetzt, dass die Reibungskräfte keine Rolle spielen und dass auf Grund der geringen horizontalen Ausdehnung der Strömung der Einfluss der Corioliskraft vernachlässigt werden kann, so kann die Geschwindigkeit der Flüssigkeit U zu einem bestimmten Zeitpunkt aus der Gleichgewichtsbedingung zwischen der potentiellen Energie des Grundzustandes und der kinetischen Energie zum entsprechenden Zeitpunkt berechnet werden gemäß:

$$g\Delta\rho \frac{H}{2} = \frac{1}{2}(\rho + \Delta\rho) U^2 \quad (1)$$

bzw.

$$U = \sqrt{gH \frac{\Delta\rho}{\rho + \Delta\rho}} \quad (2)$$

Hierbei sei $H/2$ die Höhe des Schwerpunkts der hinter der Staumauer aufgestauten Flüssigkeit und g die Schwerkraftbeschleunigung. Beachten Sie, dass die ursprüngliche Dichtedifferenz $\Delta\rho$ zwischen Wasser und Luft die potentielle Energie erzeugt, welche dann in kinetische Energie umgewandelt wird.

Für die in der Atmosphäre (und im Ozean) auftretenden Dichteströmungen beträgt der Dichteunterschied ($\Delta\rho$) typischerweise etwa 1% der Dichte (ρ) der Flüssigkeit. In diesem Fall wird die Gleichung (2) durch die Anwendung von geometrischen Reihen vereinfacht:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho+\Delta\rho} = \frac{\Delta\rho}{\rho} \left[\frac{1}{1+\frac{\Delta\rho}{\rho}} \right] = \frac{\Delta\rho}{\rho} \left[1 - \frac{\Delta\rho}{\rho} + \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 + \dots \right]$$

Nachdem $\Delta\rho/\rho$ sehr klein ist, können die Terme zweiter und höherer Ordnung vernachlässigt werden, so dass gilt

$$\frac{\Delta\rho}{\rho+\Delta\rho} = \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad (3)$$

Durch Substitution der Gl.(3) in die Gl. (2) ergibt sich für die Geschwindigkeit, mit der eine Flüssigkeit bestimmter Dichte in eine weniger dichte Flüssigkeit einströmt

$$U = \sqrt{gH \frac{\Delta\rho}{\rho}} \quad (4)$$

wobei ρ die Dichte der weniger dichten Flüssigkeit, $\Delta\rho$ der Dichteunterschied zwischen der dichteren und der leichteren Flüssigkeit und H die Tiefe der Dichteströmung sind, unter der Voraussetzung, dass $\Delta\rho/\rho$ sehr klein ist ($\leq 10\%$).

Um mögliche Turbulenz- und Reibungskräfte zu berücksichtigen, welche sich an der Vorderseite der Dichteströmung auftreten können, wird die rechte Seite der Gl. (4) mit der dimensionslosen Konstante k der Ordnung 1 multipliziert.

$$U = k \times \sqrt{gH \frac{\Delta\rho}{\rho}} \quad (5)$$

In unserem Versuch befassen wir uns im Prinzip mit einer atmosphärischen Dichteströmung, deren zeitliche Dauer (Zeitskala) weniger als einen Tag beträgt. Ferner vernachlässigen wir Effekte der Rotation in den Flüssigkeiten.

Der Durchzug einer Dichteströmung hinterlässt eine Schicht dichterer Flüssigkeit auf der Erdoberfläche. So eine Schicht, deren Dichte mit der Höhe abnimmt, wird als stabile Schicht bezeichnet. Wenn ein Fluid-Teilchen aus dieser Schicht vertikal ausgelenkt wird, wird dieses durch Unterschiede im Auftrieb zwischen dem Teilchen und seiner Umgebung wieder in die ursprüngliche Lage zurückbefördert. Diese vorhandene rücktreibende Kraft ermöglicht es Wellen sich horizontal in der stabilen Schicht auszubreiten, vorausgesetzt man hat eine Störung die eine ursprüngliche Vertikalbewegung in der Strömung verursacht. Solche Wellenbewegungen sind oft sichtbar als eine Serie von parallelen Wolkenbändern, meist mit glatter Erscheinungsform. Ein bekanntes Beispiel ist die Bildung von Föhnwolken auf der Nord- (Süd-) Seite der Alpen, wenn der Wind aus südlicher (nördlicher) Richtung weht.

2. Versuchsbeschreibung

Das Ziel dieses Experimentes ist die Messung der Verlagerungsgeschwindigkeit der Dichteströmungen in Abhängigkeit von den Dichteunterschieden der betrachteten Flüssigkeiten.

Für dieses Experiment wird ein kanalförmiges Wasserbecken (Tank) mit den Abmessungen 250x25x25 cm verwendet. Im Anfangszustand befinden sich die Flüssigkeiten höherer Dichte (Salzwasser) und geringerer Dichte (Leitungswasser ohne Zusätze) in separaten Becken und sind durch eine Schleusenwand voneinander getrennt. Wenn nun die Schleusenwand entfernt wird, schiebt sich die dichtere Flüssigkeit in Form einer Dichteströmung unter die Flüssigkeit geringerer Dichte, wobei der ursprüngliche Pegelstand auf der Seite der dichteren Flüssigkeit sinkt. Die Experimente sollen wie folgt durchgeführt werden:

Teil1

- Arretieren Sie die Schleuse in der obersten Position und füllen Sie den Tank mit Leitungswasser bis zu einer Höhe von 15 cm. Bei wellenfreiem Zustand des Wassers schieben Sie die Schleusenwand 30 cm vom Beckenrand entfernt, vertikal soweit wie möglich nach unten (bei losem Arretierungsbolzen der Schleuse).
- Um eine Dichteströmung mit einem bekannten $\Delta\rho/\rho$ zu erzeugen, muss zunächst das Volumen des Wassers hinter der Schleuse (im kleineren Teilbecken) berechnet werden. Im ersten Experiment betrage $\Delta\rho/\rho$ 0,25%. Das Gewicht der benötigten Salzmenge kann nach Tabelle 1 bestimmt werden. Die Tabelle gibt die Menge an Salz in g/l an, welche hinzugefügt werden muss, um das jeweilige Verhältnis $\Delta\rho/\rho$ zu erzeugen. Aufgrund des relativ geringen Unterschiedes in den Dichten der beiden voneinander getrennten Flüssigkeiten wird sich die Dichteströmung in der Folge nur langsam ausbreiten, so dass der Ablauf recht gut beobachtet werden kann.

$\Delta\rho/\rho$ in %	0.25	0.50	1.00	2.00
Salzmenge in g/l	3.6	7.1	14.3	28.5

Tabelle 1: Salzmengen in Gramm pro Liter (g/l), die benötigt werden, um bei einer Wassertemperatur von 18 °C die gewünschten Dichteunterschiede in % herzustellen.

- Geben Sie das Salz ins Wasser des kleineren Teilbeckens und rühren Sie solange um, bis sich das Salz vollkommen im Wasser aufgelöst hat. Fügen Sie anschließend einen halben Teelöffel Lebensmittelfarbe (etwa 1 g) als Markierungsfarbe hinzu und rühren Sie nochmals gut um. Um beste Ergebnisse zu bekommen, sollte die gefärbte Flüssigkeit leicht trübe sein. Wenn etwas gefärbte Flüssigkeit am Rand der Schleusenwand in das Becken mit der ungefärbten Flüssigkeit eintritt, muss die Schleusenwand kräftiger nach unten gedrückt werden.
 - Sobald das Wasser im Becken zur Ruhe gekommen ist, streuen Sie eine geringe Menge (weniger als 1 mm von der Spitze eines Teelöffels) des blauen Pulvers etwa in der Mitte des Tanks, der das ungefärbte Wasser enthält. Hierdurch lassen sich die Strömungsmuster in der Dichteströmung und ihrer Umgebung besser erkennen. Beobachten Sie jede Bewegung dieser Färbung, und zwar vor der Ausbreitung der Dichteströmung.
 - Heben Sie die Schleusenwand schnell und SANFT nach oben aus dem Becken und arretieren Sie die Schleusenwand dort mittels des Haltebolzens.
 - Unmittelbar nach dem Entfernen der Schleusenwand drücken Sie die Stoppuhr und messen Sie die Zeit, welche die Dichteströmung benötigt, um jeden der 10 Markierungspunkte (alle 20 cm) zu erreichen. Die verwendete Stoppuhr hat eine Teilzeitfunktion, mit der bei jedem Drücken die entsprechenden Werte der Laufzeiten der Dichteströmung bis zu jedem Markierungspunkt des Beckens zwischengespeichert werden können. Notieren Sie die Laufzeiten nach Beendigung jedes Experimentes. Verwenden Sie die führende Kante der Dichteströmung in der Mitte des Beckens als Referenz für die Zeitmessung. An der letzten Markierung des Beckens drücken Sie auf STOP um die Zeitmessung zu beenden.
1. Zeichnen Sie die Position der Dichteströmung (y-Achse) gegen die Zeit (x-Achse) und bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit der Dichteströmung
 2. Für jedes nachfolgende Experiment muss die Lösung im gesamten Becken solange durchgerührt werden, bis sich der bereits im Wasser befindliche Farbstoff gleichmäßig verteilt hat.
 3. Verwenden Sie erneut Tabelle 1, um die Salzmenge für das nächste Experiment zu bestimmen. Für die weiteren Experimente beträgt $\Delta\rho/\rho$ die Werte 0,5 %, 1.0 % und 2.0 %. In jedem der nachfolgenden Experimente wiederholen Sie die einzelnen Schritte der Versuchsbeschreibung, beginnend bei Punkt 5. Führen Sie hierbei jedes Experiment mit einem anderen Farbstoff durch. Sollte das Wasser im Verlauf der Experimente zu trübe werden, um noch Messungen zu gestatten, entleeren Sie den Tank mittels der Pumpe und füllen Sie ihn erneut mit frischem Leitungswasser.

Teil 2

Nach dem letzten Experiment vom Teil1 wird das Wasser abgepumpt und neu bis zu einer Höhe von 6 cm gefüllt.

- Schieben Sie die Schleusenwand erneut 30 cm vom Beckenrand vertikal nach unten und zwar soweit bis die Schleuse die Wasseroberfläche durchdringt.
 - Nehmen sie nun das Nebelgerät, halten Sie es hinter der Schleusewand und stecken Sie den Stecker ins Netz ein. Lassen Sie das Gerät für 10 Sekunden laufen. Wenn die Luft hinter der Schleuse während der 10 Sekunden ungestört bleibt, sollte sich eine Nebelschicht bilden. Die Bildung des Nebels wird durch hochfrequente Schwingungen der Membrane hervorgerufen, wodurch ein ganz feiner Nebel aus Wassertropfen erzeugt wird.
 - Schalten Sie nun das Gerät aus und ziehen Sie die Schleuse nach oben, um den Nebel zu befreien. Unmittelbar nach dem Entfernen der Schleusenwand drücken Sie die Stoppuhr und messen Sie die Zeit, welche die Dichteströmung benötigt, um jeden der 5 Markierungspunkte (alle 40 cm) zu erreichen. Notieren Sie die Laufzeiten nach Beendigung jedes Experimentes.
1. Zeichnen Sie die Position der Dichteströmung (y-Achse) gegen die Zeit (x-Achse) und bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit der Dichteströmung.
 2. Wiederholen Sie das Experiment und erhöhen Sie die Laufzeit des Nebelgerätes von 10 auf 20 Sekunden und dann auf 60 Sekunden.
 3. Zeichnen Sie wieder die Position der Dichteströmung (y-Achse) bei 20 und 60 Sekunden gegen die Zeit (x-Achse) und bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit der Dichteströmung

Teil3

Das Ziel dieses Experimentes ist die Beobachtung von Wellen an einer stabilen Schicht produziert von einer Dichteströmung.

Der Versuchsaufbau ist wie in Teil2.

- Breiten Sie die schwarze Gummiunterlage auf dem Wasser aus, so dass der mittlere Teil des Tanks bedeckt ist.
 - Bauen Sie eine Mauer aus den zur Verfügung gestellten Legosteinen und stellen Sie diese auf die grüne Legoplatte. Die Mauer sollte in etwa die Breite des Tanks ausfüllen und 5 Blöcke hoch sein.
 - Positionieren Sie die Mauer mit Bodenplatte auf der schwarzen Matte in ca. 100 cm Entfernung von dem Schleusentor.
 - Schließen Sie die Schleuse und starten Sie die Nebelmaschine. Öffnen Sie die Schleuse nach ca. 1 Minute um die Dichteströmung und die nachfolgende stabile Schicht zu beobachten. Beachten Sie das die Nebelmaschine während des Versuchs weiter laufen soll und nicht abgestellt wird, wie in Teil 2.
 - Nachdem solche perfekten Mauern in der Natur selten vorkommen wiederholen Sie das Experiment mit den zur Verfügung gestellten Modellbaubergen.
1. Vergleichen Sie die Dicke der stabilen Schicht auf beiden Seiten der Hindernisse. Warum gibt es einen Höhenunterschied?
 2. Warum ist die Wellenaktivität hinter den Bergen nicht so deutlich wie hinter der Legowand?

3. Fragen

1. Beschreiben Sie anhand einer Zeichnung die Struktur der Dichteströmung (z. B. war sie glatt/turbulent, konstant/veränderlich mit der Zeit usw.)
2. Sind die gemessenen Geschwindigkeiten U der Dichteströmungen im zeitlichen Verlauf konstant (d. h. an jedem Markierungspunkt gleich)? Sollten die Geschwindigkeiten nicht an allen Markierungspunkten gleich sein, können Sie dies erklären?
3. Bei niedrigen Geschwindigkeiten wird die Dichteströmung durch Reibung beeinträchtigt. Dies entsteht, wenn die Reynolds Zahl $\frac{UH}{\nu}$ weniger als 500 ist, wobei U die Geschwindigkeit an der Vorderseite der Dichteströmung und H die Tiefe des Wassers ist. Prüfen Sie, ob Ihre Dichteströmungen diese Zahl überschreiten, und erläutern Sie, ob die Geschwindigkeiten in der Tat entlag des Tanks wie erwartet konstant bleiben. (Die kinetische Viskosität des Wassers ν beträgt $10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ oder $0.01 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$)
4. Nehmen Sie aus den Experimenten von Teil2 den Wert für U und vergleichen Sie diesen Wert mit dem theoretischen Erwartungswert aus Gleichung 5. Interpretieren Sie die Ergebnisse der Vergleiche. Berechnen Sie die Konstante k .
5. Erklären Sie, warum sich die Farbe (Teil2) im größeren Teil des Tanks während der Ausbreitung der Dichteströmung nach hinten in die entgegengesetzte Richtung der Dichteströmung bewegt.
6. Sind die gemessenen Geschwindigkeiten U der Dichteströmungen im Teil3 im zeitlichen Verlauf konstant (d. h. an jedem Markierungspunkt gleich)? Sollten die Geschwindigkeiten nicht an allen Markierungspunkten gleich sein, können Sie dies erklären? (Hinweis – Betrachten Sie, wie sich die Dichteströmung mit der Zeit verändert hat.)
7. In der wirklichen Atmosphäre wird die Dichte im Gegensatz zur Temperatur nicht routinemäßig gemessen. Zeigen Sie anhand der Gleichung für ideale Gase, $p = \rho RT$ (R ist die allgemeine Gaskonstante für trockene Luft), und unter der Annahme konstanten Druckes p , dass sich Gleichung (5) auch in der Form

$$U = \sqrt{gH \frac{\Delta T}{T}} \quad (6)$$

schreiben lässt. [Hinweis: von der ideale Gase Gleichung, berechnen Sie dp/dT .]

Corioliskraft

Das Polarhoch

1. Grundlagen

Die globale Zirkulation wird durch die unterschiedliche Erwärmung der Erdatmosphäre angetrieben, denn die Gebiete am Äquator und in den Tropen erhalten viel mehr Sonnenenergie als in den mittleren Breiten und den Polen. In den Tropen ist die kurzwellige solare Einstrahlung größer als die langwellige Ausstrahlung. An den Polen dagegen ist die eingestrahelte Sonnenenergie geringer als die ausgestrahlte Energie. Beobachtungen zeigen aber, dass weder die Tropen immer wärmer noch die polaren Gebiete immer kälter werden. Es existiert folglich ein Wärmetransport zwischen den Tropen und den Polen.

Durch die globale Zirkulation der Atmosphäre kann Wärme vom Äquator zu den Polen mit nur einer Zirkulationszelle transportiert werden. Die warme Luft steigt in den Tropen auf und bewegt sich in Richtung Pole. Gleichzeitig sinkt die kalte Polarluft ab und bewegt sich nahe der Erdoberfläche in Richtung Äquator. Dieses Zirkulationsmodell einer einfachen Zelle wurde zuerst von Hadley (1700) formuliert (Abb. 1).

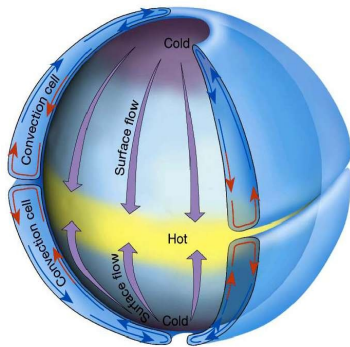


Abbildung 1: Theoretisches Modell der globalen Zirkulation in einer nicht-rotierenden Erde.

In Wirklichkeit ist allerdings die tatsächliche globale Zirkulation viel komplizierter. Anstatt des einfachen Zellenmodells setzt sich die globale Zirkulation sowohl auf der Nordhemisphäre als auch auf der Südhemisphäre aus drei Zellen zusammen, nämlich der Hadleyzelle in den Tropen, der Zelle der mittleren Breiten (Ferrelzelle) und der Polarzelle (Abb. 2).

Hadleyzelle- Die warme Luft in der Nähe des Äquators steigt vertikal nach oben und bewegt sich in höheren Niveaus in Richtung Pole, um schließlich in einer geographischen Breite von 30° vom Äquator entfernt abzusinken. Die kalte Luft bewegt sich in tieferen Niveaus in Richtung Äquator, um die Zirkulation abzuschließen.

Ferrelzelle- Diese beschreibt die Zirkulationszelle in den mittleren Breiten, und ist von Ferrel im 19. Jahrhundert benannt worden. Innerhalb dieser Zelle fließt die Luft ostwärts und in der Nähe der Erdoberfläche in Richtung Pole, wohingegen sich die Luft in der Höhe in Richtung Äquator und westwärts bewegt.

Polarzelle oder Polarhoch- Über den Polen sinkt die kalte Luft ab und es bildet sich das Polarhoch. Oberhalb der Erdoberfläche divergiert die kalte Luft vom Zentrum des Polarhochs nach außen, wodurch sich Ostwinde, die sogenannten Polarostwinde, bilden. Die Grenze zwischen kaltem Polarostwind und relativ wärmerem Westwind wird Polarfront genannt. Die Polarfront neigt sich mit der Höhe in Richtung Pole. In größeren Höhen und oberhalb der Polarfront steigt die Luft auf und fließt zu den Polen, so dass eine starke Westströmung entsteht.

Der Grund für die Bildung dreier kleiner Zellen statt einer großen Zelle liegt an der Ablenkung der Strömung durch die Corioliskraft, und verdankt ihre Existenz der Rotation der Erde.

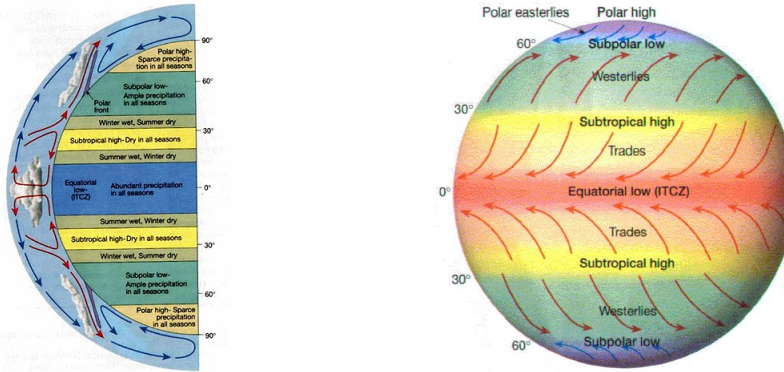


Abbildung 2: Idealisertes Modell der globalen Zirkulation auf der rotierenden Erde a) ein vertikaler Querschnitt und b) Windströmung auf der Erdoberfläche

Die Impulsgleichung in Vektorform beschreibt die reibungslose horizontale Strömung in einem rotierenden Bezugssystem (wie die Erde eines darstellt)

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} + f \hat{k} \times \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1)$$

Hierbei seien $\vec{u} = (u, v)$ die horizontalen Komponenten der Geschwindigkeit, p der Druck der Flüssigkeit und ρ die Dichte der Flüssigkeit. Der Ausdruck $-f \hat{k} \times \vec{u}$ beschreibt die Coriolisbeschleunigung, wobei $f = 2\Omega$ der Coriolisparameter ist. Ω ($=2\pi/T$, wobei T die Periode der Erdrotation ist) ist die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Bezugssystems und \hat{k} ist der Einheitsvektor in die z-Richtung. Die Corioliskraft ist proportional zur Rotations- und Flüssigkeitgeschwindigkeit. Für Luftströmungen in der Atmosphäre oder Strömungen im Ozean wird der Coriolisparameter durch die Gleichung $f = 2\Omega \sin \varphi$ definiert, wobei φ die geographische Breite ist (negativ für geographische Breiten in der Südhemisphäre). Die Anordnung der örtlichen vertikalen Richtung variiert zwischen parallel (anti-parallel) zum Vektor der Erdrotation auf dem Nordpol (Südpol) und senkrecht zum Vektor der Erdrotation auf dem Äquator. D/Dt ist die totale Ableitung der horizontalen Strömung und wird durch Gl. (2) definiert,

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \quad (2)$$

Die Corioliskraft ist eine Scheinkraft, denn sie wirkt nur innerhalb eines rotierenden Systems (z.B. Erde). Sie verrichtet keine Arbeit und kann daher die kinetische Energie des Gegenstands, auf den sie wirkt, nicht ändern. Das kann durch das Skalarprodukt der Gl. (1) mit \vec{u} gezeigt werden

$$\frac{D u^2}{Dt} + (f \hat{k} \times \vec{u}) \cdot \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \cdot \vec{u} \quad (3)$$

Gleichung (3) zeigt die Änderung der kinetischen Energie mit der Zeit. Da die kinetische Energie proportional zu u^2 ist, wird der zweite Ausdruck auf der linken Seite Null und die Corioliskraft kann folglich die kinetische Energie nicht beeinflussen.

Für die folgenden Experimente ist es zweckmäßig, Gleichung (1) in Zylinderkoordinaten (r, θ, z) auszudrücken. Hier ist r der radiale Abstand von der Rotationsachse, θ der Azimutwinkel und z die z-Achse parallel zu der Rotationsachse. Die horizontale Strömung besteht aus einer radialen Komponente, welche die Bewegungen hin bzw. weg von der Rotationsachse definiert, und einer azimutalen Komponente, welche die Bewegungen entlang eines konstanten Radius vom Rotationszentrum definiert.

Die radiale Impulskomponente (Geschwindigkeitskomponente u) in Zylinderkoordinaten ist durch die Gleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} - f v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4)$$

gegeben, wobei v die Azimutalgeschwindigkeit ist. Wenn $u = 0$ wird, reduziert sich Gl. (4) zu

$$\frac{v^2}{r} + f v = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{5}$$

(1) (2) (3)

Diese Gleichung wird als Gradientwindgleichung bezeichnet und repräsentiert das Gleichgewicht zwischen der Zentrifugalkraft (Ausdruck 1), der Coriolisbeschleunigung (Ausdruck 2) und der Druckgradientenbeschleunigung (Ausdruck 3). Der Druck innerhalb einer Flüssigkeit der Dichte ρ wird durch die hydrostatische Grundgleichung

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \tag{6}$$

bestimmt. Nach Integration über die Höhe z , zeigt die Gleichung, dass der Druck über einem Messpunkt gleich der Masse der Luft multipliziert mit g (oder dem Gewicht) ist.

Ist die Zentrifugalkraft im Vergleich zur Corioliskraft klein (d. h. bei Kreisbewegungen mit großen Radien), so kann Term (1) in Gleichung (5) vernachlässigt werden, und es ergibt sich folgender Ausdruck für die azimutale Geschwindigkeit:

$$v = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{7}$$

Durch Ableiten von Gleichung (7) nach z , und mit Verwendung von Gl. (6) ergibt sich die Änderung der Geschwindigkeit mit der Höhe als

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{-g}{\rho f} \frac{\partial \rho}{\partial r} \tag{8}$$

Gleichung (8) ist als die thermische Windgleichung bekannt und zeigt, dass wenn ein horizontaler Dichtegradient in einer rotierenden Flüssigkeit existiert, es eine Änderung der Geschwindigkeit mit der Höhe geben muss, und umgekehrt. Eine Folge der thermische Windgleichung in der Atmosphäre ist, dass Jetstreams (Bänder sich sehr schnell bewegender Luft) immer oberhalb von Regionen mit hohem horizontalen Dichtegradienten (Temperaturgradienten) liegen, wovon ein Beispiel in Abbildung 3 gezeigt ist. Diese Regionen nennt man Fronten.

Skalenanalyse

Damit die beobachtete Strömung im Becken ähnlich der Strömung in der Atmosphäre ist, müssen wir die wirkenden Kräfte innerhalb des Beckens ins gleiche Verhältnis wie jene in der Atmosphäre stellen. Ein Vergleich zwischen den Kräften, die im Becken wirken und denen in der Atmosphäre kann durch den Vergleich der relativen Größenordnung der Terme in Gl. (1) erreicht werden. Dafür werden typische Skalenwerte, wie die horizontale Länge L , die horizontale Geschwindigkeit U , der Druck P und die Dichte ρ eingeführt. Beachten Sie auch, dass die Zeitskala durch die horizontale Länge L und durch die horizontale Geschwindigkeit U ausgedrückt werden kann.

Wenn jetzt jeder Ausdruck der Gl. (1) durch die charakteristischen Skalenwerte L , U , P und ρ ersetzt wird, ergibt der Vergleich der ersten beiden Terme

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} / f \hat{k} \times \vec{u} \sim \frac{U}{L/U} / f U = \frac{U}{fL} \equiv Ro$$

Ro ist die nichtdimensionale Rossby Zahl, welche die Beziehung zwischen Trägheits- und Coriolisbeschleunigung beschreibt. Wenn die Werte von $Ro \gg 1$ sind, ist die Auswirkung der Rotation im Bezugssystem zu klein, um die Bewegung der Strömung zu beeinflussen. Der Vergleich zwischen dem ersten und dritten Term der Gleichung (1) ergibt

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} / \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \sim \frac{U}{L/U} / \frac{\Delta P}{\rho L} = \frac{\rho U^2}{\Delta P} .$$

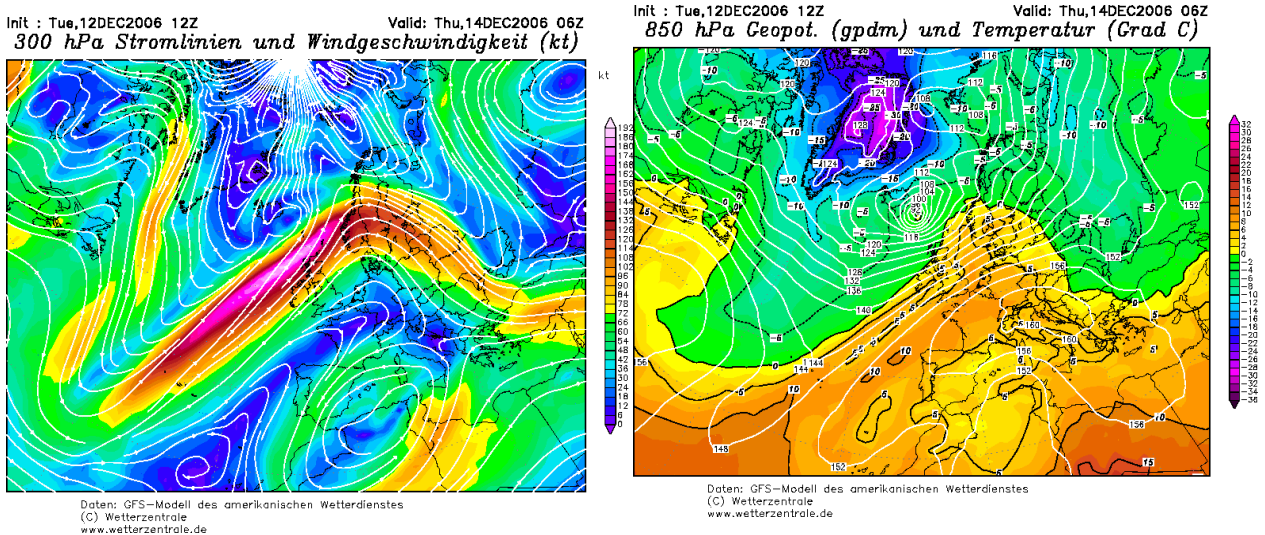


Abbildung 3: a) 300hPa Stromlinien und Windgeschwindigkeit (schattiert) und b) 850 hPa Geopotential (Linien) und Temperatur (schattiert).

2. Ziel der Versuche

Beobachten Sie den Einfluss der Kräfte innerhalb eines rotierenden Systems auf die Strömung in einem Hochdrucksystem und übertragen Sie die beobachtete Dynamik auf die atmosphärischen Bewegungen wie z. B. das Polarhoch.

Teil I: Hoch in einem Inertialsystem

Das Ziel dieses Experimentes ist die Beobachtung eines Hochs (hier darstellbar durch eine Dichteströmung) in einem nicht-rotierenden Bezugssystem.

- Für das Experiment füllen Sie das Becken bis zu einer Höhe (*H*) von 10 cm mit Leitungswasser ($\rho = 1.0 \text{ g/cm}^3$) und setzen den leeren Zylinder (Radius $R = 7.4 \text{ cm}$) in die Mitte des Beckens ein.
 - Geben Sie das Salz in das Wasser des Zylinders, um seine Dichte um 0.5% (7.1 g/l) zu erhöhen. Rühren Sie solange um, bis sich das Salz vollkommen im Wasser aufgelöst hat. Fügen Sie anschließend ein bisschen Lebensmittelfarbstoff (die Spitze eines Teelöffels) als Markierungsfarbe hinzu und rühren Sie nochmals gut um.
 - Sobald das Wasser im Zylinder und im Becken keine sichtbaren Bewegungen mehr aufweist, fügen Sie an einigen Stellen im halben Abstand zwischen Zylinder und Beckenrand etwas Farbe hinzu (bitte benutzen Sie dafür eine andere Farbe als die Farbe innerhalb des Zylinders). Dadurch lassen sich Strömungsmuster besser wiedererkennen.
 - Schalten Sie die Videokamera oberhalb des Beckens ein. Heben Sie den Zylinder vertikal nach oben aus der Mitte des Beckens und entfernen Sie ihn zügig aus dem Aufnahmebereich der Videokamera. Beobachten Sie nun, was passiert.
1. Sobald die Dichteströmung den Rand des Beckens erreicht hat, schalten Sie die Videokamera wieder aus. Berechnen Sie jetzt mittels des Videofilms die Geschwindigkeit der Dichteströmung bei Durchqueren jeder einzelnen Radiallinie (eingezeichnete am Boden des Beckens). Bleibt die Geschwindigkeit konstant mit der Zeit? Berechnen Sie den Koeffizient *k*, wobei

$$c = k \sqrt{gH \frac{\Delta\rho}{\rho}} \tag{9}$$

Vergleichen Sie die Ergebnisse mit jenen aus dem zweidimensionalen Dichteströmungsexperiment. Worin liegt der Unterschied zwischen den zwei Experimenten.

2. Beschreiben und erklären Sie die Bewegung der Farbe zwischen Zylinder und Beckenrand.

Teil II: Dichteströmung in einem rotierenden Bezugssystem. Das Polarhoch.

Im zweiten Teil sollen zwei Experimente durchgeführt werden. Das erste Experiment ist ein reines Beobachtungsexperiment, deshalb werden keine Messungen durchgeführt. Im zweiten Experiment soll die Theorie der Bewegung einer Flüssigkeit bestätigt werden.

- Leeren Sie das Becken mit der Pumpe aus und füllen Sie es erneut bis zu einer Höhe von 10 cm mit frischem Leitungswasser ($\rho = 1.0 \text{ g/cm}^3$). Stellen Sie den Spiegel an die markierte Stelle in einem Winkel von etwa 45° zum Boden des Beckens auf. Mit dem Spiegel kann das Becken mit Hilfe der Videokamera seitlich betrachtet werden.
- Für das erste Experiment drehen Sie die Zifferscheibe auf 0.35 (dies bedeutet, dass das Becken mit einer Periode von 19.4 s rotieren wird). Für das zweite Experiment drehen Sie die Zifferscheibe auf 0.45 (dies bedeutet, dass das Becken mit einer Periode von 14.8 s rotieren wird). Wiederholen Sie die ersten zwei Schritte des ersten Experiments, um eine Dichteströmung zu erzeugen.
- Lassen Sie das Becken etwa 15 Minuten drehen, bis das Wasser die Rotation eines starren Körpers erreicht hat. (Im Anhang finden Sie weitere Informationen über die Rotation eines starren Körpers)
- Fügen Sie in das Becken an vier unterschiedlichen Stellen in der Nähe von 90° innerhalb von 10 cm Entfernung von der Kante der Zylinder ein wenig Farbe hinzu.
- Um mögliche Bewegungen an der Wasseroberfläche sichtbar zu machen, sollen in den Zylinder noch ein paar der Papierplättchen eingestreut werden. Die Papierplättchen werden mehrmals während des Praktikums benötigt.
- Schalten Sie erneut die Videokamera oberhalb des Beckens ein. Heben Sie den Zylinder aus der Mitte des Beckens vertikal nach oben. Der Zylinder muss sehr vorsichtig aus dem Becken entfernt werden, um ein mögliches Aufwühlen des Wassers zu vermeiden.
- Beobachten Sie den Ablauf des Experimentes etwa 5 bis 10 Minuten. Wenn Sie sicher sind, dass keine weiteren Veränderungen eintreten, halten sie das Becken an und schalten Sie die Videokamera aus.

1. Wie unterscheidet sich diese Dichteströmung von der Dichteströmung im Teil I? Vergleichen Sie die beobachteten Bewegungen mit jenen vom Polarhoch, das am Anfang beschrieben ist.

Entfernen Sie die Videokamera aus dem Gestell und übertragen Sie die Daten in den Computer. Befestigen Sie die Videokamera erneut am Gestell auf. Beachten Sie, dass Sie das Wasser im Becken erneuern müssen. In der Zwischenzeit überlegen Sie sich die Antwort auf die Fragen, die nach dem zweiten Experiment zu beantworten sind.

Um die folgenden Fragen mit Hilfe des Videomaterials zu beantworten, sollten Sie erklären können, was Sie beobachtet haben und dadurch auch die Entwicklung des Polarhochs.

Drehimpuls

D1. In welcher Richtung haben sich die Dichteströmung und die dazugehörige Gegenströmung am Anfang des Experiments bewegt?

Man kann diese Ablenkung durch die Corioliskraft erklären, wie vorher bemerkt. Aber in Wirklichkeit ist die Corioliskraft nichts anders als eine Erscheinung des allgemeinen „Erhaltung des Drehimpulses“.

Wenn sich ein Flüssigkeitsteilchen mit einer Azimutalgeschwindigkeit v in einem Radius r von der Drehachse des Bezugssystems (hier das Becken) bewegt, hat es einen absoluten Drehimpuls pro Masseneinheit von

$$M = vr + \Omega r^2 \quad (10)$$

wobei Ω die Winkelgeschwindigkeit des Beckens ist und in Richtung der Erdrotation vom Nordpol aus gesehen positiv ist. Der erste Ausdruck in der Gleichung (10) beschreibt den Drehimpuls eines Flüssigkeitsteilchens ausschließlich aufgrund seiner Bewegung relativ zum Becken¹, während der zweite Ausdruck den Drehimpuls auf Grund der Rotation des Beckens beschreibt. Wenn der Flüssigkeit kein äußerer Drehimpuls hinzugefügt wird, bleibt der Drehimpuls erhalten. Das bedeutet, dass er während der gesamten Zeit konstant bleibt.

- D2. Benutzen Sie Gl. (10) und die Erhaltung des Drehimpulses um eine Gleichung für $v(r)$ zu finden. Der Bezugspunkt hier ist die Vorderkante der Dichteströmung (d.h. am Anfang ist $r = R$). Erklären Sie damit die beobachtete Rotation der Dichteströmung und die der Gegenströmung.
- D3. Welches Vorzeichen hat der Ausdruck $\partial v / \partial z$?

Thermischer Wind

- T1. Betrachten Sie die Dichteströmung seitlich im Spiegel und skizzieren Sie was Sie sehen. Markieren Sie wo die Front liegt.
- T2. Berechnen Sie das Vorzeichen von $\partial \rho / \partial r$ aus Gleichung (8). Geben Sie damit eine qualitative Erklärung warum die Oberfläche dieser Dichteströmung nicht horizontal (wie bei dem Dichteströmungsversuch, Versuch #9) sein darf.
- T3. Erklären Sie, ausgehend von Ihrer Antwort zur Frage T2, warum diese Dichteströmung den Rand des Tanks nicht erreicht hat.
- T4. Wenn man das Experiment weiter beobachtet, breitet sich die Dichteströmung mit der Zeit langsam weiter aus. Erklären Sie mit Hilfe von Gleichung (8) warum?

Skalenanalyse

1. Bestimmen Sie die Werte von Ro und von $\rho U^2 / \Delta P$, indem Sie die charakteristischen Werte L , U , ΔP und ρ für das Becken benutzen. Vergleichen Sie dann diese Werte mit denjenigen, die für die Atmosphäre charakteristisch sind. In diesem Fall ist $L = 1000$ km, $U = 10$ ms⁻¹, $\Delta P = 10$ hPa und $\rho = 1$ kg m⁻³. Ist die beobachtete Dichteströmung ähnlich der Strömung im Polarhoch?

Anhang zu Teil II – Rotation eines starren Körpers

Die Rotation eines starren Körpers entspricht der Rotation einer Flüssigkeit, bei der die azimutale Geschwindigkeit linear mit wachsendem Radius vom Zentrum der Rotation zunimmt, gemäß

$$v_{\text{sta}} = \Omega r, \quad (12)$$

wobei Ω die Winkelgeschwindigkeit ist. Alle Punkte in einem rotierenden starren Objekt erfüllen Gl. (12). Wenn das Wasser die Rotation eines starren Körpers erreicht hat, sollten die ins Wasser hinzugefügten Papierplättchen relativ zum Becken stationär bleiben.

3. Fragen

1. Zeigen Sie, mit Hilfe des Skalarproduktes zwischen Gl. (1) und \vec{u} , dass der Beitrag der Corioliskraft zu der kinetischen Energie gleich Null ist.

¹ Zur einfacheren Nutzung: die hier beschriebenen Begriffe beziehen sich auf das Becken, sind aber ebenso auf jedes rotierende Gehäuse anwendbar.

2. Berechnen Sie den Oberflächendruck am Beckenboden, wenn das Becken mit Wasser bis zu einer Höhe von 10 cm gefüllt ist, indem Sie Gl. (6) anwenden. Das Wasser hat eine Dichte von a) 1.0 g cm^{-3} und b) eine Dichte von 1.005 g cm^{-3} .
3. Wie würden sich die Ergebnisse vom Teil I ändern, wenn sich das gesamte Becken mit einer konstanten Geschwindigkeit von 10 cm s^{-1} bewegen würde, anstatt zu rotieren.
4. Berechnen Sie den Coriolisparameter f für
 - (a) Die Tropen – geographische Breite = 10°N
 - (b) Die mittleren Breiten – geographische Breite = 50°N
5. Eine Eigenschaft der tropischen Atmosphäre ist, dass es kaum Fronten wie in den mittleren Breiten gibt. Erklären Sie, mit Hilfe Ihrer Antwort auf Frage 4, warum.
6. Im Vergleich zum Radius vom Polarhoch auf der Erde, wäre ein entsprechendes Polarhoch größer oder kleiner auf
 - a. Der Venus, wo die Rotationsperiode 243 Tage ist?
 - b. Auf dem Jupiter, wo die Rotationsperiode 9 Stunden und 56 Minuten ist?
7. Zeigen Sie, dass wenn Wasser in einem Waschbecken abläuft, die Strömung von der Corioliskraft nicht beeinflusst wird. Verwenden Sie eine typische Längeskala L , eine typische Geschwindigkeit U und die Rossbyzahl. Für den Coriolisparameter f verwenden Sie eine Breite von 50°N .

Einige wichtige astronomische, physikalische Konstanten und Umrechnungsfaktoren von Einheiten.

Astronomische Größen:

Erde:	Kugelradius	6370 km
	Große Halbachse	6378 km
	Kleine Halbachse	6357 km
Sonne:	Kugelradius	695300 km
	Mittlerer Abstand zur Erde	$1.495 \cdot 10^8$ km
	Scheinbare Sonnendurchmesser (1. April und 1. Oktober)	0.267 Grd
Mond:	Kugelradius	1738 km
	Mittlerer Abstand zur Erde	384400 km

Radiometrische Größen:

Solarkonstante			$1367 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$
Boltzmannsche Konstante	k		$1.3804 \cdot 10^{-23} \text{ Ws} \cdot \text{K}^{-1}$
Plancksche Wirkungsquantum	h		$6.625 \cdot 10^{-34} \text{ Ws}^2$
Lichtgeschwindigkeit	c		$2.998 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
<u>Stefan-Boltzmann-Konstante</u>	<u>σ</u>		
Gerthsen, Physik		1962	$5.669 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Möller, Einführung in die Meteorologie		1973	$6.036 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Polt & Platt, Radiative Processes in Meteorology and Climatology		1976	$5.6644 \pm 0.0075 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Handbook of Geophysics and the Space environment (AFGL)		1985	$5.66956 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

Allgemeine physikalische Konstanten der Atmosphäre (DIN 5450):

Universelle Gaskonstante	R	8.3143 J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹
Trockene Luft (0° C, 1013.23 hPa):		
Gaskonstante	R _L	287.0529 m ² ·s ⁻² ·K ⁻¹ 68.5614 mcal·g ⁻¹ ·K ⁻¹
Dichte	ρ	1.293 kg·m ⁻³
Spezifische Wärme (konst Druck)	c _p	1004.6851 Ws·kg ⁻¹ ·K ⁻¹ 239.9649 mcal·g ⁻¹ ·K ⁻¹
Spezifische Wärme (konst Volumen)	c _v	717.6322 Ws·kg ⁻¹ ·K ⁻¹ 171.4035 mcal·g ⁻¹ ·K ⁻¹
Dynamische Zähigkeit	η	1.717·10 ⁻⁶ kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹
Kinematische Zähigkeit	ν	13.28·10 ⁻⁶ m ² ·s ⁻¹
Schallgeschwindigkeit	c	331 m·s ⁻¹

Phasenumwandlungswärmen des Wassers:

θ:	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	°C
r _w :	2603	2575	2549	2525	2501	2477	2453	2430	2406	kWs·kg ⁻¹
r _E :	236	264	289	312	334	-	-	-	-	kWs·kg ⁻¹

Umrechnung von Kräfteinheiten:

	dyn	Newton	Kilopond
1 dyn	1	10 ⁻⁵	0.1019716·10 ⁻⁵
1 Newton	10 ⁵	1	0.1019716
1 Kilopond	9.80665·10 ⁵	9.80665	1

Umrechnung von Druckeinheiten:

	N·m ⁻²	Pa	hPa	bar	mb	Torr
1 N·m ⁻²	1	1	10 ⁻²	10 ⁻⁵	10 ⁻²	0.00750
1 Pa	1	1	10 ⁻²	10 ⁻⁵	10 ⁻²	0.00750
1 hPa	10 ²	10 ²	1	10 ⁻³	10 ⁻³	0.75008
1 bar	10 ⁵	10 ⁵	10 ³	1	10 ³	750.07501
1 mb	10 ²	10 ²	1	10 ⁻³	1	0.75008
1 Torr	133.32	133.32	1.3332	1333.2	1.3332	1

Umrechnung von älteren technischen Druckeinheiten:

	hPa	mb	Torr	mm WS	
1 mm WS	0.1013	0.1013	0.0760	1	
1 atm	1013.3	1013.3	760.00	10^4	(Physik. Atmosphäre)
1 at	980.7	980.7	735.56	$0.9678 \cdot 10^4$	(Technische Atmosphäre)

Umrechnung von cal in Ws u.ä.

$$1 \text{ mcal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} = 41.868 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$1 \text{ mcal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{min}^{-1} = 0.6978 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$1 \text{ cal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{h}^{-1} = 11.63 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$1 \text{ cal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{d}^{-1} = 0.484583 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$1 \text{ kcal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{a}^{-1} = 1.326753185 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$1 \text{ cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 418.68 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 6.978 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ mcal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{min}^{-1} / r_w = 0.28285 \text{ mg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} = 1.01833 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$1 \text{ kcal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{a}^{-1} / r_w = 0.53780 \text{ mg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} = 1.69722 \text{ cm} \cdot \text{a}^{-1}$$

$$1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} / r_w = 0.40535 \text{ mg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} = 1.27922 \text{ cm} \cdot \text{a}^{-1}$$

$$(r_w = 2467 \text{ kWs} \cdot \text{kg}^{-1} = 589.2 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1} \text{ bei } 14 \text{ } ^\circ\text{C})$$

