

Wolkenphysik und Niederschlag

Pflichtvorlesung

Physik der Atmosphäre IVb

→ relevant für Diplomprüfung

Terminvorverlegung auf
12:00 oder 11:45
möglich ?



Ulrich Löhnert

Theresienstraße 37

Zimmer 218

email: uli@meteo.physik.uni-muenchen.de

Aktuelle Infos zur Vorlesung:

<http://www.meteo.physik.uni-muenchen.de/~uli/lehre.html>



Vorlesung und Skript

Vorlesungsmaterial:

<http://www.meteo.physik.uni-muenchen.de/>

→lehre→manuskripte→download

user: meteo

password: download

- Fragen: zwischendurch
- Kommentare zur Vorlesung: nach jeder Vorlesung
- Übungen: ab und zu in der Vorlesung
- Skript zur aktuellen Vorlesung verfügbar im Internet am Morgen vor der Vorlesung (üblicherweise)
- Folien mit **Roten Überschriften** oder Zusammenfassungen in roten Kästen empfehlen sich zur Mitschrift



Literatur

**Vorlesung orientiert sich stark an der von S. Crewell im SS04 und SS05
(siehe Internet)**

Houze, R. A., 1993:
Cloud Dynamics, Int. Geophys. Series, 53.

PROMET, 1993:
„Wolkenphysik und Wolkendynamik I und II“

Pruppacher, H. R. und J. D. Klett,
„Microphysics of cloud and precipitation“

Rogers, R. R. & M. K. Yau, 1989:
"A short course in cloud physics",
3rd Edition, Butterworth-Heinemann, Int. Series in Nat. Philosophy, Vol. 113.

Young, K. C., 1993:
Microphysical Processes in Clouds.



Gliederung der Vorlesung

I. Einführung

- **Bedeutung und Definition von Wolken**
- Beobachtungen von Wolkenparametern
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Thermodynamik

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eiswolken

IV. Niederschlag

- *warmer* und *kalter* Niederschlag

V. Messung von Wolken & Niederschlagsparametern

- in-situ, Radar, Satellit
- Niederschlagsklimatologien

VI. Modellierung von Wolken, Niederschlagsvorhersage

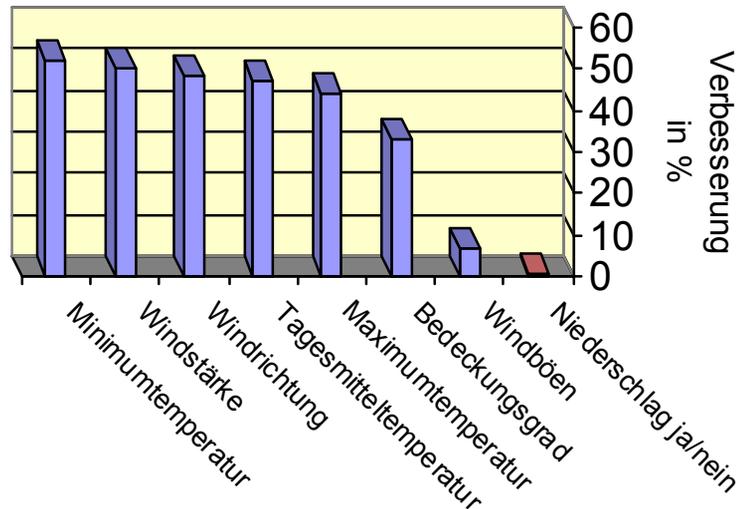
- bulk, spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Relevanz der Wolken- & Niederschlagsforschung

- Wechselwirkungen von Wolken mit Strahlung stellen die größte Unsicherheit in heutigen Klimamodellen dar
- DFG- Schwerpunktsprogramm „Quantitative Niederschlagsvorhersage“ 2004-2010

Wettervorhersage in den letzten 16 Jahren



Relevante Forschungsrichtungen

- **visuelle Wolkenbeobachtung**
rein deskriptiv, Problem der Quantifizierung
Karlsruher Wolkenatlas <http://www.wolkenatlas.de>
- **Wolkenoptik und Radarmeteorologie**
Wechselwirkung mit elektromagnetischer Strahlung
- **Wolkenmikrophysik**
Bildung von Wolken- und Niederschlagspartikeln, Phasenumwandlungen
- **Wolkendynamik**
Makrophysikalische Wolkenprozesse
- **Wolkenelektrizität**
Elektr. Prozesse Wichtig für die Entstehung von Gewittern
- **Chemie der Atmosphäre**
Aerosolphysik, Polare stratosphärische Wolken



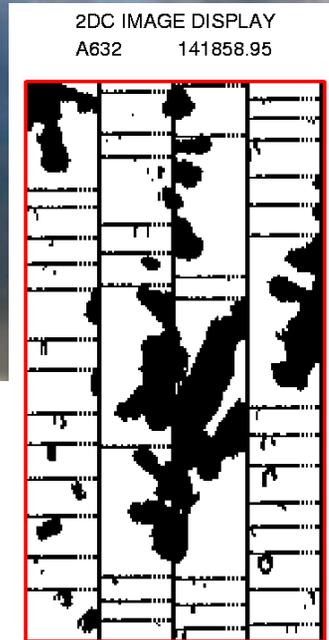
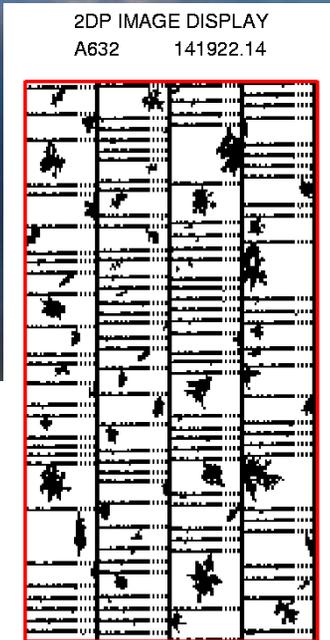
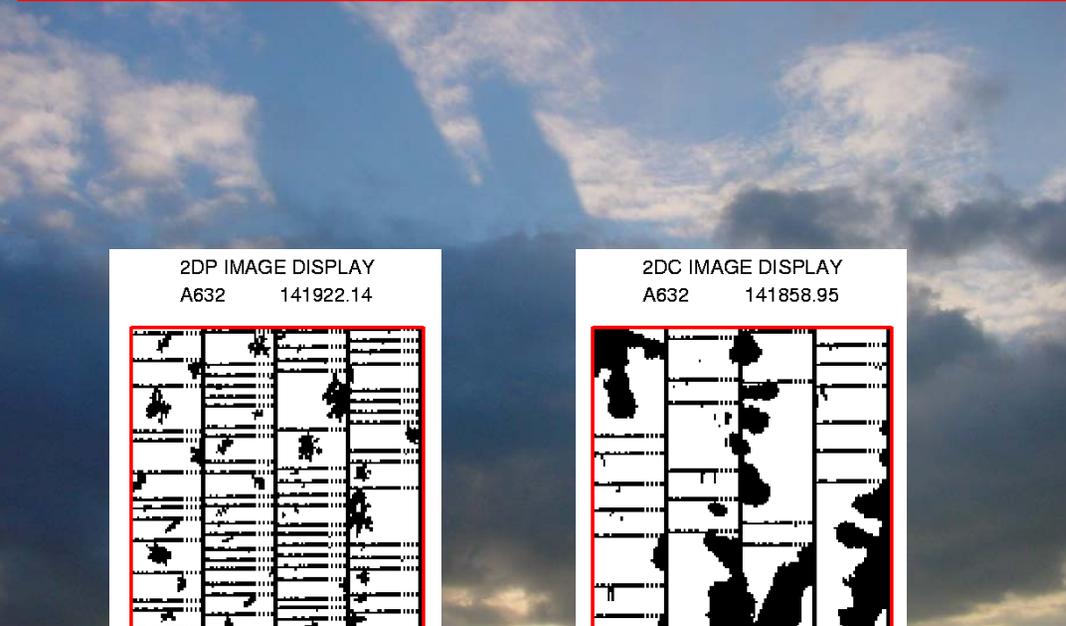
Ein paar aktuelle Fragen der Wolkenphysik

- **Wie kann man Wolken beschreiben?**
 - Früher Klassifikation nach Erscheinungsbild
 - Heute moderne In-situ & Fernerkundungsverfahren (Makro- & Mikrophysik)
- **Welche Mechanismen kontrollieren die Entstehung von Wolken?**
 - Bedeutung von Aerosoleigenschaften
- **Wie entsteht Niederschlag (in seinen verschiedenen Formen)?**
- **Wie können wir die zeitliche und räumliche Entwicklung von Wolken und Niederschlag voraussagen?**
 - Einsetzen von Niederschlag
 - unterkühltes Wasser
- **Kann das Auftreten von Blitzen zur Niederschlagsvorhersage genutzt werden?**



Was sind Wolken?

Wolken sind sichtbare, in der Luft schwebende Ansammlungen von Kondensationsprodukten des Wasserdampfs, d. h. von kleinen Wassertropfen ($\sim 10 \mu\text{m}$), Eiskristallen oder beiden gemeinsam



© M. Quante



Welche mikrophysikalischen Parameter beschreiben Wolken?

- **Größe** der Wolkenpartikel
 - Das Ensemble der Partikel wird mit der Tropfengrößenverteilung $N(D)$ [m^{-4}] beschrieben
- **Phase**
 - flüssiges Wasser, Eis, Mischphasen
- **Form**
 - Flüssigwasserwolken haben kugelförmige Tropfen (Radius)
 - Niederschlagsteilchen näherungsweise Ellipsoide (Radius, Aspektverhältnis)
 - Eisteilchen können als Platten, Säulen, Dendriten, .. auftreten
 - Partikel in Mischphase können sehr komplexe Form annehmen
- **Chemische Zusammensetzung**



Wolken bestehen aus Hydrometeoren

Allgemein: Verschiedene Kategorien von Wolken- und Niederschlagsteilchen
z.B. Wolkentropfen, Eiskristalle, Hagel, Graupel, Schnee, Regen

WMO 1975: Hydrometeore sind Ansammlungen von flüssigen oder gefrorenen Wasserteilchen, die in der Luft schweben oder fallen, durch den Wind von der Oberfläche aufgewirbelt sind, oder sich an Gegenständen am Boden bzw. in der Luft ansetzen.

WMO 1990: Vier Arten **atmosphärischer Meteore:**

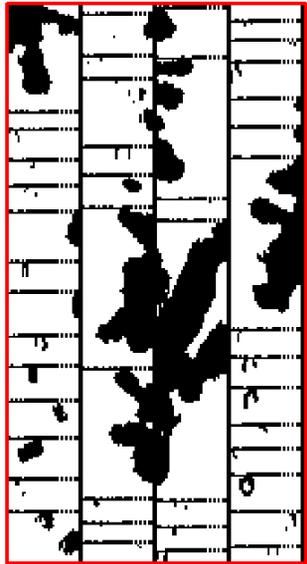
- Hydrometeore
- Lithometeore (Dunst, Staub, Sand, Rauch, ..)
- Photometeore (Halos, Regenbogen, Glorien,..)
- Elektrometeore (Blitz, Donner)



Warum sind Wolken so komplex?

Von Hydrometeoren

2DC IMAGE DISPLAY
A632 141858.95



über Einzelwolken

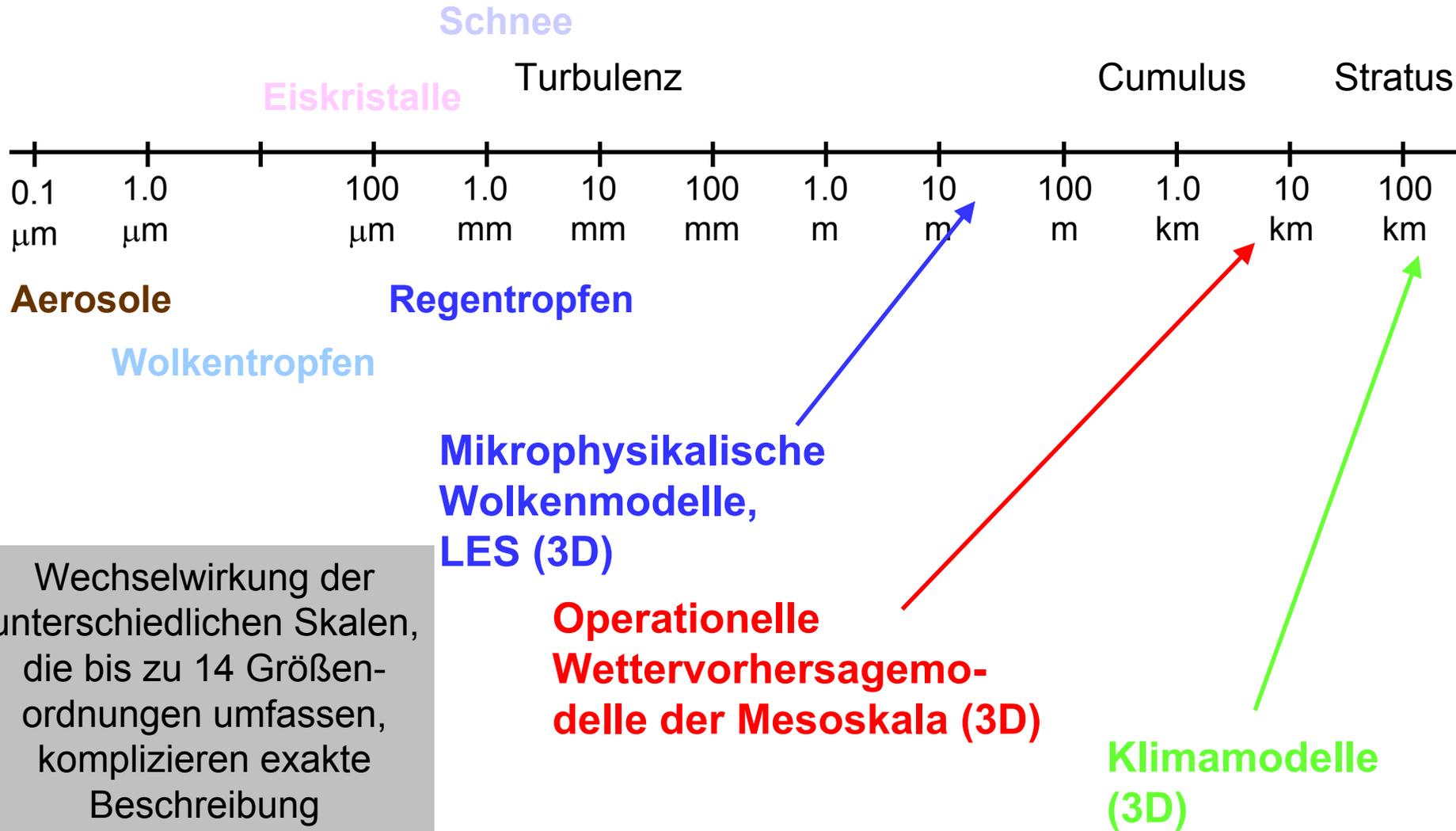


und Wolkenfelder

zum globalen System



Skalenproblem



Wechselwirkung der unterschiedlichen Skalen, die bis zu 14 Größenordnungen umfassen, komplizieren exakte Beschreibung

Typische Werte von Tropfengrößen

	Durchmesser [μm]	Konzentration [liter ⁻¹]	Fallgeschwindigkeit [cm s ⁻¹]
Kondensationskern	0.1	10^6	0.0001
Wolkentropfen	10	10^6	1
Großer Wolkentropfen	50	10^3	27
Regentropfen	1000	1	650
Hagelkorn	< 10 000		

Dazugehörige Dynamik, die beschrieben werden muss:

Turbulenz: ab 10^{-3} mm

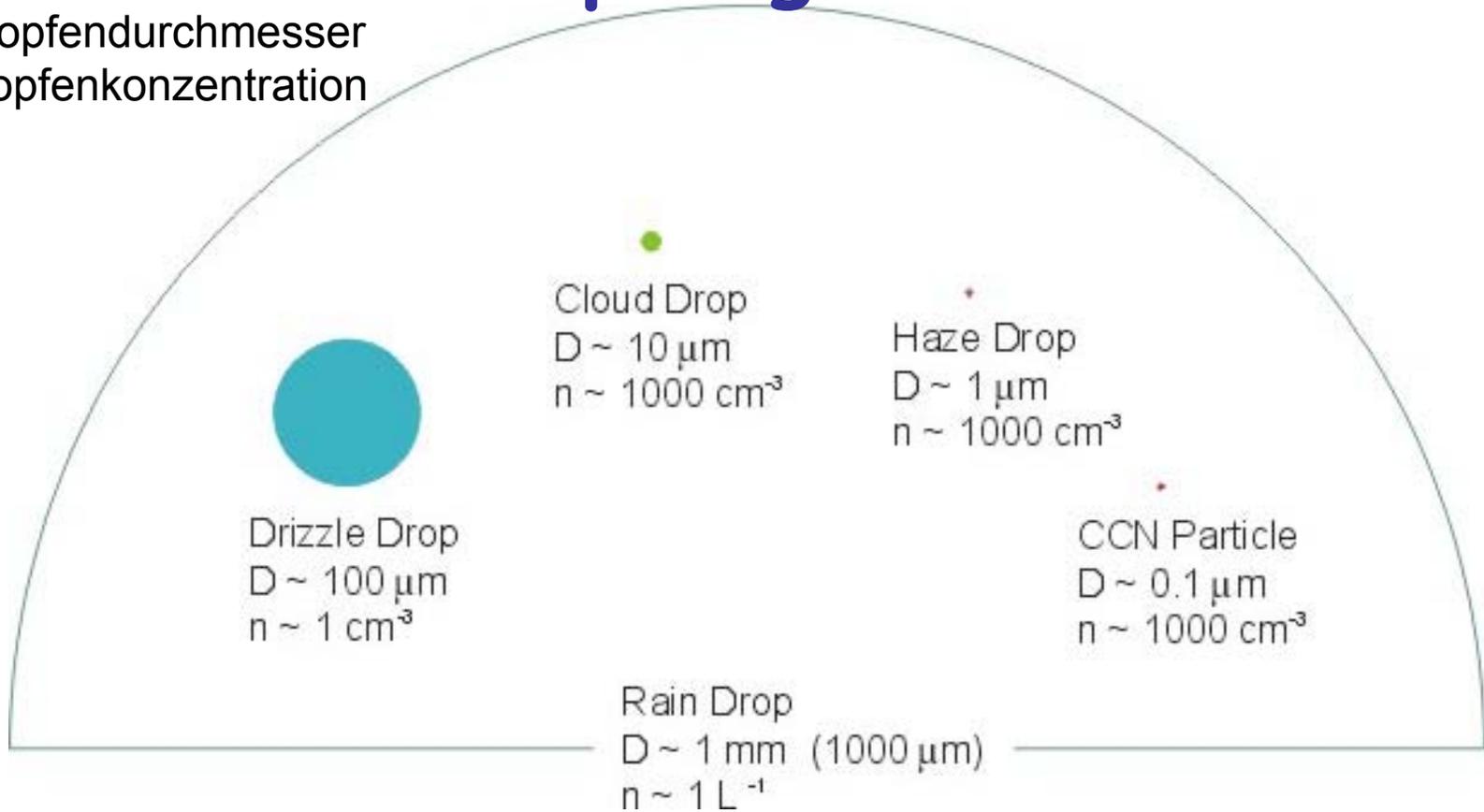
Cumulus: bis typisch horizontal/vertikal 3 x 3 km

Stratus: horizontal bis 1000 km, vertikal ca. 1 km



Tropfengrößen

D - Tropfendurchmesser
n - Tropfenkonzentration



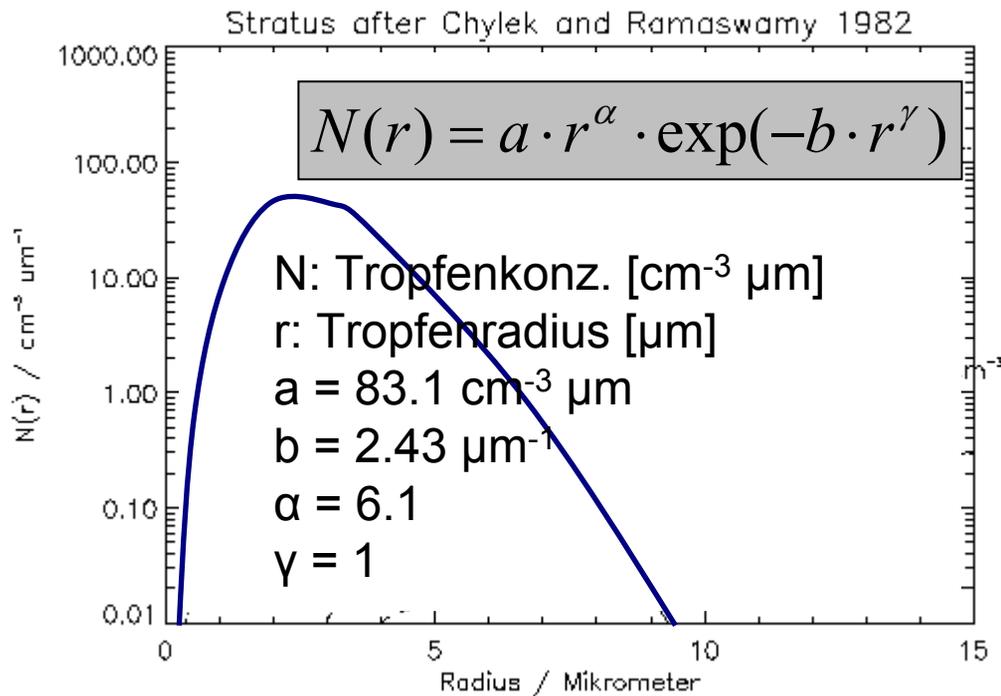
Aufgabe1:

- Wieviele Wolkentropfen machen einen Regentropfen
- Welche Radius- bzw. Massenwachstumsgeschwindigkeit muss herrschen, damit aus einem Wolkentropfen in 20 min ein Regentropfen entsteht?

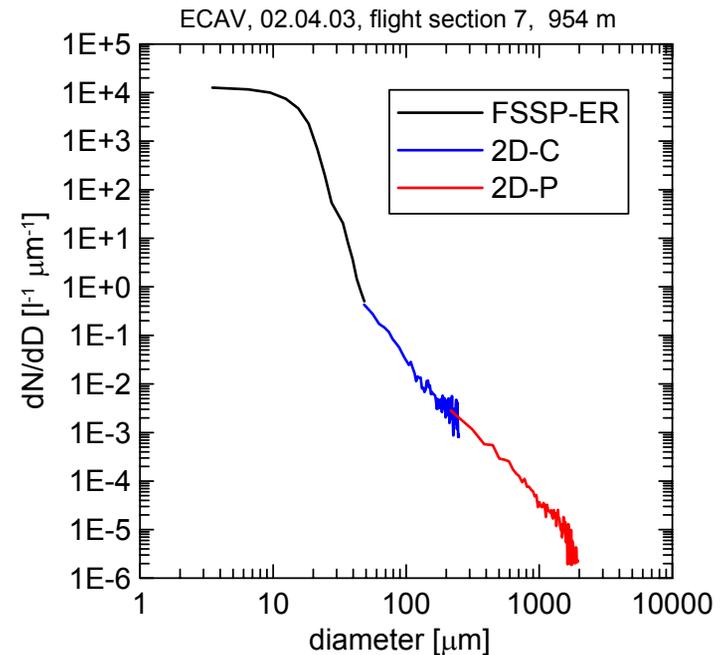


Tropfengrößenverteilung

idealisierte Verteilungen (hier für Stratus)



Flugzeugmessungen mittels FSSP Forward scattering spectrometer probe



Momente des Tropfenspektrums

m_0 N_{tot} Tropfenkonzentration

m_3 **LWC** Flüssigwassergehalt

$$m_n = \int_0^{\infty} D^n N(D) dD$$

$$LWC = \frac{\rho_w \pi}{6} \int_0^{\infty} D^3 N(D) dD$$

$\sim m_{3.5}$ **R** Niederschlagsrate (Massenfluss)

$$R_M = \frac{\rho_w \pi}{6} \int_0^{\infty} (v(D) - w(D)) D^3 N(D) dD$$

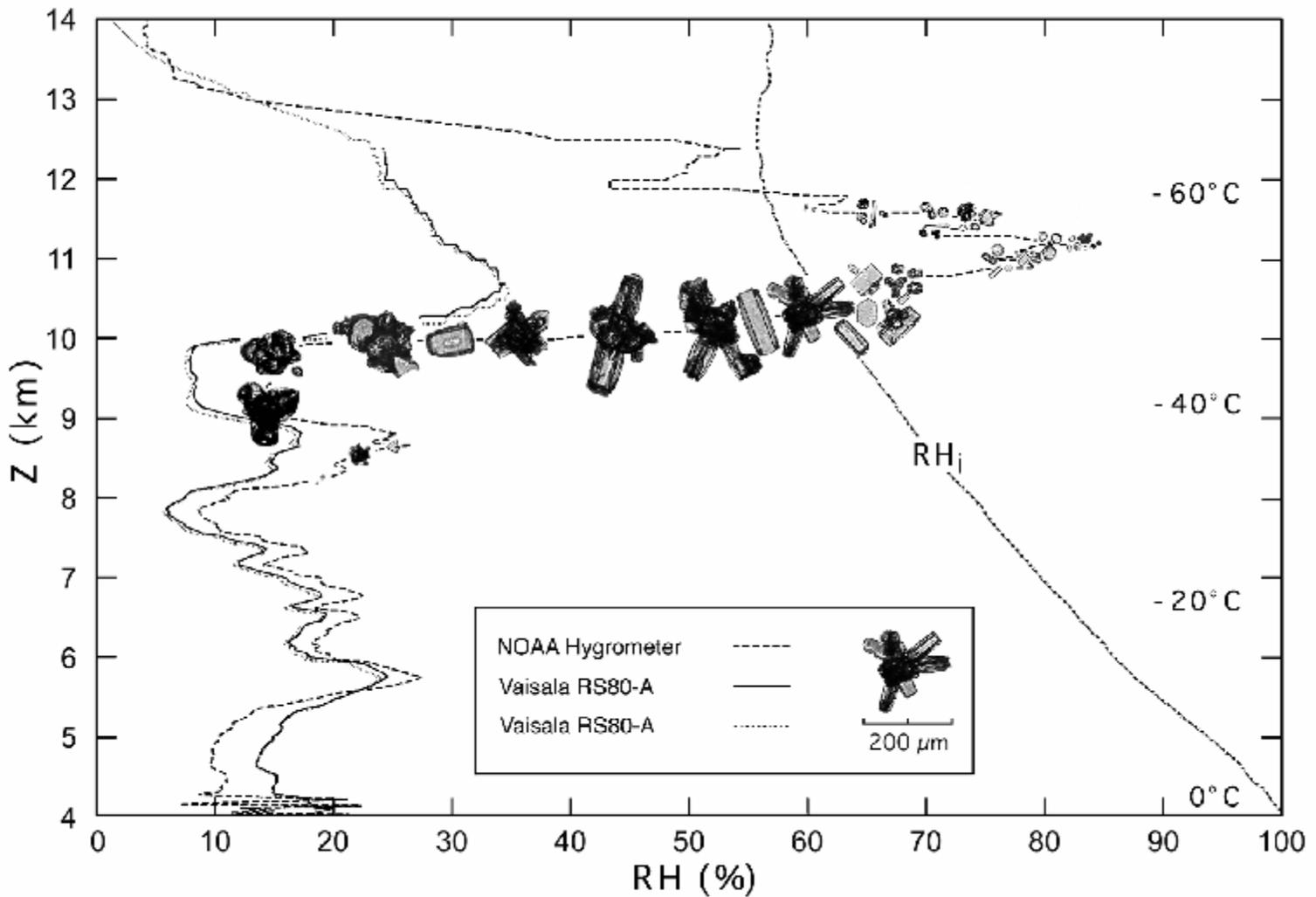
m_6 **Z** Radarreflektivitätsfaktor

$$Z = \int_0^{\infty} D^6 N(D) dD$$

Aufgabe2: Welche Werte haben N_{tot} , LWC und Z für das idealisierte Tropfenspektrum für Stratus?



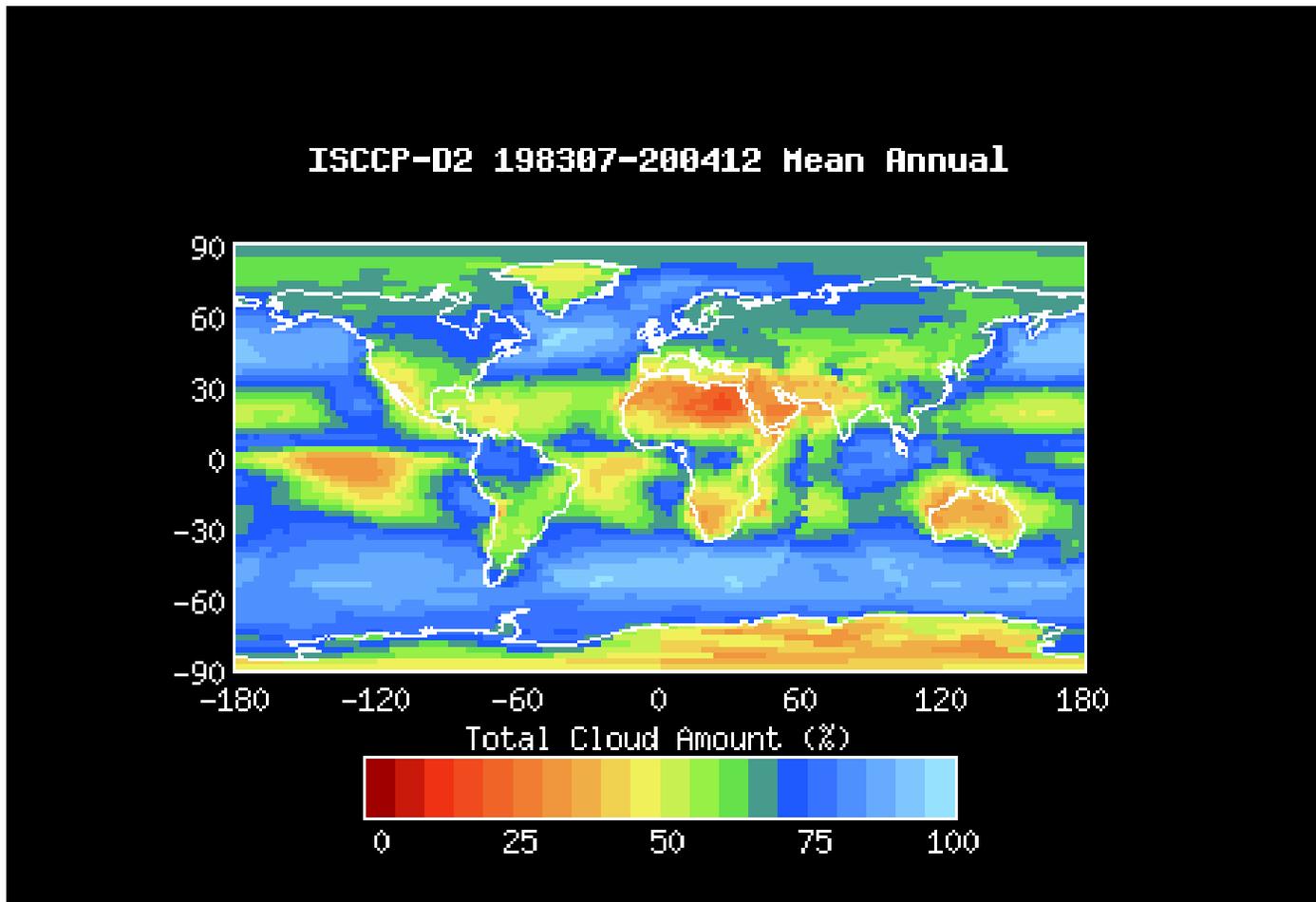
Eiswolken



Miloshevich et al. [2001]



Wolkenbeobachtungen

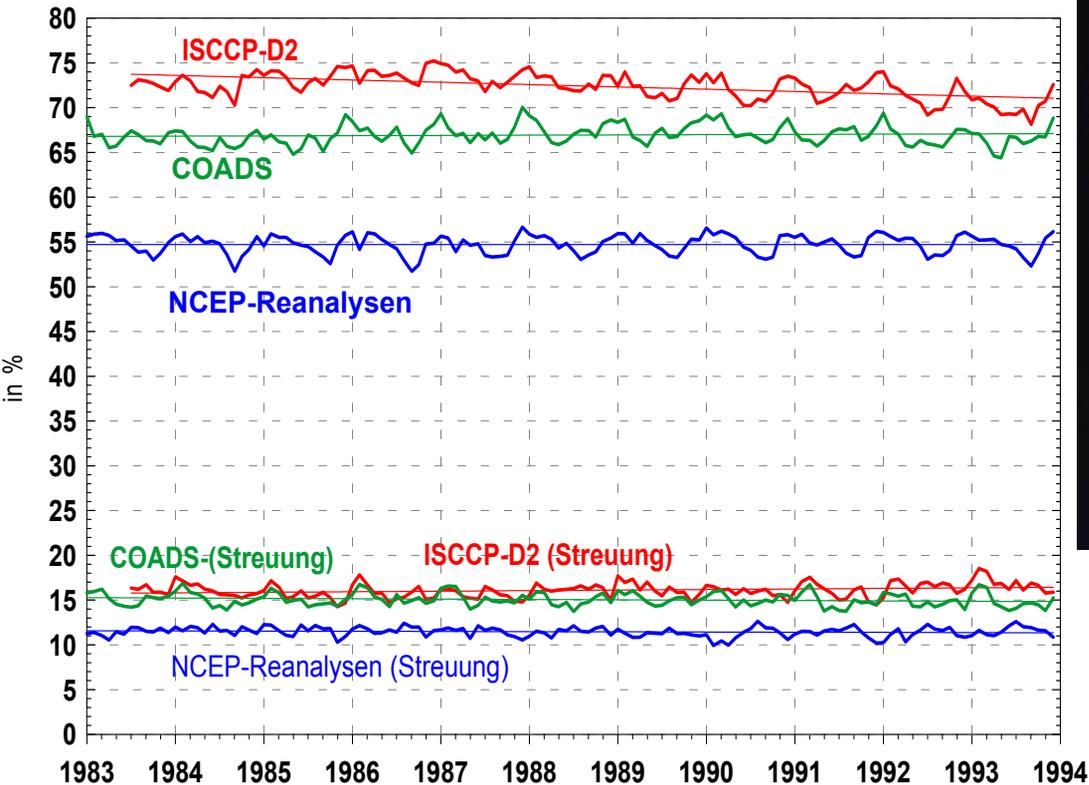


International Satellite Cloud Climatology Product (ISCCP)



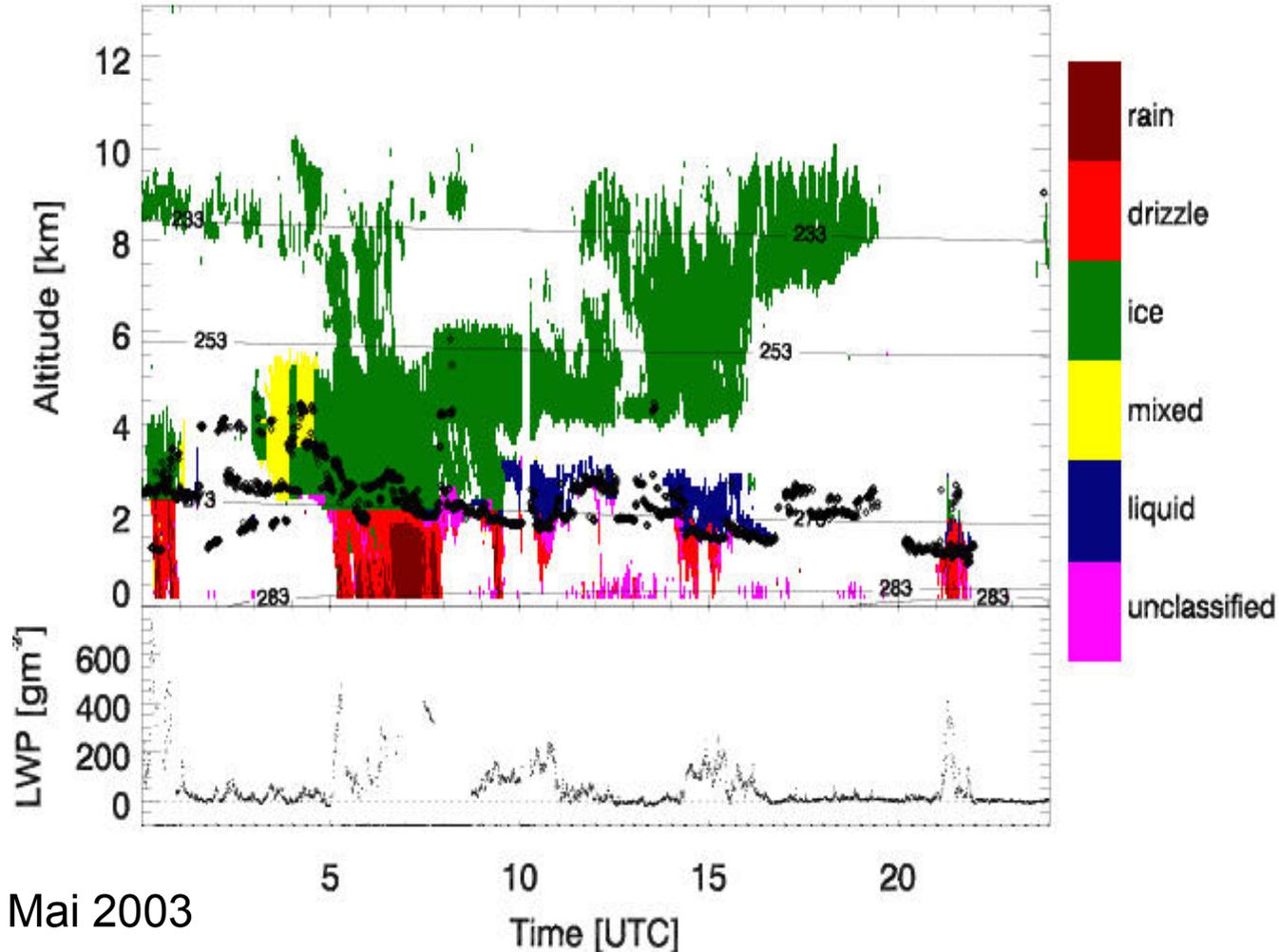
Wolkenbeobachtungen

Wolkenbedeckungsgrad
ist global ca. 60-70 %



Bodengebundene Wolkenfernerkundung

Kombination verschiedener Messsysteme (Radar, Lidar, Mikrowelle, Radiosonde)



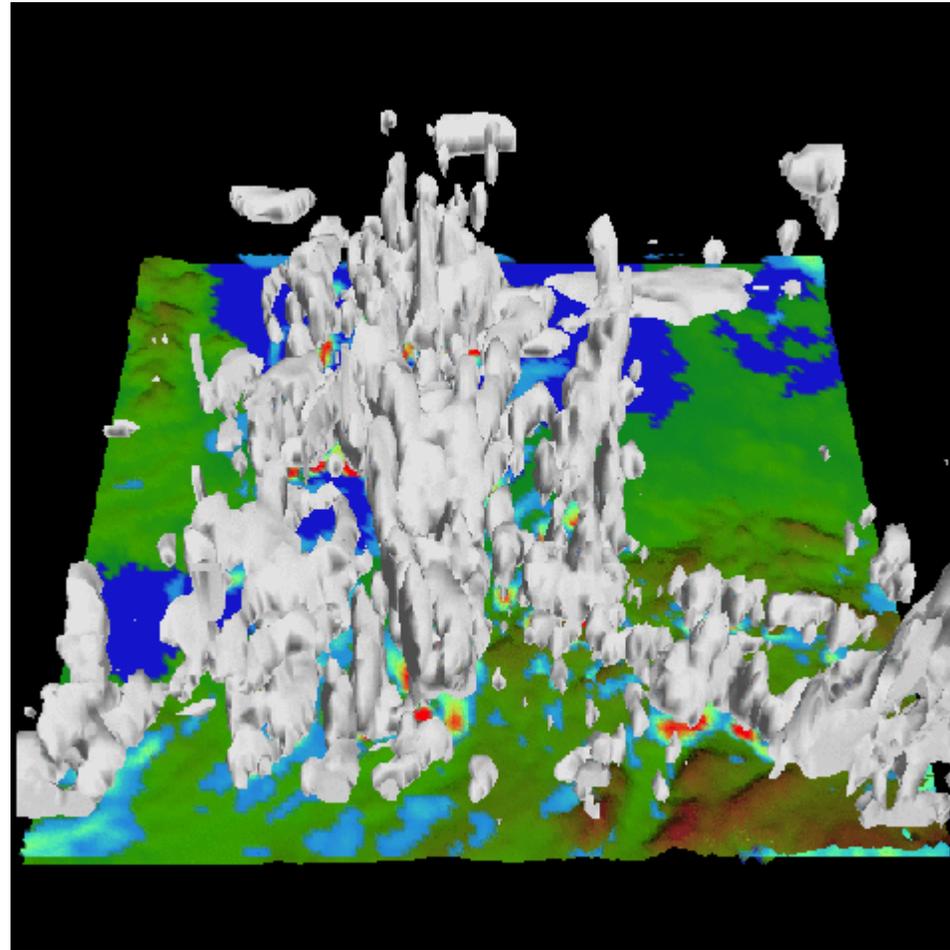
Cabauw, 9. Mai 2003



Von der Beobachtung zur Modellierung von Wolken in der Wettervorhersage

Derzeitige Probleme im Verständnis von Wolken- und Niederschlagsprozessen

- Vorhersageparameter mit der niedrigsten Vorhersagequalität
- Mikrophysik zu komplex für exakte Lösungen → Parameterisierung
- Skala ist klein gegenüber der Auflösung von Wettervorhersagemodellen
 $\Delta x \sim 10 \text{ km}$



Bedeutung im Klimasystem

- Nur ca. 1 % des Wassers in der Atmosphäre in Form von Wolken
- Wolken sind extrem wirkungsvolle **Strahlungsregulatoren**
- Wolken und Niederschlag sind wichtige Komponenten im **Wasser- und Energiekreislauf**



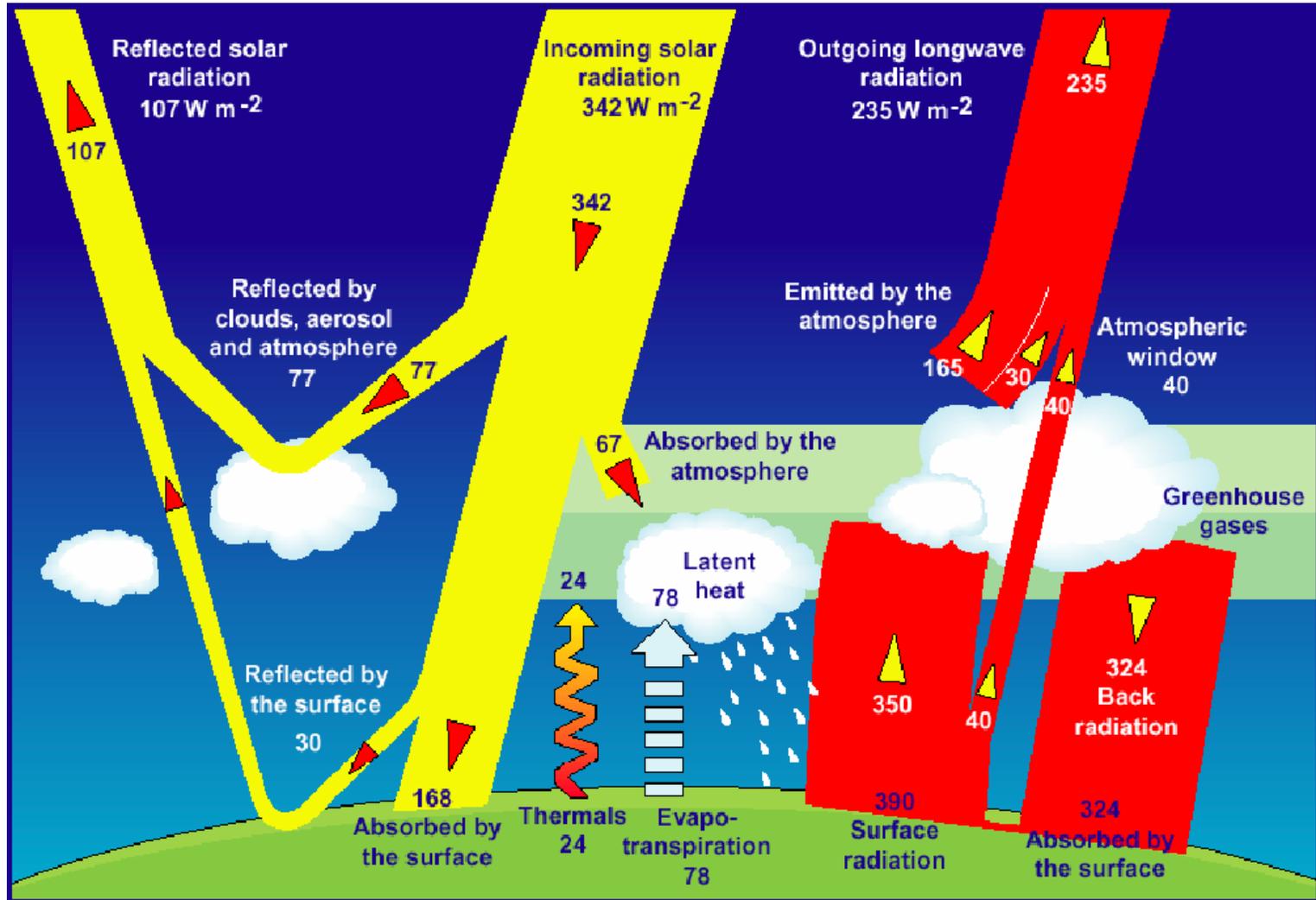
Komplexe Rückkopplungseffekte

Schnee → Erhöhung der Bodenalbedo → Reduktion der Absorption solarer Strahlung

Niederschlag → Vegetationswachstum → dunklere Boden → höhere Absorption

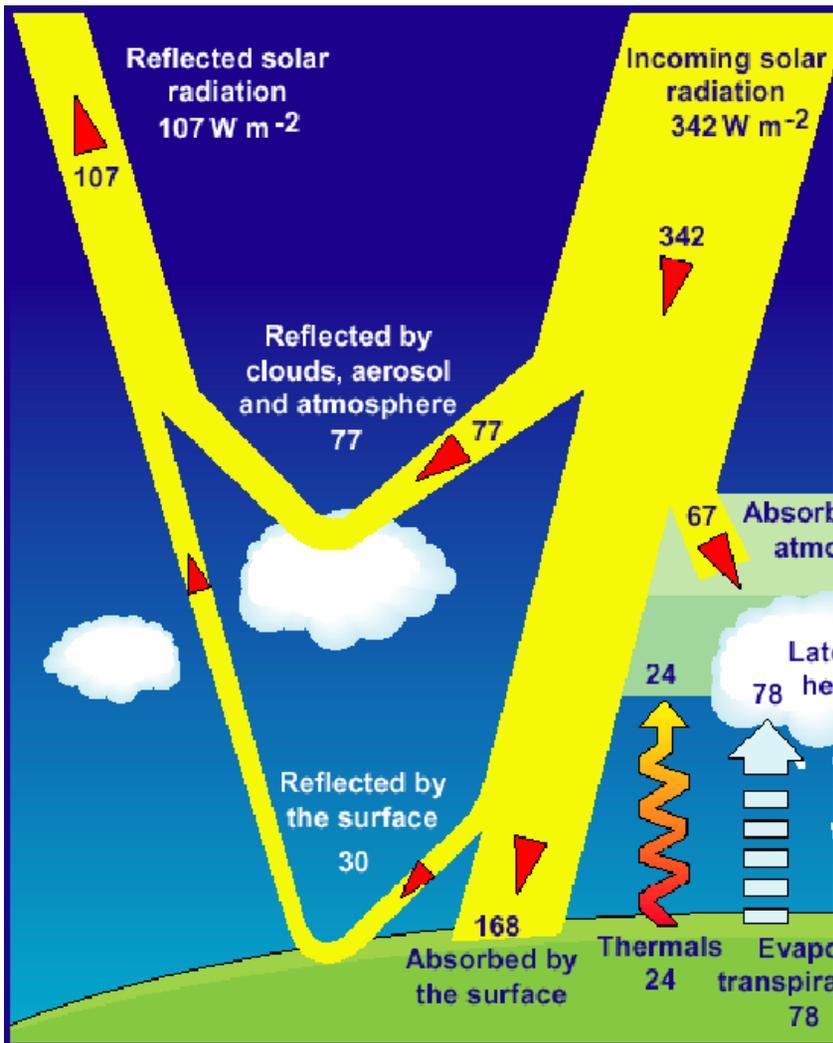


Energiebilanz im Klimasystem



KIEHL J., and K. TRENBERTH, 1997: Earth's annual global mean budget. *Bull. Am. Met. Soc.*, **78**, 197-208.

Strahlungseffekte von Wolken



Zahlen sind unsicher, insbesondere die Absorption durch Wolken ($4\text{-}30 \text{ Wm}^{-2}$)

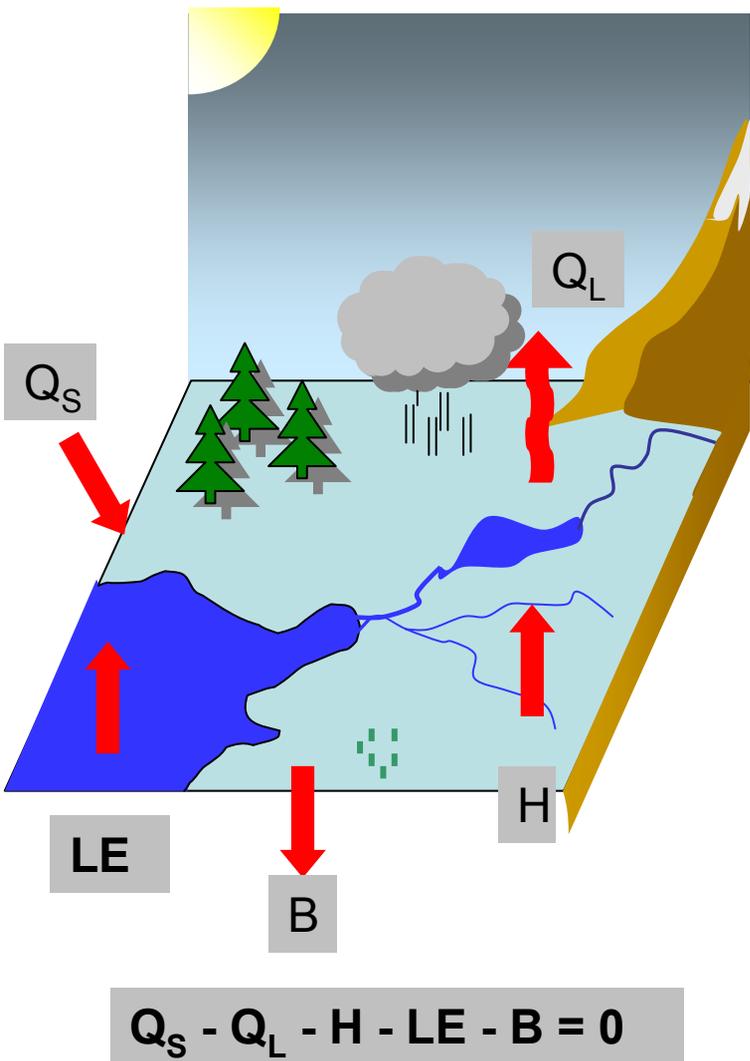
Im **kurzwelligem Spektralbereich** kühlen Wolken das Klimasystem durch ihre hohe Reflektion solarer Strahlung
→ Albedoeffekt

Im **langwelligem Spektralbereich** tragen Wolken zum Treibhauseffekt bei, da sie weniger thermische Energie in den Weltraum abstrahlen als die Erdoberfläche.

Im globale Mittel kühlen Wolken die Atmosphäre um ca. 20 Wm^{-2}



Wolken im globalen Energiekreislauf



- Vertikaltransporte in konvektiven Wolken
Cumuluskonvektion sorgen für den Ausgleich des atmosphärischen Energiedefizits
- Wolken wirken auf großräumige atmosphärische Dynamik durch Transport latenter Wärme (meridionaler Gradient)
- wichtige Komponente in Hadley- und Monsun-Zirkulation

Q_S - Nettostrahlung solar [$W m^{-2}$]

Q_L - Nettostrahlung terrestrisch [$W m^{-2}$]

H - Fluss fühlbarer Wärme [$W m^{-2}$]

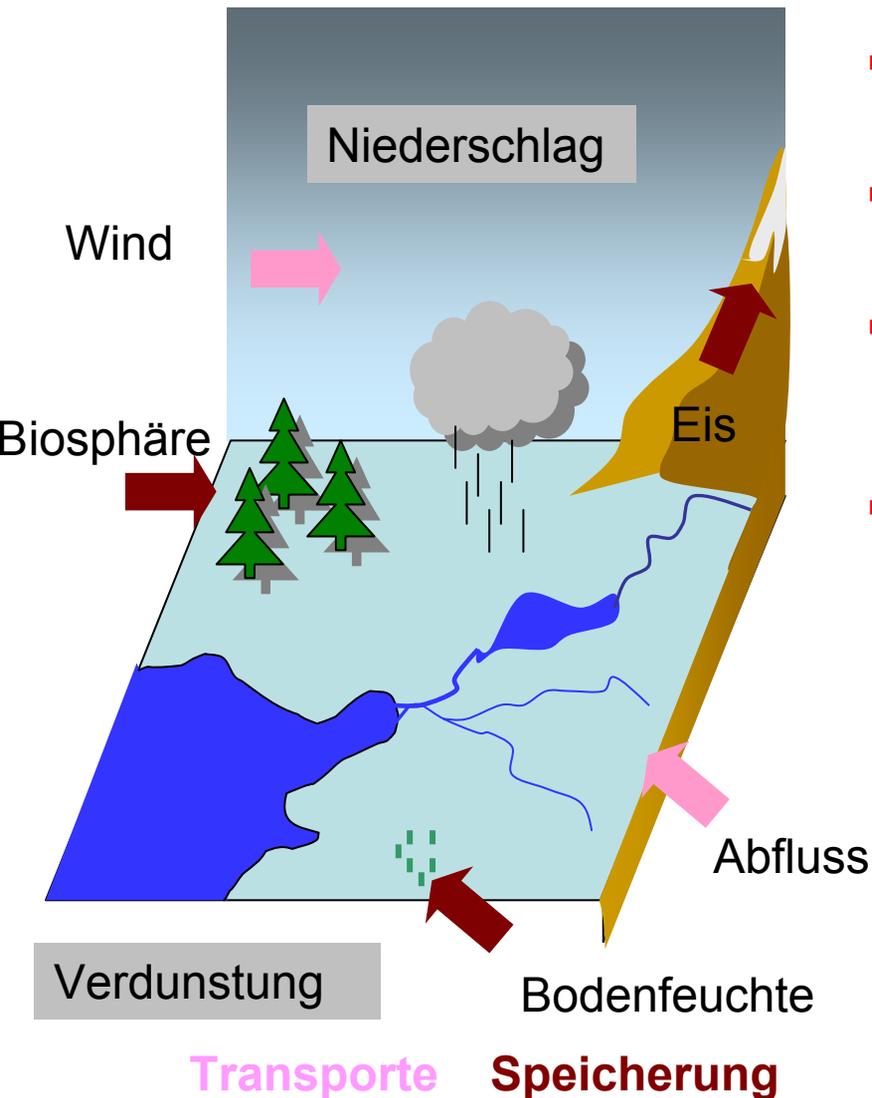
LE - Fluss latenter Wärme [$W m^{-2}$]

B - Bodenwärmestrom [$W m^{-2}$]

$$Q_S - Q_L - H - LE - B = 0$$



Wasserkreislauf



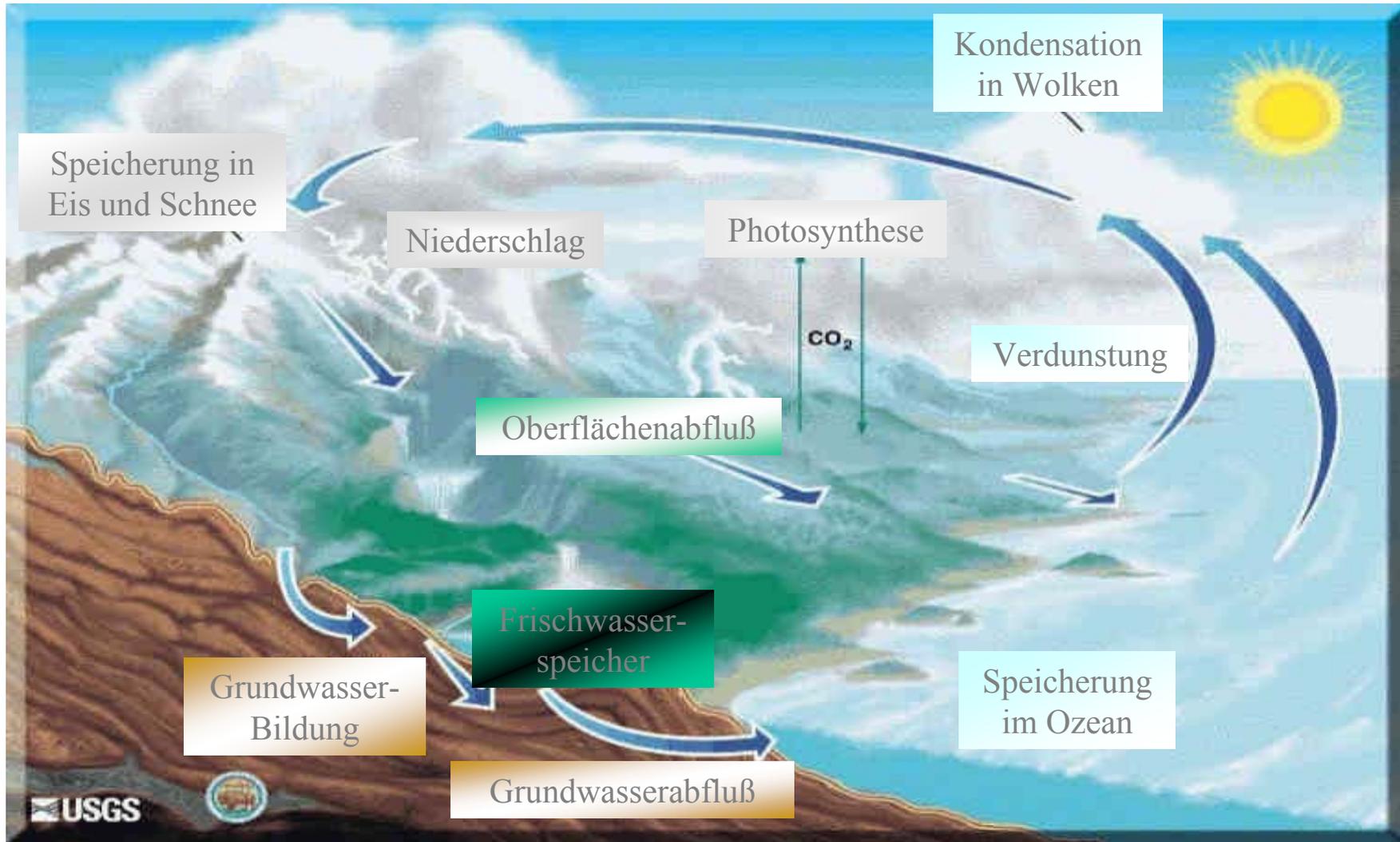
- Wasser - die Schlüsselkomponente des Klimasystems
- Wasser verknüpft physikalische, biologische und sozio-ökonomische Systeme
- physikalische Besonderheiten
 - drei Phasen (Eis, Wasser, Wasserdampf)
 - fünf Kompartimente
- Zeitliche und räumliche Änderungen der Austauschprozesse

$$\text{Global: } P - E = 0$$

E - Verdunstung [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]

P - Niederschlag [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]

Wasserkreislauf



Kopplung Energie- und Wasserkreislauf

Energieumsatz bei Phasenübergängen \Rightarrow Kopplung von Wasser- und Energiekreislauf

- E** - Verdunstung [$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$]
- ρ_w - Dichte von Wasser (10^3 kg m^{-3})
- L** - Verdampfungswärme ($\sim 2.5 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$)
- LE** - Fluss latenter Wärme [W m^{-2}]

$$LE = L \cdot E$$

Globales Mittel:

- 32 Milligramm pro Quadratmeter und Sekunde
- entsprechend 80 Watt pro Quadratmeter
- entsprechend 1000 mm pro Jahr
- entsprechend 10^7 Kubikmeter pro Sekunde

zum Vergleich: Golfstrom transportiert bis zu 150 Sverdrup = $150 \cdot 10^6 \text{ km}^3 \text{ s}^{-1}$



Bedeutung für das Klimasystem

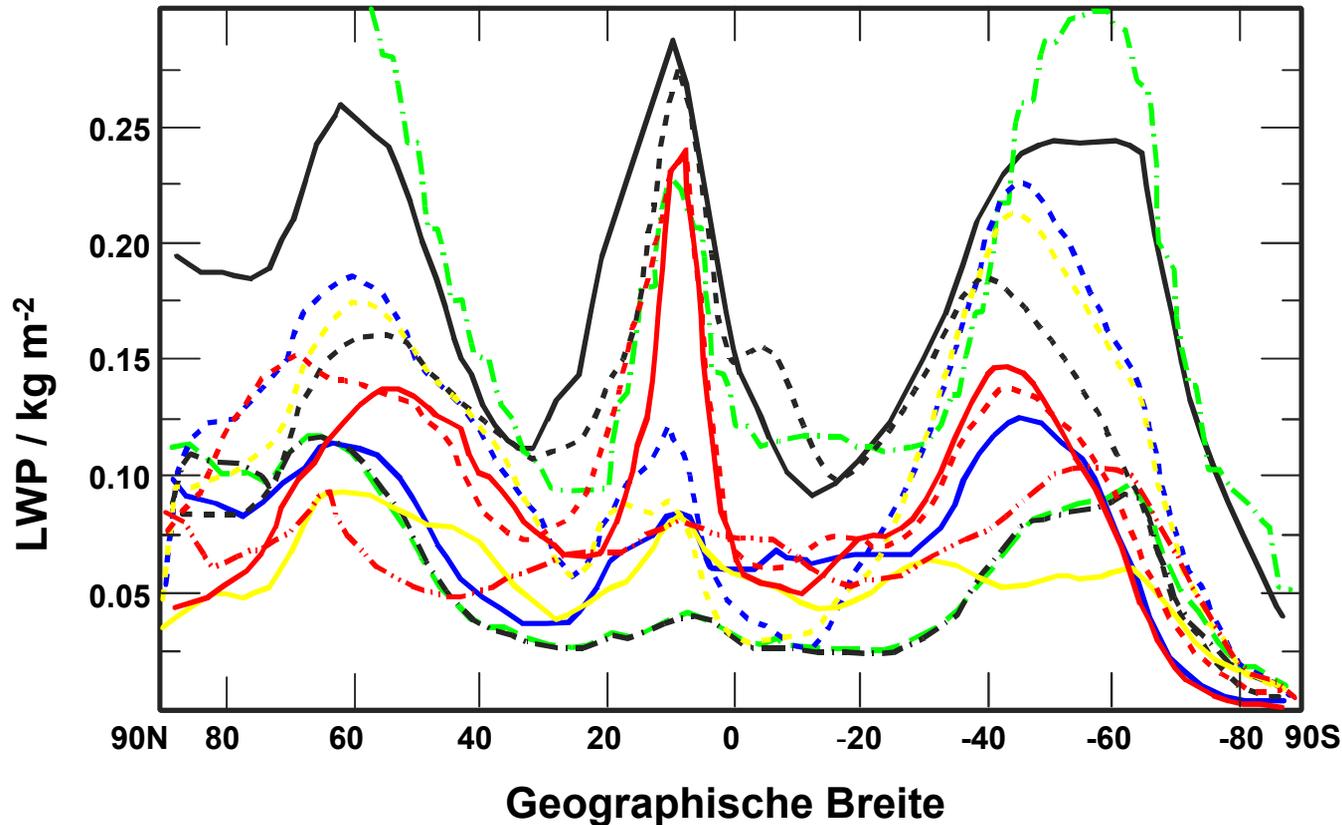
Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC)

„the most urgent scientific problems requiring attention to determine the rate and magnitude of climate change and sea level rise are the factors controlling the distribution of clouds and their radiative characteristics..“



Bedeutung für das Klimasystem

Vergleich von 14 Klimamodellen: Vertikal integrierter Wolkenwassergehalt

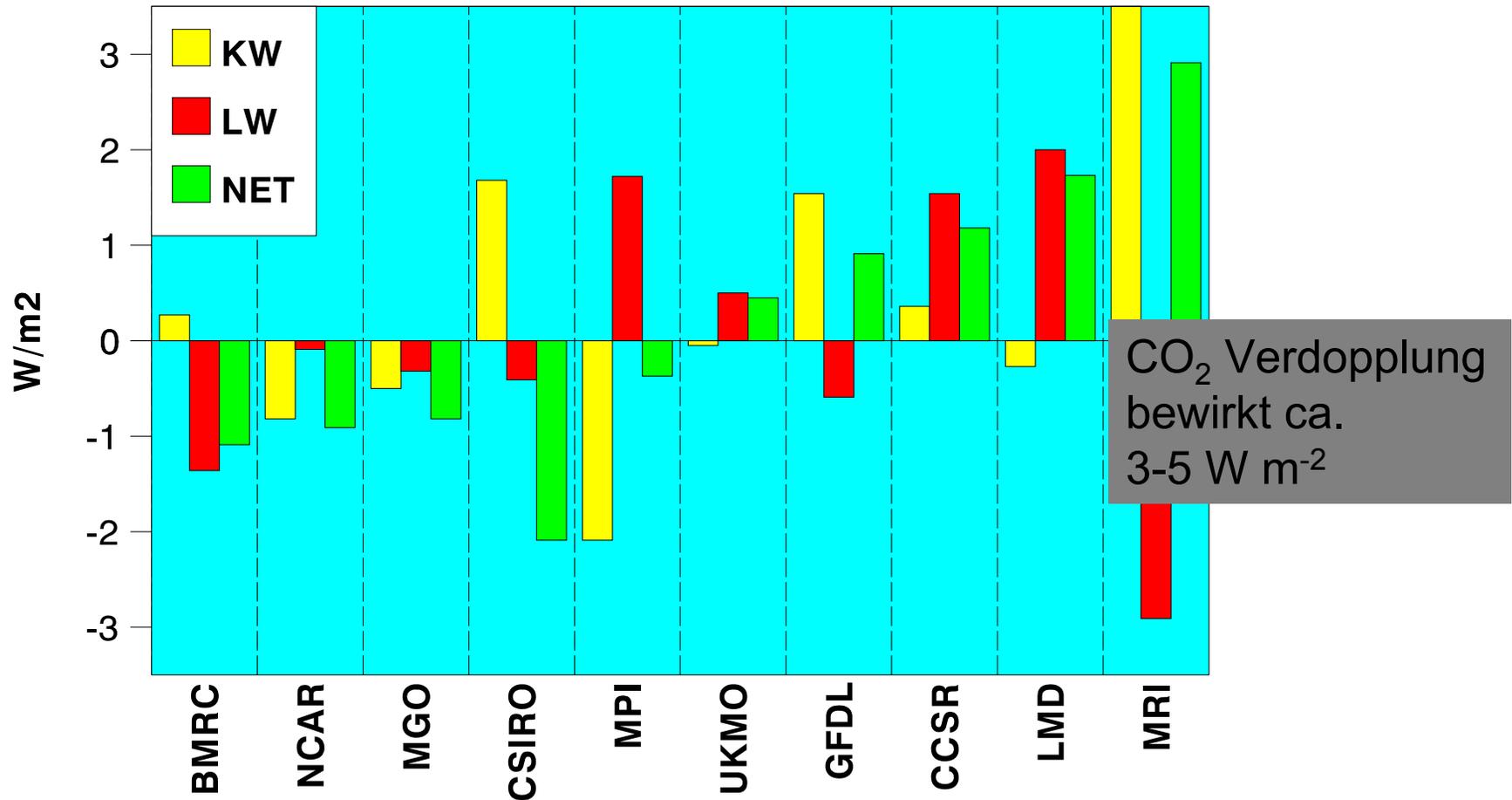


Atmospheric Model Intercomparison (AMIP), Gates et. al. 1999



Bedeutung für das Klimasystem

Wirkung von Wolken auf den Strahlungshaushalt der Troposphäre bei CO₂ Verdopplung



IPCC 2001, Seite 430 nach LeTreut und McAveny, 2000



Zahlenspiele: Flüssigwasserwolke

Wieviel Energie hat eine Wolke?

Flüssigwassergehalt (LWC) = 0.5 g m^{-3}

Horizontale/Vertikale Erstreckung 5000 m/4000 m

→ Wassergehalt = 50 000 000 kg = 50 000 t

→ Kondensationsenergie = $5 \cdot 10^7 \text{ kg} \cdot 2.5 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1} = 1.25 \cdot 10^{13} \text{ J}$

Vergleich: 1) Badewanne hat $2 \text{ m}^3 = 2 \text{ Tonnen}$
25 000 Füllungen

2) Nagasaki Bombe (22 kT TNT; 1 kT TNT = $4.2 \cdot 10^{12} \text{ J}$)

→ $9.4 \cdot 10^{13} \text{ J}$

Energie in der Flüssigphase der Wolke entspricht
ca. etwa einer Nagasaki Bomben



Zahlenspiele: Flüssigwasserwolke

Schönwetter-Cumulus

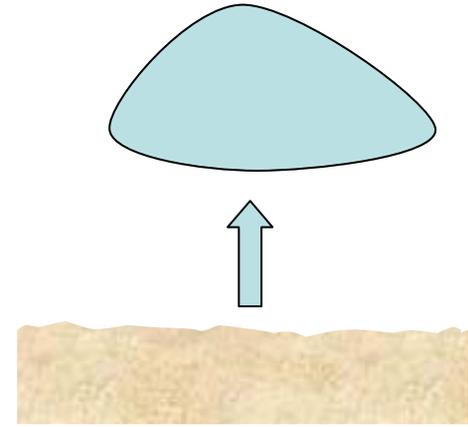
Cumuluswolke entsteht durch Warmluftblase am Lifting Condensation Level

Halbkugel mit Durchmesser 1 km

Flüssigwassergehalt (LWC) = 1 g m^{-3}

Volumen = $2.62 \cdot 10^8 \text{ m}^3$

Wasservolumen = 250 m^3



→ Bodenfläche von der das Wasser verdunstet: $785\,000 \text{ m}^2$

→ Wassersäule von 0.3 mm muss verdunstet werden

Aufgabe3: Angenommen die Wolke ist in 900 hPa , 10 Grad warm, und hat 100% relative Feuchte, wie ist das Verhältnis von Wasserdampf zu Wolkenwasser?

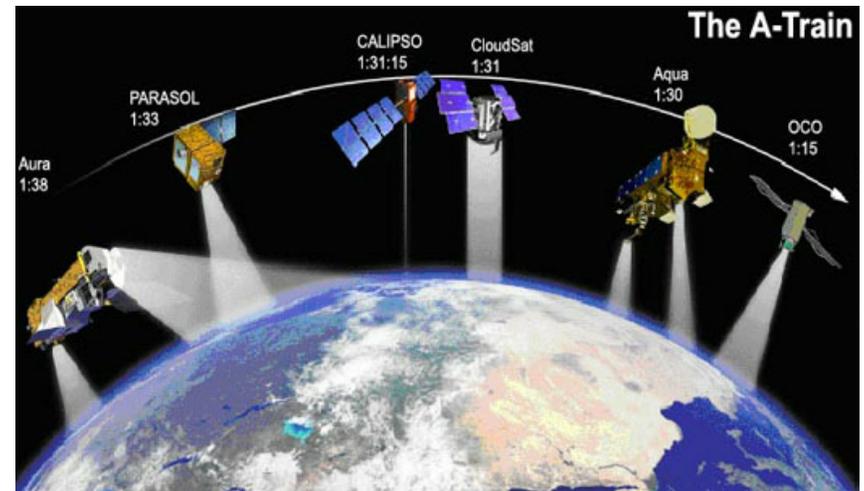


Endlich ... *CloudSat* und *Calipso* gestartet!



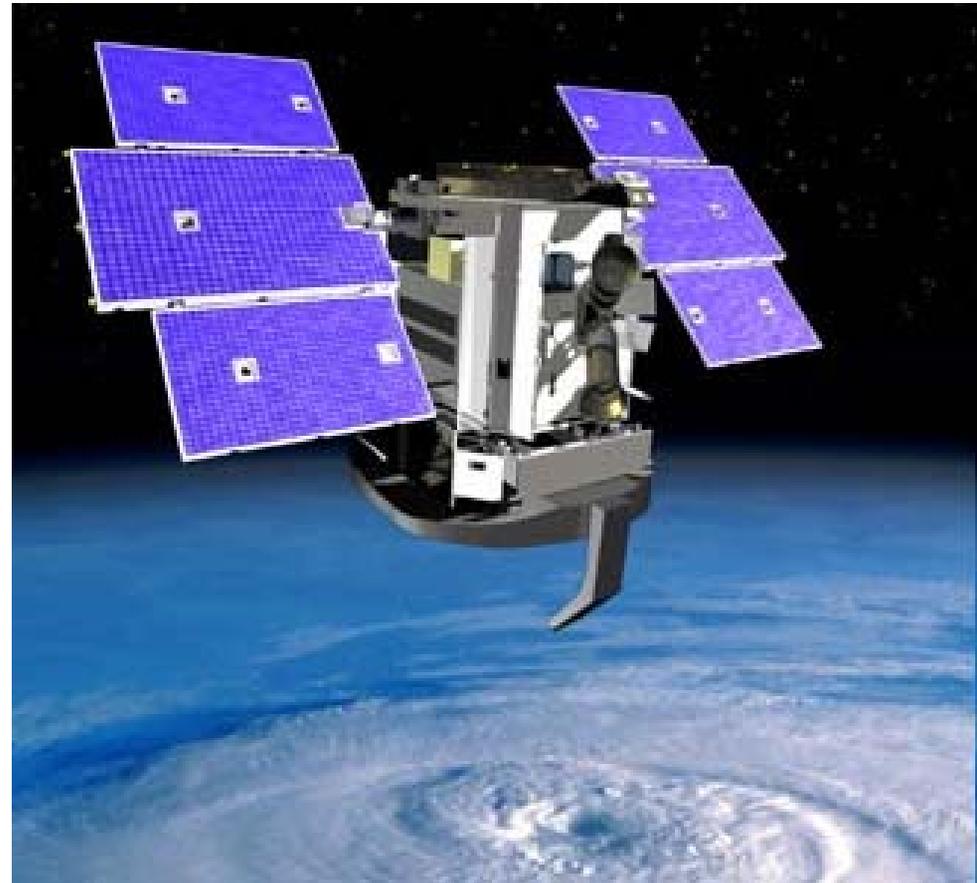
- Ziel: Globale Erfassung der Bewölkung mit aktiver und passiver Fernerkundung
- Teil der A-Train Mission
- beide Satelliten in 705 km, sonnensynchroner Umlauf

NASA's CloudSat and Calipso - Cloud-Aerosol Lidar and Infrared Pathfinder Satellite Observations - launched from Vandenberg Air Force Base, Calif., on April 28, 6:02 a.m. EDT atop a Boeing Delta II rocke



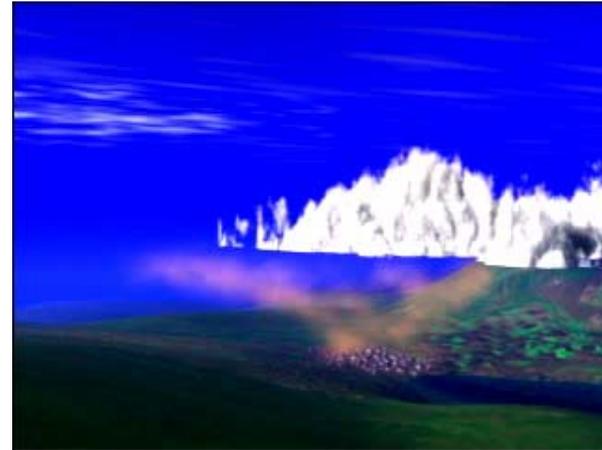
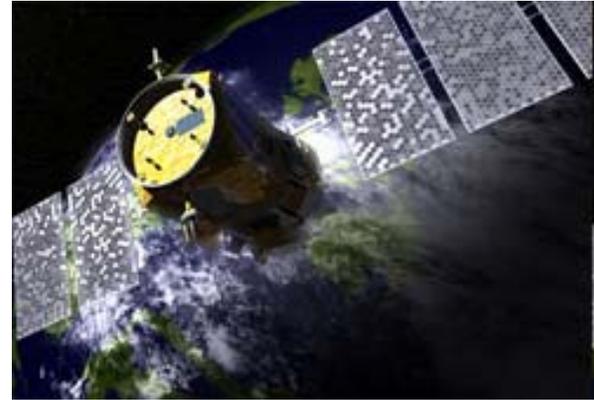
CloudSat

- Erstmaliger Einsatz eines weltraumgebundenen „Wolkenradars“ (94 GHz, Durchdringung der Wolken))
- 1000x höhere Empfindlichkeit als übliche Wetterradargeräte
- Detektierung von Eiswolken **und** Niederschlag (Eisphase, Niesel, größere Wassertropfen)
- Wieviel Prozent der Wolken regnen eigentlich?



Calipso

- Zweikanal Polarisationslidar (CALIOP)
- „Infrared Imaging Radiometer“ (IIR)
- Weitwinkel Kamera
- globale Abdeckung der Bewölkung (Statistiken, dringend benötigt), z.T. auch Mikrophysik
- globale Abdeckung der vertikalen Aerosolverteilung (Art)
- Detektion von optischen dünnen polaren stratosphärischen Wolken (PSCs, Ozonabbau)



133356main_calipso science_NASA WebV_1.mpg



Zusammenfassung 1. Doppelstunde

- Wolken sind sichtbare, in der Luft schwebende Ansammlungen von **Kondensationsprodukten** des Wasserdampfs, d. h. Wolkentropfen ($\sim 10 \mu\text{m}$) o. a. Hydrometeoren
- **Hydrometeore** bezeichnen verschiedene Kategorien von Wolken- und Niederschlagsteilchen, z.B. Wolkentropfen, Eiskristalle, Hagel, Graupel, Schnee, Regen
- Wolken entstehen bei Kondensation, die durch **dynamische Prozesse** (Stabilität, Konvergenz, Advektion) bedingt ist
- Wechselwirkung der unterschiedlichen **Skalen**, die von Kondensationskeimen bis zu den dynamischen Wolkenbildungsprozessen reichen (14 Größenordnungen), komplizieren exakte Beschreibung
- Wolken/Niederschlag bereiten große Probleme in Wettervorhersage-/Klimamodellen
- Wolken nehmen eine zentrale Rolle im Klimasystem ein; sie koppeln **Energie- und Wasserkreislauf**
- Wolkenmikrophysik wird durch die Tropfengrößenverteilung **$N(D)$ [m^{-4}]** (auch beschrieben (Form und Phase zusätzlich)
Allerdings sind meist nur Momente bekannt:

$$m_n = \int_0^{\infty} D^n N(D) dD$$



Gliederung der Vorlesung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- **Beobachtungen von Wolken (Phänomenologie)**
- **Größenverteilungen von Wolkenpartikeln**
- **Thermodynamik**

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eiswolken

IV. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag

V. Messung von Wolken & Niederschlagsparametern

- in-situ, Radar, Satellit
- Niederschlagsklimatologien

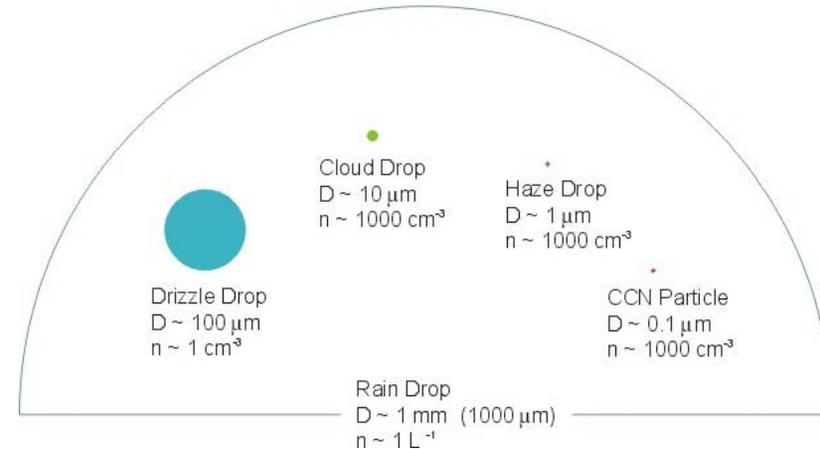
VI. Modellierung von Wolken, Niederschlagsvorhersage

- bulk, spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Aufgabe 1

- **Wieviele Wolkentropfen machen einen Regentropfen?**

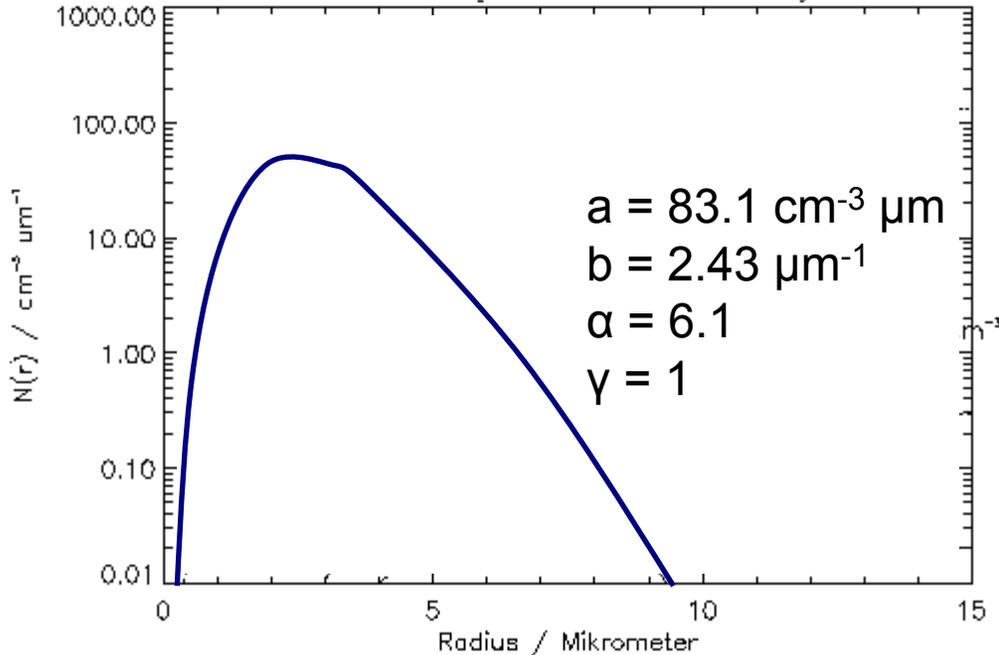


- **Welche Radius- bzw. Massenwachstumsgeschwindigkeit muss herrschen, damit aus einem Wolkentropfen in 20 min ein Regentropfen entsteht?**



Aufgabe 2

Stratus after Chylek and Ramaswamy 1982



Modifizierte Gamma-Verteilung

$$N(r) = a \cdot r^\alpha \cdot \exp(-b \cdot r^\gamma)$$

$\gamma=0 \rightarrow$ Gamma-Verteilung

$$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} e^{-y} y^{k-1} dy$$

Modalradius $\frac{dN(r_m)}{dr} = 0 \quad r_m = \left(\frac{\alpha}{b\gamma} \right)^{1/\gamma}$

$$\Gamma(n+1) = n!$$

Frage: Welche Werte haben **N**, **LWC** und **Z** für das idealisierte Tropfenspektrum für Stratus?



Aufgabe 3

Schönwetter-Cumulus

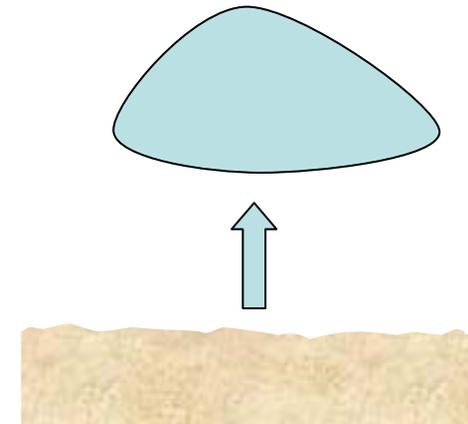
Cumuluswolke entsteht durch Warmluftblase
am Lifting Condensation Level (LCL)

Halbkugel mit Durchmesser 1 km

Flüssigwassergehalt (LWC) = 1 g m^{-3}

Frage: Angenommen die Wolke ist in 900 hPa, 10°C
warm, und hat 100% relative Feuchte, wie ist das
Verhältnis von Wasserdampf zu Wolkenwasser?

- Gasgleichung für Wasserdampf $a = e / R_w T$
- Berechnung des Dampfdrucks e
 $f = 100 \% \rightarrow e = e_s(T) = e_s(10^\circ) \sim 12 \text{ hPa}$
- Berechnung der absoluten Feuchte (Wasserdampfdichte)
 $a = 1232 \text{ Pa} / (471 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 283.15 \text{ K}) \sim 9 \text{ g m}^{-3}$



Phänomenologie, Wolkenklassifikation



Wolkentypen nach Howard (1803)

■ **Cumulus** (Haufenwolke)

- Entstehung durch Konvektion in instabiler Luftmasse
- Vertikaler Streckung wird durch Instabilität bestimmt
- vergleichbare Abmessungen in Horizontale und Vertikale

w zwischen 3 m/s (Cumulus)
bis 30 m/s (Cumulonimbus)

LWC zwischen
0.3 - 1.0 (2.5) gm^{-3}

■ **Stratus** (Schichtwolke)

- geringe Vertikaler Streckung im Vergleich zur Horizontalen (bis 1000 km)
- Formation durch großräumige Hebung (Orographie, Fronten,..)
- am Boden als Nebel bezeichnet (durch Strahlungskühlung oder Mischung)

■ **Cirrus** (Federwolke)

- faserige Struktur, Eisolke

w ca. 0.1 m/s; **LWC** 0.05 - 0.25 gm^{-3}

■ **Nimbus**

- regnende Wolken
- Cumulonimben können sich durch gesamte Troposphäre und horizontal bis 100 km erstrecken

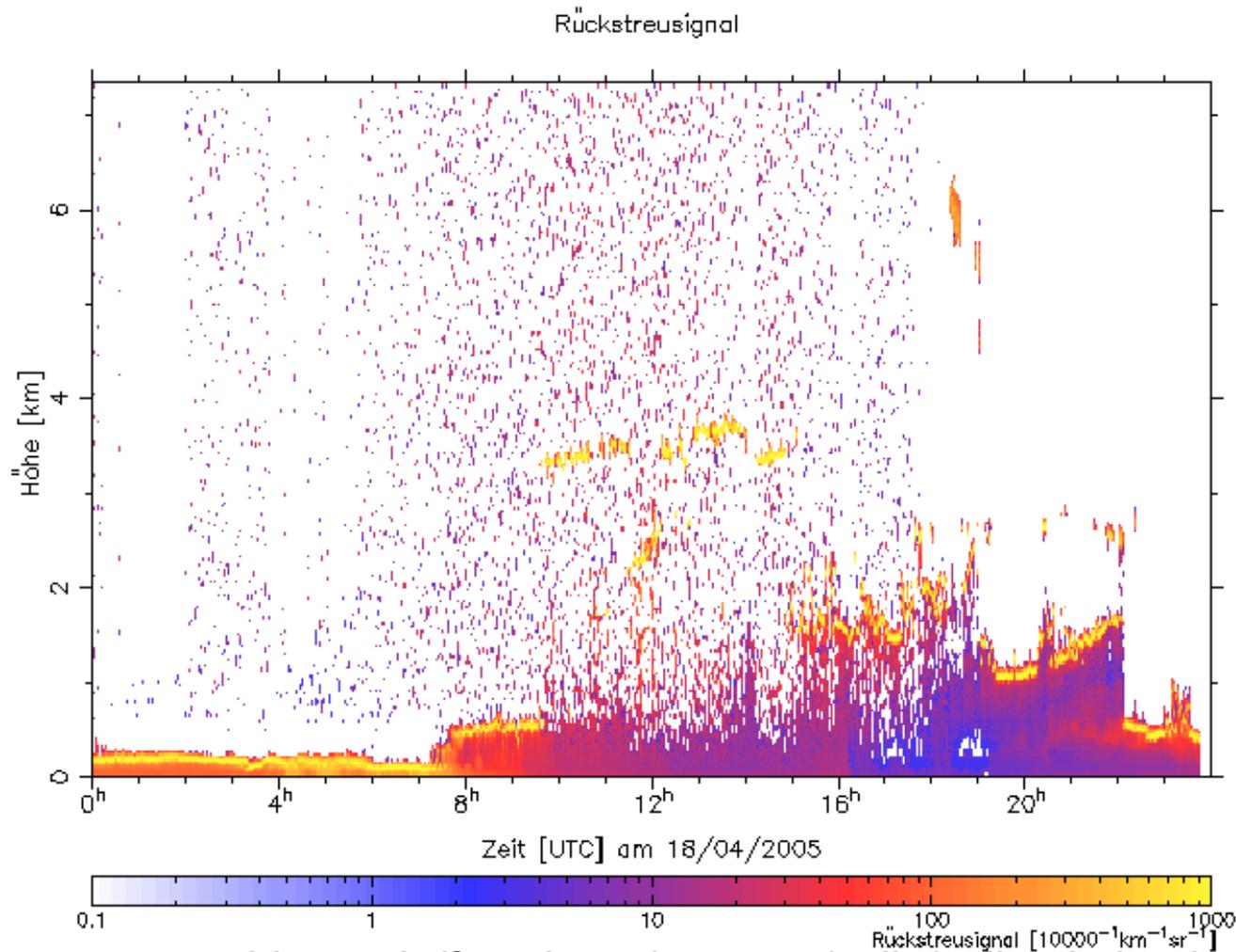


Wolkenstockwerke

Stockwerk	Polargebiet	Mittlere Breiten	Tropen
Hohe Wolken	3-8 km	5-13 km	6-18 km
Mittelhohe Wolken	2-4 km	2-7 km	2-8 km
Tiefe Wolken	0-2 km	0-2 km	0-2 km



Messung der Wolkenhöhe mittels Ceilometer



http://www.meteo.uni-bonn.de/forschung/gruppen/ceilo/ceilo_tip.html



Klassifikationsschema

Unterteilung in:

- **10 Wolkengattungen** (Großschrift)
 - **14 Wolkenarten** (3 Buchstaben, Kleinschrift)
 - 9 Wolkenunterarten (2 Buchstaben, Kleinschrift)
 - 9 Sonderformen und Begleitwolken (3 Buchstaben, Kleinschrift)
 - » Herkunft (5 Buchstaben: Art+“gen“, Kleinschrift)

Theoretisch: 11340 Klassen + 10 Herkunftsarten

Aber: es existieren nicht alle Kombinationen!

Beispiele: Karlsruher Wolkenatlas! <http://www.wolkenatlas.de/wbilder.htm>



Wolkengattungen

Wolkenstockwerk		
hoch	mittel	tief
Cirrus (Ci)		
Cirrocumulus (Cc)		
Cirrostratus (Cs)		
	Alto cumulus (Ac)	
Altostratus (As)		
Nimbostratus (Ns)		
		Stratocumulus (Sc)
		Stratus (St)
Cumulus (Cu)		
Cumulonimbus (Cb)		



Wolkenarten

Calvus (cal): (kahlköpfig) Cb, ohne Cirrus

Capillatus (cap): (behaart) Cb, faserige Cirren

Castellanus (cas): (zinnenförmig) Ci, Cc, Ac, Sc, Türmchenbildung

Congestus (con): (Haufen) Cu, kräftige, blumenkohlartige Cumuli

Fibratus (fib): (faserig) Ci, Cs, lange Fasern

Floccus (flo): (flockig) Ci, Cc, Ac, ähnlich einem Wattebausch

Fractus (fra): (zerrissen) St, Cu, unregelmäßige Fetzen

Humilis (hum): (niedrig) Cu, „Schönwetter“-Cumuli geringer vertikaler Erstreckung

Lenticularis (len): (linsenförmig) Cc, Ac, Sc, linsenförmige Wolken mit scharfer Begrenzung, oft orographische Wolken

Mediocris (med): (mittelgroß) Cu, Cumuli mittlerer Erstreckung (bis 2 Stockwerke)

Nebulosus (neb): (neblig) Cs, St, Wolken ohne innere Struktur

Spissatus (spi): (verdichtet) Ci, optisch dichte Cirren

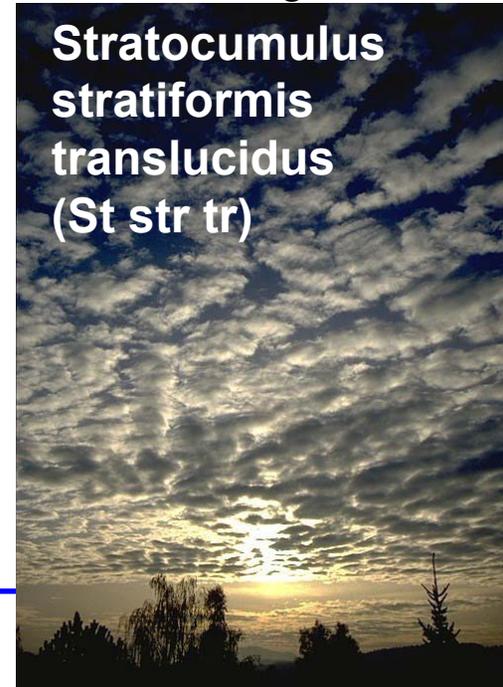
Stratiformis (str): (flach) Cc, Ac, Sc, flache Wolken mit erkennbarer Schichtung

Uncinus (unc): (hakenförmig) Ci, Cirren in Hakenform



Cirrus fibratus
vertebratus (Ci fib ve)
Cumulus humilis
(Cu hum)

**Stratocumulus
stratiformis
translucidus
(St str tr)**



Wolkenunterarten

Cirrus stratiformis
undulatus
(Ci str un)

Duplicatus (du): (doppelt) Ci, Cs, Ac, As, Sc, zwei Wolkenfelder übereinander in demselben Stockwerk

Intortus (in): (verflochten) Ci, Cirren mit gekrümmten und überlagerten Fäden

Lacunosus (la): (lückenhaft) Cc, Ac, Sc, dünne Wolken mit Löchern

Opacus (op): (schattenspendend) Ac, As, St, Sc, von Sonne nicht durchdringbar

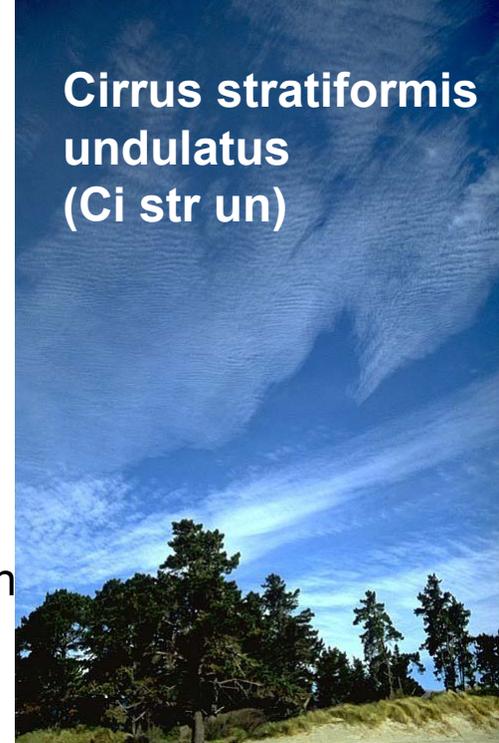
Perlucidus (pe): (durchscheinend) Ac, Sc, mit wolkenfreien Zwischenräumen

Radiatus (ra): (strahlenförmig) Ci, Ac, As, Sc, Cu, zusammenlaufende parallele Wolkenbänder

Translucidus (tr): (durchsichtig) Ac, As, Sc, St, Sonne scheint durch die Wolken (nicht durch Löcher!)

Undulatus (un): (wellenförmig) Cc, Cs, Ac, As, Sc, St

Vertebratus (ve): (Wirbel, Gelenk) Ci, Hauptstrang mit rechts und links abzweigenden Fasern



Sonderformen und Begleiterscheinungen

Arcus (arc): (Bogen) Cu, Cb, Wolken- bzw. Böenwalze

Incus (inc): (Amboß) Cb, bildet den oberen Teil eines Cb

Mamma (mam): (Brust) Ci, Cc, Ac, As, Sc, Cb, nach unten hängende halbkreisförmige Wolken

Pannus (oan): (Fetzen), As, Ns, Cu, Cb: zerfetzte Wolkenteile

Pileus (pil): (Haube) Cu, Cb, Eiswolken in Form einer oben runden Haube über der Cu- oder Cb-Wolke

Praecipitatio (pra): (Fall) As, Ns, Sc, St, Cu, Cb, Niederschlag

Tuba (tub): (Röhre) Cu, Cb, vertikale aus der Wolke wachsende Säule

Velum (vel): (Segel) Cu, Cb, Begleitwolke in Schleierform im oberen Bereich, die von der Mutterwolke oft durchstoßen wird

Virga (vir): (Besen, Ast, Zweig) Cc, Ac, As, Ns, Sc, Cu, Cb, sichtbare Niederschlagsfallstreifen, die den Boden nicht erreichen



**Altostratus stratiformis opacus mamma
(Ac str op mam)**



Matrix der Klassifikationen

Gattung	Arten	Unterarten	Sonderformen	Mutterwolken
Cirrus Ci	fib, unc, spi, cas, flo	in, ra, ve, du	mam	Cc, Ac, Cb
Cirrocumulus Cc	str, len, cas, flo	un, la	vir, mam	-
Cirrostratus Cs	fib, neb	du, un	-	Cc, Cb
Alto cumulus Ac	str, len, cas, flo	tr, pe, op, du, un, ra, la	vir, mam	Cu, Cb
Altostratus As	-	tr, op, du, un, ra	vir, pra, pan, mam	Ac, Cb
Nimbostratus Ns	-	-	pra, vir, pan	Cu, Cb
Stratocumulus Sc	str, len, cas	tr, pe, op, du, un, ra, la	mam, vir, pra	As, Ns, Cu, Cb
Stratus St	neb, fra	op, tr, un	pra	Ns, Cu, Cb
Cumulus Cu	hum, med, con, fra	ra	pil, vel, vir, pra, arc, pan, tub	Ac, Sc
Cumulonimbus Cb	cal, cap	-	pra, vir, pan, inc, mam, pil, vel, arc, tub	Ac, As, Ns, Sc, Cu



Eigenschaften der Wolkentypen

<i>Type</i>	<i>Height of base (km)</i>	<i>Freq. over oceans (%)</i>	<i>Coverage over oceans (%)</i>	<i>Freq. over land (%)</i>	<i>Coverage over land (%)</i>
Low level:					
Stratocumulus (Sc)	0-2	45	34	27	18
Stratus (St)	0-2	(Sc+St)	(Sc+St)	(Sc+St)	(Sc+St)
Nimbostratus (Ns)	0-4	6	6	6	5
Mid level:					
Altostratus (As)	2-7	46	22	35	21
Altostratus (As)	2-7	(Ac+As)	(Ac+As)	(Ac+As)	(Ac+As)
High level:					
Cirrus (Ci)	7-18	37	13	47	23
Cirrostratus (Cs)	7-18	Ci+Cs+Cc	Ci+Cs+Cc	Ci+Cs+Cc	Ci+Cs+Cc
Cirrocumulus (Cc)	7-18				
Clouds with vertical development					
Cumulus (Cu)	0-3	33	12	14	5
Cumulonimbus (Cb)	0-3	10	6	7	4



Tropfenspektren verschiedener Wolken

Modifizierte Gammaverteilung

$$N(r) = a \cdot r^\alpha \cdot \exp(-b \cdot r^\gamma)$$

$$r_{eff} = \frac{m_3}{m_2}$$

Hess et al. (1998)

	r_m [μm]	α	γ	a	b	r_{eff} [μm]	N_{tot} [cm^{-3}]	LWC [gm^{-3}]
St kontinental	4.7	5	1.05	9.7E-3	0.938	7.33	250	0.28
St maritim	6.75	3	1.3	3.8E-3	0.193	11.3	80	0.30
Cu kontinental	4.8	5	2.16	1.1E-3	0.078	5.77	400	0.26
Cu verschmutzt	3.53	8	2.15	8.1E-4	0.247	4.0	1300	0.30
Cu maritim	10.4	4	2.34	5.7E-5	0.007	12.68	65	0.44
Nebel	8.06	4	1.77	3.0E-4	0.056	10.7	15	0.06



Bisher benutzte Variablen

N(D)	Tropfengrößenverteilung in $[m^{-4}]$, D: Tropfendurchmesser
r	Tropfenradius
N_{tot}	Gesamtropfenkonzentration in $[m^{-3}]$
LWC	Flüssigwassergehalt in $[gm^{-3}]$
m_n	n-tes Moment von N(D)
R	Niederschlagsrate in $[mm h^{-1}]$
w	Vertikalgeschwindigkeit in $[m s^{-1}]$
v	Fallgeschwindigkeit in $[m s^{-1}]$
Z	Radarreflektivitätsfaktor
Q	Netto-Strahlungsbilanz in $[W m^{-2}]$
H	Fluss sensibler Wärme in $[W m^{-2}]$
LE	Fluss latenter Wärme in $[W m^{-2}]$, E: Evaporation $[kg m^{-2} s^{-1}]$, L Verdunstungswärme $2.5 \cdot 10^6 J kg^{-1} K^{-1}$
B	Bodenwärmestrom in $[W m^{-2}]$



Thermodynamik I:

Feuchtemaße & Sättigung



Allgemeine Gasgleichung

- p** Druck [Pa]
V Volumen [m³]
n Anzahl der Moleküle [mol⁻¹]
R Allgemeine Gaskonstante = 8.314 J mol⁻¹ K⁻¹
T Temperatur [K]
M Masse [kg]
m Molekulargewicht = **M/n**
 trockene Luft: **m_d** = 28.96 g mol⁻¹
 Wasserdampf Luft: **m_v** = 18 g mol⁻¹
- T_v** virtuelle Temperatur $T \cdot (1 + 0.6q)$ [K]
q spezifische Feuchte
ρ_v Wasserdampfdichte oder abs. Feuchte [kg/m³]
- R_d** = 287 J kg⁻¹ K⁻¹ Gaskonstante für trockene Luft
R_v = 461.5 J kg⁻¹ K⁻¹ Gaskonstante des Wasserdampfs

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V = \frac{M}{m} \cdot R \cdot T$$

$$p = \rho \cdot \frac{R}{m} \cdot T$$

R_x

$$e = \rho_v \cdot R_v \cdot T$$

$$p = \rho \cdot R_L \cdot T_v$$



Feuchtemaße

ρ_v - absolute Feuchte [**kg m⁻³**]

$$e = \rho_v \cdot R_v \cdot T$$

e - Partialdruck des Wasserdampfs [**hPa**]

$R_v = R/M_v = 462 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ Gaskonstante des Wasserdampfs

$e_s = f(T)$ Sättigungsdampfdruck

T_d - Taupunkt [**K**]

Abkühlung auf Taupunkt führt zur Kondensation

q - spezifische Feuchte [**kg/kg**]

Masse des Wasserdampfes zur Gesamtmasse der feuchten Luft

→ **m > q**

m - Mischungsverhältnis [**kg/kg**]

Masse des Wasserdampfes zur Gesamtmasse der trockenen Luft

f - relative Feuchte [%]

$$f = 100 \cdot \frac{e}{e_s}$$

T_f - Feuchttemperatur [**K**]

Messgröße beim Psychrometer

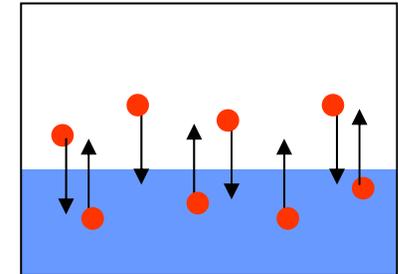


Sättigung

In einem abgeschlossenen, thermisch isolierten System, das teilweise mit Wasser gefüllt ist, treten auf der einen Seite ständig Moleküle vom Wasser (F_{\uparrow}) in die Gasphase über und umgekehrt (F_{\downarrow}).

Erreichen Flüssigkeit und Dampf die gleiche Temperatur, tritt eine Gleichgewichtssituation ($F_{\uparrow} = F_{\downarrow}$) ein, bei der die Rate der in eine Flächeneinheit eintretenden Moleküle und der pro Zeit- und Flächeneinheit verdampfenden Moleküle besteht.

Raum oberhalb der Flüssigkeit ist **gesättigt** mit Wasserdampf



ebene Oberfläche
reines Wasser



Partialdruck des Wasserdampfs = Sättigungsdampfdruck



nur von der Temperatur abhängig



Energie für Verdunstung/Verdampfung

- **Verdampfungswärme L** wird benötigt, um den Übergang einer Einheitsmasse von der flüssigen in die Dampfphase zu bewirken

kinetische Energie der Moleküle im Gas ist höher als der im flüssigen Wasser bei gleicher Temperatur befindlichen

- Enthält Arbeit für Ausdehnung von Flüssigkeit auf Gasvolumen
 - 1 g Wasser nimmt 1 cm³ ein
 - 1600 cm³ bei 1000 hPa und 100°C

$$L_A \equiv p \cdot dV = 1.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

- Tatsächlich wird der größte Teil der Energie für das Aufbrechen der Bindungsenergie benötigt

$$L \cong 2.5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$



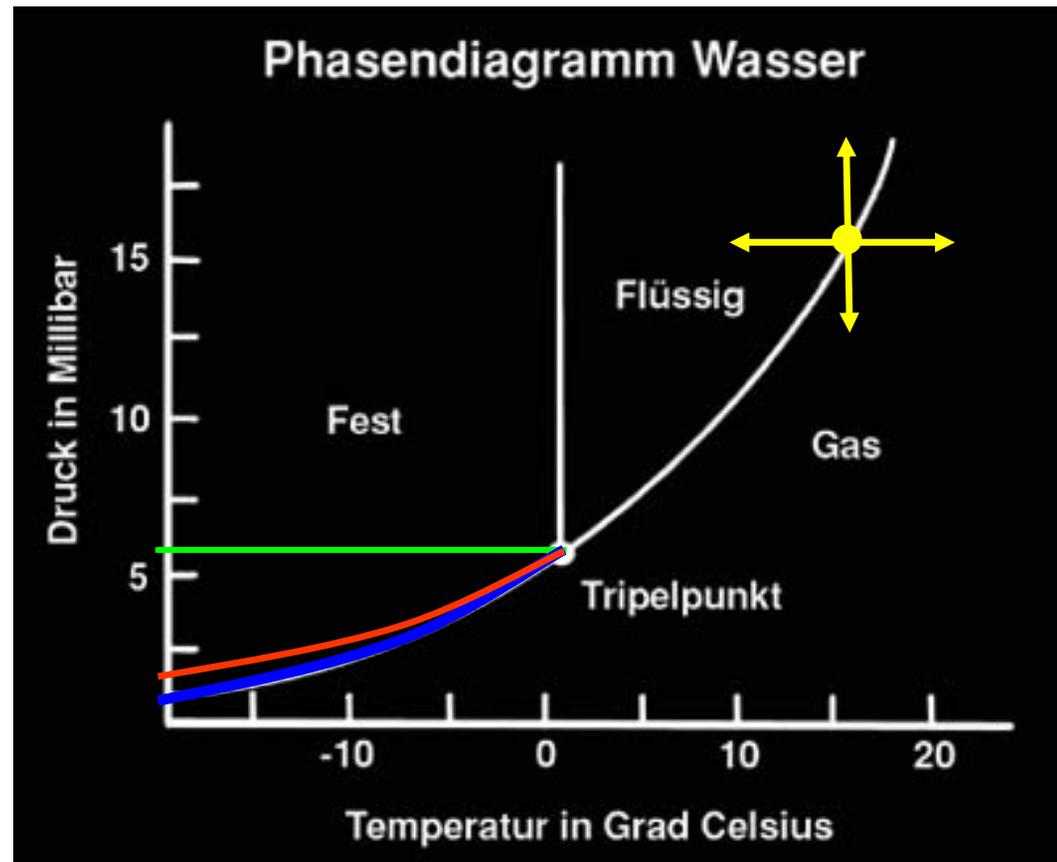
Phasendiagramm I

- Nur auf Kurven können 2 Phasen koexistieren
- Am Tripelpunkt können alle 3 koexistieren

6.11 hPa, 0.01°C

Gleichgewicht zwischen
Eis und Wasserdampf L_i

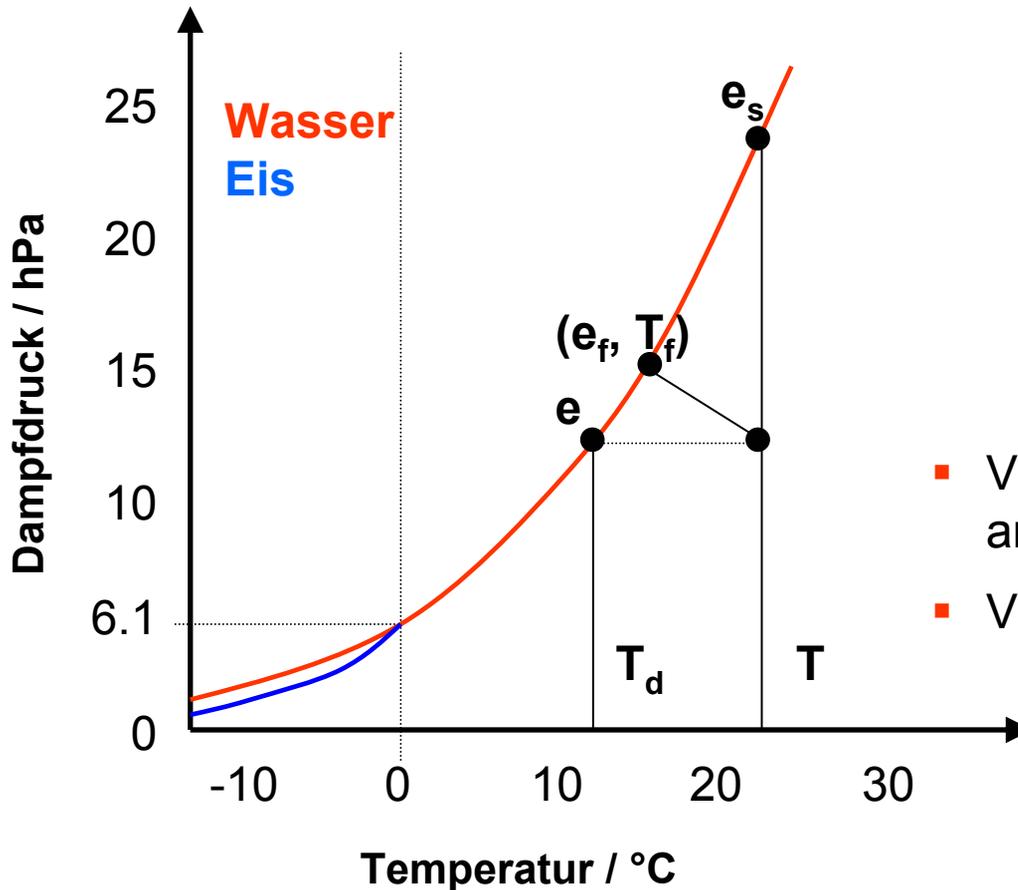
Gleichgewicht zwischen
unterkühltem Wasser und
Wasserdampf L_w



Phasenübergang durch: - Abkühlung/Erwärmung
- Zufuhr/Abfuhr von Wasserdampf



Phasendiagramm II



Psychrometer enthält Feuchththermometer



die **Feuchttemperatur** T_f ergibt sich aus dem Gleichgewicht der turbulenten Flüsse (H, L)

wet bulb temperature

- Verdunstung erhöht Wasserdampfdruck am Feuchththermometer
- Verdunstung führt zur Abkühlung



Hauptsätze der Thermodynamik

1. Wärme ist eine Energieform.
Energie wird erhalten.

$$\delta Q = dU + dW$$

Q - Wärmeenergie
 U - innere Energie
 $W = p dV$ Ausdehnungsarbeit
 $\alpha = V/m$ spezifisches Vol.

spezifische Formulierung,
d.h. pro Masseneinheit

$$\delta q = du + p d\alpha$$

spezifische Wärmekapazität
trockener Luft

$$c_v = \left(\frac{\delta q}{dT} \right)_\alpha \quad c_p = \left(\frac{\delta q}{dT} \right)_p$$

$$c_v = 718 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$
$$c_p = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

2. Entropie als Zustandsvariable.

Spezifische Entropie s verändert sich bei Hinzufügen einer Wärmeenergie dq zu einem Gas.

In einem abgeschlossenen System nimmt die Entropie nicht ab.

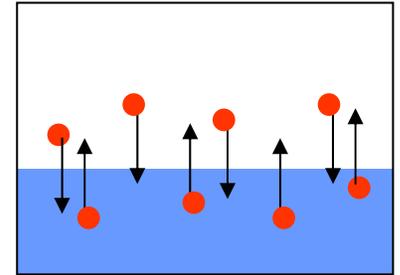
$$ds = \frac{\delta q}{T} \geq 0$$

$$\delta q = T ds = du + p d\alpha$$



Clausius-Clapeyron Gleichung I

Wärme, die für den Übergang einer Einheitsmasse von der flüssigen (l) in die gasförmige (v) Phase benötigt wird



$$L = \int_{ql}^{qv} \delta q = \int_{ul}^{uv} du + \int_{\alpha l}^{\alpha v} p d\alpha$$

$$= u_v - u_l + e_s (\alpha_v - \alpha_l)$$

1. HS der Thermodynamik

q spez. Wärmeenergie
 u spez. innere Energie
 α spez. Volumen
 e_s Sättigungsdampfdruck

$$L = T \int_{ql}^{qv} \frac{\delta q}{T} = T (s_v - s_l)$$

Definition der Entropie **S**

Clausius-Clapeyron Gleichung II

$$L = u_v - u_l + e_s (\alpha_v - \alpha_l) = T(s_v - s_l)$$

$$u_l + e_s \alpha_l - T s_l = u_v + e_s \alpha_v - T s_v$$

$$g_l = g_v$$

Gibbs Funktion ist Erhaltungsgröße bei isotherm, isobaren Phasenübergängen

Abhängigkeit von Temperatur und Druck durch Differenzierung

$$dg = du + e_s d\alpha + \alpha de_s - T ds - s dT = \alpha de_s - s dT$$

1HS: $\delta q = du + e_s d\alpha_s = -T ds$

Beim Phasenübergang vom Wasser (l) zum Dampf (v) gilt

$$dg_l = dg_v$$

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{s_v - s_l}{\alpha_v - \alpha_l}$$



Clausius-Clapeyron Gleichung III

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{s_v - s_l}{\alpha_v - \alpha_l} = \frac{q_v - q_l}{T(\alpha_v - \alpha_l)} = \frac{L}{T(\alpha_v - \alpha_l)}$$

$$\approx \frac{L}{T\alpha_v} = \frac{Le_s}{T^2 R_v}$$

1 g flüssig nimmt 1 cm³ ein
 1 g Dampf " 1600 cm³
 (bei 1000 hPa und 100°C)

$$\alpha_v = R_v T / e_s$$

$$\frac{de_s}{e_s} = \frac{L}{R_v} \frac{dT}{T^2}$$

Annahme: L ist nicht temperaturabhängig



$$e_s(T) = e_s(T_0) \exp\left(\frac{L}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right) = A \exp(-B/T)$$

Experimentelle Bestimmung der Integrationskonstante

$e_s(T_0) = 611 \text{ Pa}$ bei $T_0 = 0^\circ\text{C}$.

Magnus-Formel (empirisch)

$$e_s = 6.1078 \cdot \exp\left(\frac{17.08085 \cdot \vartheta}{234.175 + \vartheta}\right) \quad [\text{hPa}]$$

Temperaturabhängigkeit von L

$$L = u_v - u_l + e_s (\alpha_v - \alpha_l) \approx u_v - u_l + e_s \alpha_v$$

$$\approx u_v - u_l + R_v T$$

Gasgleichung

$$\frac{dL}{dT} = \frac{du_v}{dT} - \frac{du_l}{dT} + R_v = c_{vv} - c + R_v = c_{vp} - c$$

$$c_{pv} = R_v + c_{vv}$$



$$L(T) = L_0 - (c - c_{pv})(T - T_0)$$

Latente Verdampfungswärme hängt schwach von der Temperatur ab:

Variation von 6% im Bereich von -30 bis +30°C

$$L(-30^\circ\text{C})=2575 \text{ J/g}, L(-10^\circ\text{C})=2525 \text{ J/g}, L(10^\circ\text{C})=2477 \text{ J/g}, L(30^\circ\text{C})=2430 \text{ J/g}$$

c_{vv}	spez. Wärme von Wasserdampf bei konst. Volumen	1410 J kg ⁻¹ K ⁻¹
c_{vp}	spez. Wärme von Wasserdampf bei konst. Druck	1870 J kg ⁻¹ K ⁻¹
c	spez. Wärme von Flüssigwasser (1 cal g ⁻¹)	4187 J kg ⁻¹ K ⁻¹

Vorsicht: auch spez. Wärmen sind temperatur- und druckabhängig



Spezifische Wärme feuchter Luft

Zufügen einer Wärmemenge δq zu einem Gemisch (index m) von 1 kg trockener und m kg Wasserdampf

Addition der Wärmekapazitäten

$$(1 + m) \delta q = c_v dT + m c_{vv} dT$$

für spezifische Wärme feuchter Luft bei konst. Volumen c_{vm}

$$c_{vm} = \left. \frac{\delta q}{dT} \right|_v = c_v \left[\frac{1 + mr}{1 + m} \right]$$

$$c_{vm} \approx c_v [1 + m]$$

$$c_{pm} \approx c_p [1 + 0.9m]$$

$$R_m \approx R_d [1 + 0.6m]$$

c_v spezifische Wärme von trockener Luft 718 J kg⁻¹ K⁻¹

c_{vv} spezifische Wärme von Wasserdampf ~ 1410 J kg⁻¹ K⁻¹

$r = c_v / c_{vv} = 1.96 \sim 2$

R_m Gaskonstante für feuchte Luft

Gliederung der Vorlesung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Beobachtungen von Wolken (Phänomenologie)
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- **Thermodynamik (Feuchte Prozesse und Adiabasie)**

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eiswolken

IV. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag

V. Messung von Wolken & Niederschlagsparametern

- in-situ, Radar, Satellit
- Niederschlagsklimatologien

VI. Modellierung von Wolken, Niederschlagsvorhersage

- bulk, spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Zusammenfassung 2. Sitzung

- Synoptiker klassifizieren Wolken mittels Wolkengattung (10), Wolkenarten (14), Wolkenunterarten (9), Sonderformen (9) und Begleiterscheinungen, z.B. *Ac str op mam*
- Zur physikalischen Beschreibung werden andere Wolkenparameter benötigt:
→ **Wolkenmakro- und Wolkenmikrophysik**
- Wolkenmikrophysik beschrieben durch **Tropfengrößenverteilung** (DSD) $N(D)$ [m^{-4}].
Reduktion der Freiheitsgrade durch idealisierte DSD.

z.B. Modifizierte Gamma-Verteilung
mit Modal-Radius
→ Maximum $N(r)$

$$r_m = \left(\frac{\alpha}{b\gamma} \right)^{1/\gamma}$$

$$N(r) = a \cdot r^\alpha \cdot \exp(-b \cdot r^\gamma)$$

- Beschreibung mittels **Momente** der DSD (r_m , r_{eff} , N , LWC , Z)
- In der Meteorologie genutzte **Feuchtemaße** sind: ρ_w , e , m , q , f , T_d , T_f
- Einführung der **Verdampfungswärme L**
- Ableitung der **Clausius-Clapeyron'schen Gleichung** für die Abhängigkeit des **Sättigungsdampfdrucks e_s** von der Temperatur



Bisher benutzte Variablen

$N(D)$	Tropfengrößenverteilung (DSD) in $[m^{-4}]$, D: Tropfendurchmesser
r	Tropfenradius
N_{tot}	Gesamtropfenkonzentration in $[m^{-3}]$
LWC	Flüssigwassergehalt in $[gm^{-3}]$
r_m, r_{eff}	Modalradius, Effektivradius einer DSD
m_n	n-tes Moment von $N(D)$
R	Niederschlagsrate in $[mm h^{-1}]$
w	Vertikalgeschwindigkeit in $[m s^{-1}]$
v	Fallgeschwindigkeit in $[m s^{-1}]$
Z	Radarreflektivitätsfaktor
Q	Netto-Strahlungsbilanz in $[W m^{-2}]$
H	Fluss sensibler Wärme in $[W m^{-2}]$
LE	Fluss latenter Wärme in $[W m^{-2}]$, E: Evaporation $[kg m^{-2} s^{-1}]$, L spez. Verdunstungswärme $2.5 \cdot 10^6 [J kg^{-1} K^{-1}]$
L_i	spez. Sublimationswärme $[J kg^{-1} K^{-1}]$
B	Bodenwärmestrom in $[W m^{-2}]$



Variablen

$Q, q; U, u$	Wärmeenergie [J], spez. Wärmeenergie [J kg^{-1}]; innere Energie
W, w	Arbeit [J], spez. Arbeit [J kg^{-1}]
V, α	Volumen [m^3], spez. Volumen [$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$]
$c_v, c_p; c_{vv}, c_{vp}; c_{mv}, c_{mp}$	spez. Wärmekap. von trockener Luft (; Wasserdampf; feuchter Luft) bei konst. Vol., Druck [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
R_d, R_v, R_m	spezielle Gaskonstante für trockene Luft [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]; Wasserdampf; feuchte Luft
$\rho_w, e, m, q, f, T_d, T_f$	Feuchtemaße: absolute, Dampfdruck, Mischungsverhältnis, spezifische, relative, Taupunkt, Feucht-Temperatur
S, s	Entropie, spez. Entropie [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
$e_s(T); e_{si}(T)$	Sättigungsdampfdruck bzgl. einer reinen Wasseroberfläche; Eisoberfläche
A, B	Konstanten der Clausius-Clapayron'schen Gleichung
T_v	virtuelle Temperatur $T_v = T(1+0.6*m)$



1. HS der Thermodynamik

$\delta Q = dU + \delta W$	allgemeine Formulierung
$\delta q = du + \delta w$	bezogen auf die Einheitsmasse
$\delta q = du + p d\alpha$	mit Volumenausdehnungsarbeit $w = p d\alpha$
$T ds = du + p d\alpha$	mit Entropiedefinition (2.HS) $ds = \delta q / T$
$\delta q = c_v dT + p d\alpha$	mit spez. Wärme bei konst. Volumen $c_v = (\delta q / dT)_\alpha$
$\delta q = c_v dT + R_d dT - \alpha dp$ $\delta q = c_p dT - \alpha dp$	mit Gasgleichung und spez. Wärme bei konst. Druck $p\alpha = R_d T \Rightarrow d(p\alpha) = p d\alpha + \alpha dp = R_d dT$
$\delta q = c_p dT + g dz$	mit hydrostatischer Grundgleichung $dp = -g\rho dz \Rightarrow \alpha dp = -g dz$
$\delta q = dh - \alpha dp$	mit der spez. Enthalpie (ges. Energie) $h = u + p\alpha \Rightarrow dh = du + p d\alpha + \alpha dp = \delta q + \alpha dp$

q spez. Wärmeenergie [J/kg]
u spez. innere Energie [J/kg]
w spez. Arbeit [J/kg]
α spez. Volumen [m³/kg]

$c_v = 717 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
 $c_p = 1004 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
 $R_d = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Clausius-Clapeyron Gleichung III

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{s_v - s_l}{\alpha_v - \alpha_l} = \frac{q_v - q_l}{T(\alpha_v - \alpha_l)} = \frac{L}{T(\alpha_v - \alpha_l)}$$

$$\approx \frac{L}{T\alpha_v} = \frac{Le_s}{T^2 R_v}$$

1 g flüssig nimmt 1 cm³ ein
 1 g Dampf " 1600 cm³
 (bei 1000 hPa und 100°C)

$$\alpha_v = R_v T / e_s$$

$$\frac{de_s}{e_s} = \frac{L}{R_v} \frac{dT}{T^2}$$

Annahme: L ist nicht temperaturabhängig



$$e_s(T) = e_s(T_0) \exp\left(\frac{L}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right) = A \exp(-B/T)$$

Experimentelle Bestimmung der Integrationskonstante

$e_s(T_0) = 611 \text{ Pa}$ bei $T_0 = 0^\circ\text{C}$.

Magnus-Formel (empirisch)

$$e_s = 6.1078 \cdot \exp\left(\frac{17.08085 \cdot \vartheta}{234.175 + \vartheta}\right) \quad [\text{hPa}]$$

Temperaturabhängigkeit von L

$$L = u_v - u_l + e_s (\alpha_v - \alpha_l) \approx u_v - u_l + e_s \alpha_v$$

$$\approx u_v - u_l + R_v T$$

Gasgleichung

$$\frac{dL}{dT} = \frac{du_v}{dT} - \frac{du_l}{dT} + R_v = c_{vv} - c + R_v = c_{vp} - c$$

$$c_{vp} = R_v + c_{vv}$$



$$L(T) = L_0 - (c - c_{vp})(T - T_0)$$

Latente Verdampfungswärme hängt schwach von der Temperatur ab:

Variation von 6% im Bereich von -30 bis +30°C

$$L(-30^\circ\text{C})=2575 \text{ J/g}, L(-10^\circ\text{C})=2525 \text{ J/g}, L(10^\circ\text{C})=2477 \text{ J/g}, L(30^\circ\text{C})=2430 \text{ J/g}$$

c_{vv}	spez. Wärme von Wasserdampf bei konst. Volumen	1410 J kg ⁻¹ K ⁻¹
c_{vp}	spez. Wärme von Wasserdampf bei konst. Druck	1870 J kg ⁻¹ K ⁻¹
c	spez. Wärme von Flüssigwasser (1 cal g ⁻¹)	4187 J kg ⁻¹ K ⁻¹

Vorsicht: auch spez. Wärmen sind temperatur- und druckabhängig



Spezifische Wärme feuchter Luft $c_{mv}=?$

Zufügen einer Wärmemenge δq zu einem Gemisch von 1 kg trockener und w kg Wasserdampf

Addition der Wärmeenergie

$$(1 + w) \delta q = c_v dT + w c_{vv} dT$$

für spezifische Wärme feuchter Luft bei konst. Volumen c_{mv}

$$c_{mv} = \left. \frac{\delta q}{dT} \right|_{\alpha} = c_v \left[\frac{1 + wr}{1 + w} \right]$$

$$c_{mv} \approx c_v [1 + w]$$

$$c_{mp} \approx c_p [1 + 0.9w]$$

$$R_m \approx R_d [1 + 0.6w]$$

c_v spezifische Wärme von trockener Luft 718 J kg⁻¹ K⁻¹

c_{vv} spezifische Wärme von Wasserdampf ~ 1410 J kg⁻¹ K⁻¹

$r = c_{vv}/c_v = 1.96 \sim 2$

R_m Gaskonstante für feuchte Luft

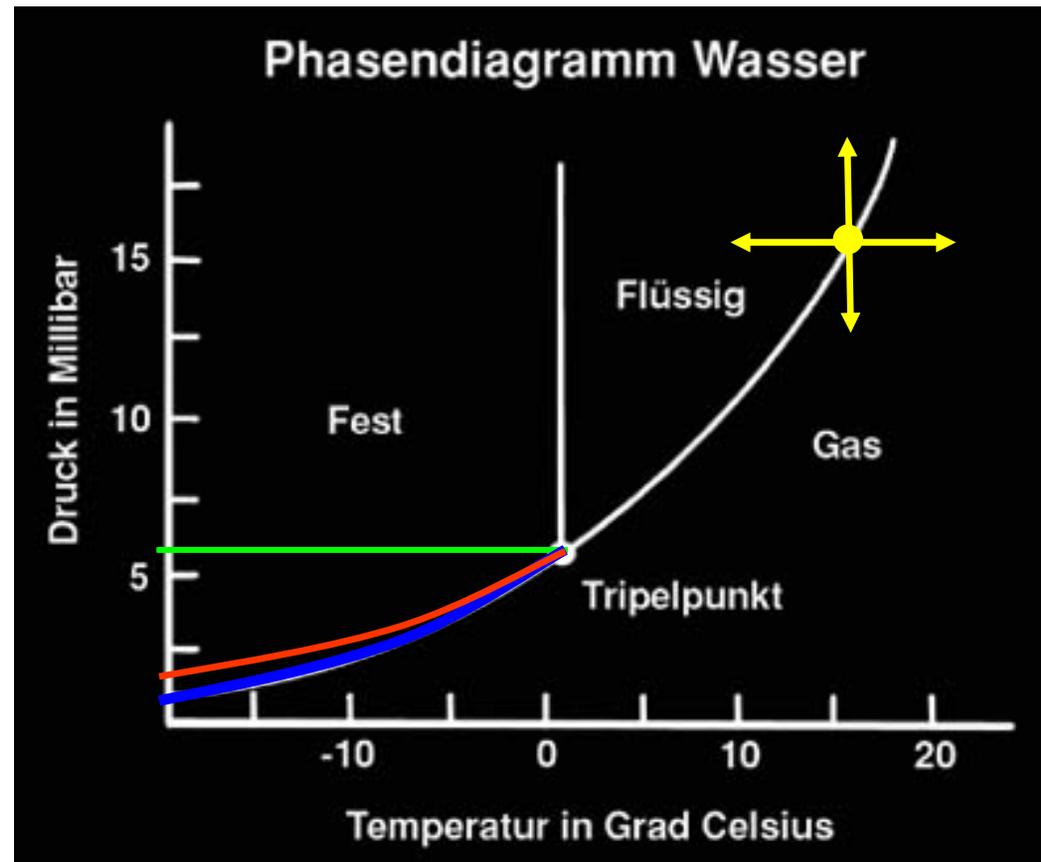
Phasendiagramm

- Nur auf Kurven können 2 Phasen koexistieren
- Am Tripelpunkt können alle 3 koexistieren

6.11 hPa, 0.01°C

Gleichgewicht zwischen
Eis und Wasserdampf L_i

Gleichgewicht zwischen
unterkühltem Wasser und
Wasserdampf L_w



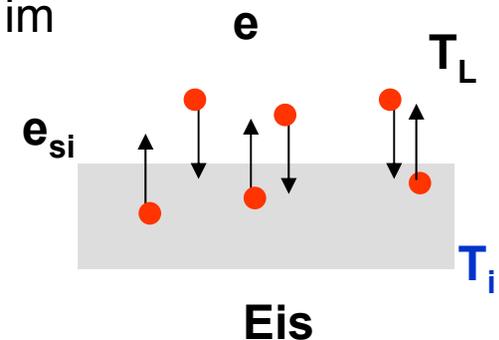
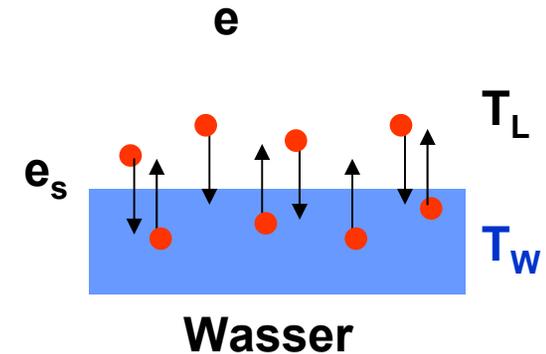
Phasenübergang durch:

- Abkühlung/Erwärmung
- Zufuhr/Abfuhr von Wasserdampf



Dampfdruck über Eis

- Im Eis bewegen sich die Moleküle langsamer und die Bindungskräfte sind viel stärker als im Wasser.
- Deshalb benötigen sie eine höhere kinetische Energie, um das Medium zu verlassen.
- Sättigungsdampfdruck über Eis e_{si} ist niedriger als über einer gleichtemperierten ($T_w = T_i$) Oberfläche unterkühlten Wassers, da die größeren Anziehungskräfte zwischen den Molekülen im Eiskristall diese stärker binden und ein Gleichgewicht bei niedrigerem Dampfdruck bewirken



$$e_{si} = 6.1078 \cdot \exp\left(\frac{17.84362 \cdot \vartheta}{245.425 + \vartheta}\right) \quad [\text{hPa}]$$

ϑ in $^{\circ}\text{C}$

Sättigungsdampfdruck Eis/Wasser

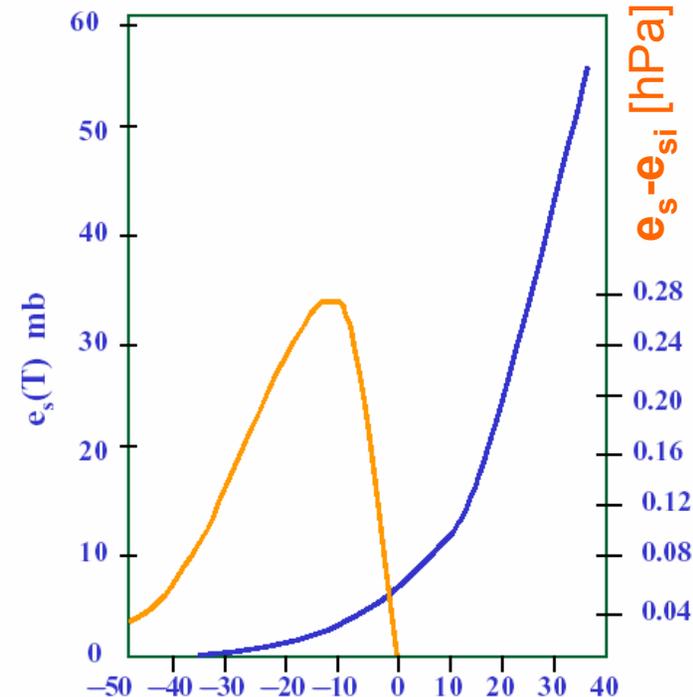
- Sublimationswärme $L_i \sim 2.83 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$
- Verdampfungswärme $L \sim 2.5 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$
- Fusionswärme $L_f = L - L_i$

$$\frac{e_s(T)}{e_{si}(T)} = \exp\left(\frac{L_f}{R_v T_0} \left(\frac{T_0}{T} - 1\right)\right) \approx \left(\frac{273}{T}\right)^{2.66}$$

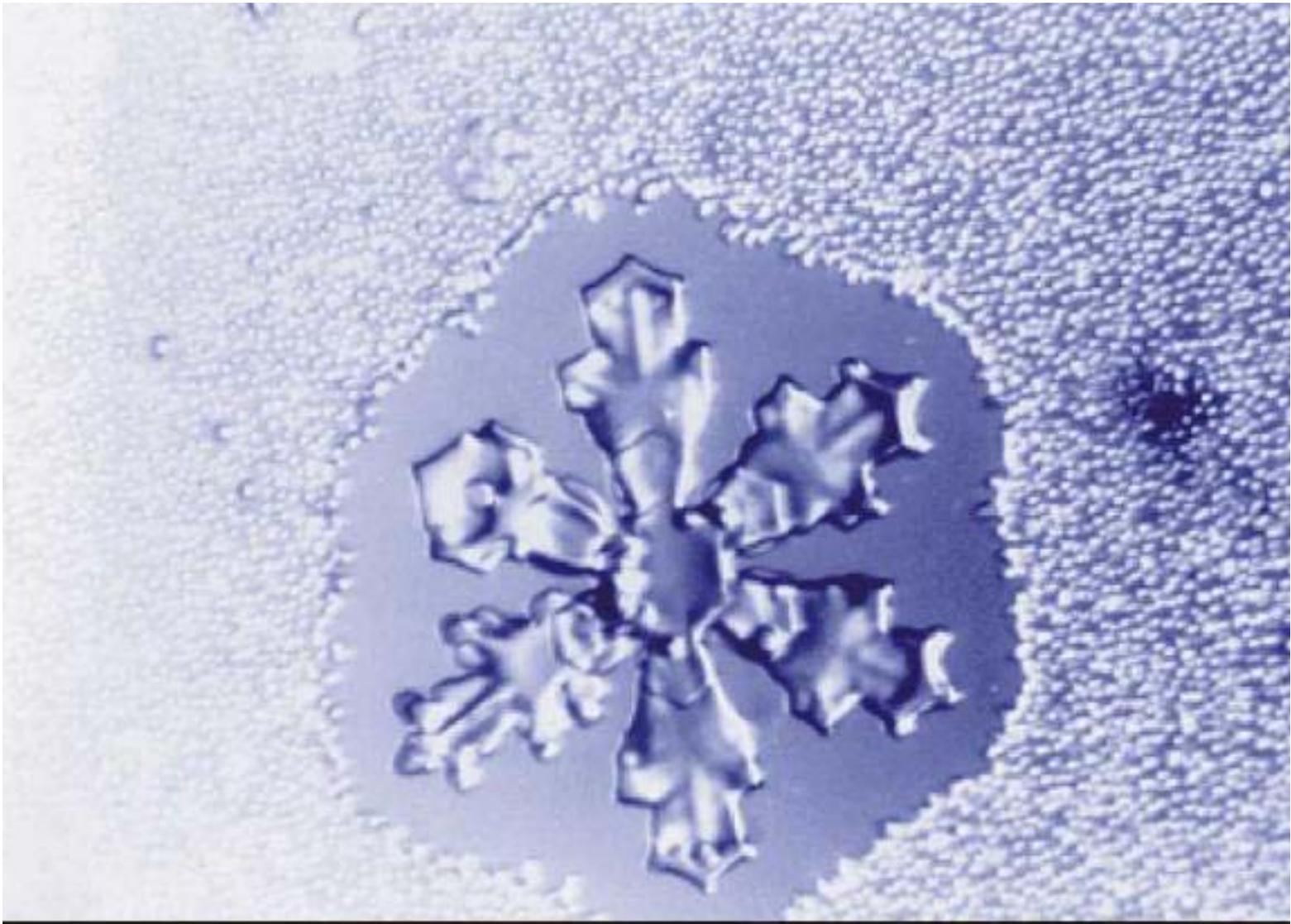
- Sättigungsdampfdruck über Wasser ist bei allen Temperaturen unter 0°C höher als über einer gleichtemperierten Eisoberfläche

- jede in Bezug auf Wasser gesättigte Atmosphäre ist bzgl. Eis gesättigt
- Atmosphäre, die in Bezug auf Wasser untersättigt ist, kann bzgl. Eis gesättigt sein

Bei Koexistenz von Wasser- und Eisphase wachsen die Eisteilchen auf Kosten der Wassertropfen (**Bergeron-Findeisen Effekt**)



Bergeron-Findeisen Effekt



Sättigungsdampfdruck über Wasser und Eis und latente Wärmen (Kondensation und Sublimation)

$T[^\circ\text{C}]$	$e_s[\text{Pa}]$	$e_{si}[\text{Pa}]$	$L[\text{J/g}]$	$L_i[\text{J/g}]$
-40	19.05	12.85	2603	2839
-30	51.06	38.02	2575	2839
-20	125.63	103.28	2549	2838
-10	286.57	259.92	2525	2837
0	611.21	611.15	2501	2834
10	1227.94		2477	
20	2338.54		2453	
30	4245.20		2430	
40	7381.27		2406	

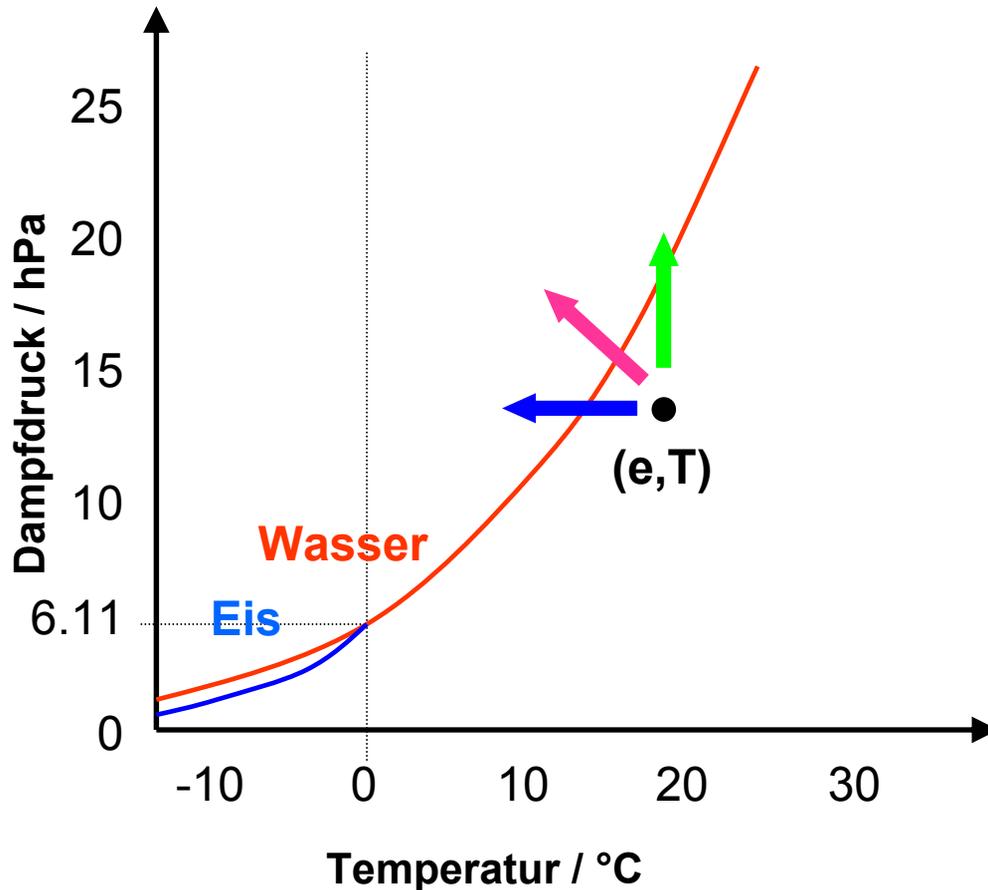


Thermodynamik II:

Erzeugung von Sättigung



Erzeugung von Sättigung



Abkühlung

Erreichen von T_d bei $m = \text{konst}$

Erhöhung der Feuchte

Erreichen von e_s durch Erhöhung von m , $T = \text{konst}$.

Verdunstung & Abkühlung

Erreichen von T_f bei $p = \text{konst}$. und dabei zunehmendem m (z.B. durch Kondensatzufuhr)

+ Mischung!



Abkühlung eines Luftpakets

- durch Strahlungsemission im langwelligen Spektralbereich (Nebel)
- Advektion von warmer Luftmasse über kalte Oberfläche und nachfolgende Wärmeleitung
- adiabatische Abkühlung durch Anheben einer Luftmasse
 - instabile Schichtung → konvektive Wolken
 - stabile Schichtung → keine Wolken / geschichtete Wolken
- Anhebung beim Überströmen von Hindernissen (orographische Wolken)

Anfeuchtung eines Luftpakets

d.h. Hinzufügen vom Dampf zum Luftpaket

- Kontakt der Luftmasse mit warmer Wasseroberfläche
- Regen- oder Schneefall aus höherer feuchter Schicht in tieferliegende trockene, aber wärmere Schicht



Sättigungsprozesse

- Abkühlung bei **konstantem Druck und Mischungsverhältnis** bis Sättigungsdampfdruck erreicht ist (Strahlungsnebel)
→ *Taupunkt* T_d
- Sättigung durch **trockenadiabatische Abkühlung** bei konstantem Mischungsverhältnis
→ *isentropische Kondensationstemperatur* T_c
- **Feuchtadiabatische Abkühlung** mit Kondensation
 - a) pseudoadiabatischer (irreversibler) Prozess
Kondensat fällt direkt aus → adiabatischer Flüssigwassergehalt LWC_{adi}
 - b) feuchtadiabatischer (reversibler) Prozess
Kondensat verbleibt und erhöht Gesamtwärmekapazität
- Abkühlung bei **konstantem Druck durch Verdunstung**
Mischungsverhältnis nicht mehr konstant (Psychrometer)
→ *Feucht-Temperatur* T_f



Feucht-Temperatur

betrachte Mischung aus 1 kg trockener Luft und w kg Wasserdampf

1. **HS** der Thermodynamik für feuchtes Luftpaket bei isobarem Prozess

$$\delta q = c_p (1 + 0.9w) dT + \cancel{\alpha dp}$$

Wärmeverlust durch Verdunstung von dw

$$(1 + w) \delta q = -Ldw$$

$$c_p dT = -L dw \frac{1}{(1 + 0.9w)} \frac{1}{(1 + w)} \approx -Ldw$$

$$c_p \int_T^{T_f} dT' = -L \int_w^{w_s} dw'$$

L ist nicht temperaturabhängig
 $w_s = m_s = 0.622 e_s/p$
 $e_s(T) = A \exp(-B/T)$

$$\frac{T - T_f}{w_s(p, T_f) - w} = \frac{L}{c_p}$$



$$T_f = T - \frac{L}{c_p} \left(\frac{0.622}{p} A \cdot \exp\left(-\frac{B}{T_f}\right) - w \right)$$

Lösung durch numerische Integration (Psychrometertafeln)

Adiabatische Abkühlung

Isentropische Kondensationstemperatur T_c und -druck p_c

Temperatur, bei der Sättigung eintritt, wenn Luftpaket adiabatisch abgekühlt wird

⇒ Mischungsverhältnis bleibt konstant

Welche Gleichung beschreibt Temperatur während des adiabatischen Aufsteigens und woraus ergibt sie sich?

Poissongleichung mit $\kappa = R_m / c_{mp}$

$$\frac{T_c}{T_0} = \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^\kappa \quad \& \quad T_c = T_d(e_c) = T_d(m_c, p_c)$$
$$T_c = \frac{B}{\ln \left[\frac{0.622 \cdot A \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^{1/\kappa}}{m \cdot p_0} \right]}$$

Lösung durch Iteration

Aufgabe 4a: Leiten Sie die Poissongleichung aus 1. HS und idealer Gasgleichung her.

Aufgabe 4b: Leiten Sie die Gleichung für T_c her.



Übersättigung durch Mischung

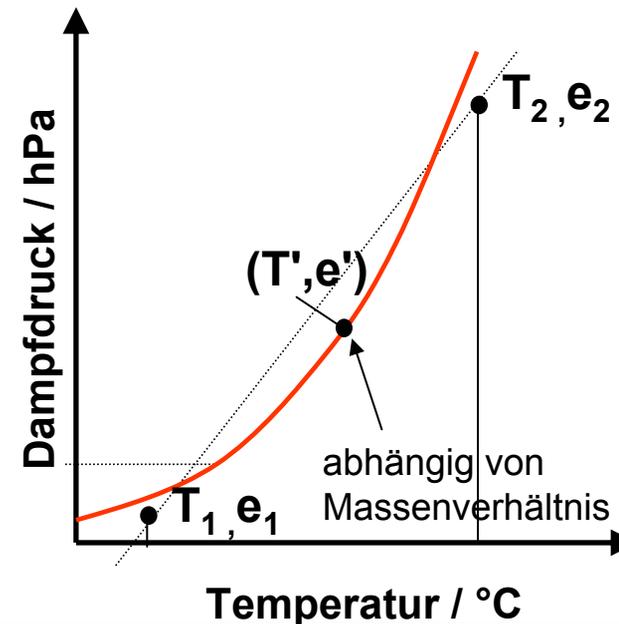
- z.B. *isobare* Mischung zweier Luftmassen unterschiedlicher Temperatur, Feuchte und Masse **M**
- Spezifische Feuchte **q**, Mischungsverhältnis **m** und Dampfdruck **e** ergeben sich näherungsweise als massengewichtetes Mittel
- In abgeschlossenem System ist der Verlust von Wärme einer Luftmasse der Gewinn der anderen

$$e \approx \frac{M_1}{M_1 + M_2} e_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2} e_2$$

$$M_1(c_p + m_1 c_{pv}) \cdot (T_1 - T) = M_2(c_p + m_2 c_{pv}) \cdot (T_2 - T)$$

$$T \approx \frac{M_1}{M_1 + M_2} T_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2} T_2$$

James Hutton hat bereits 1784 aus der Tatsache, dass Atemluft an kalten Tagen kondensiert, auf die konkave Kurve des Sättigungsdampfdrucks geschlossen



Aufgabe 5: Zeigen Sie, dass das gemischte Luftpaket auf der Gerade (T₁e₁), (T₂e₂) liegt.

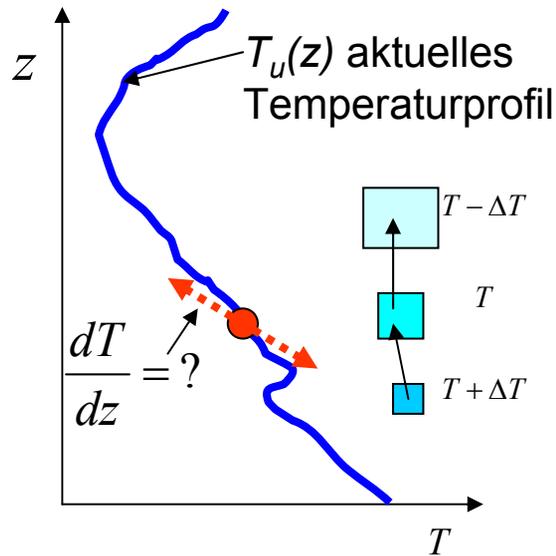


Thermodynamik III:

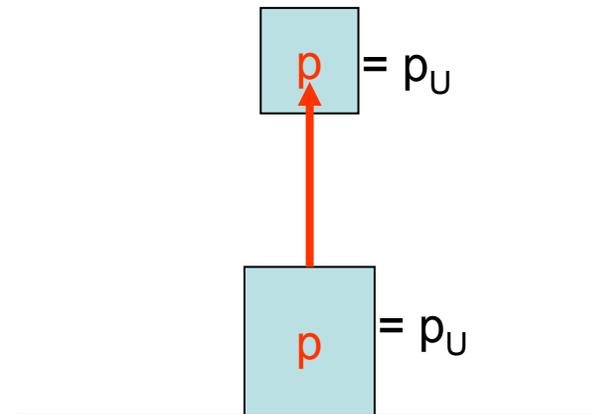
Adiabatische Prozesse



Trocken-adiabatischer Prozess



Statische Grundgleichung:



$$\partial p_U = -\rho_U g \partial z, \quad \text{U Umgebung}$$

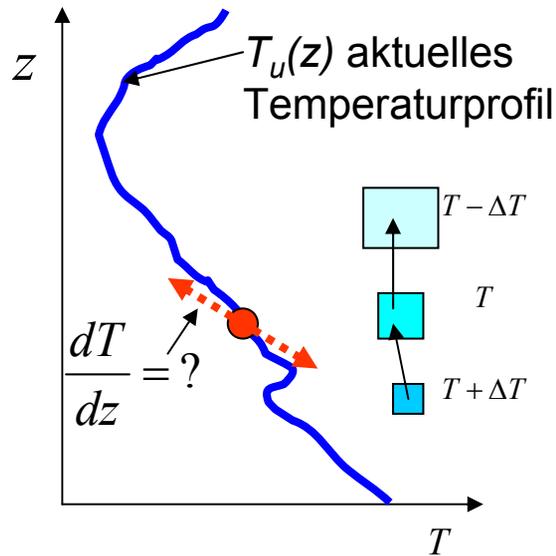
Beim adiabtischen Verschieben kommt es zum **instantanen Druckausgleich** zwischen Luftvolumen und Umgebung

$$\frac{dp}{dz} \equiv \frac{\partial p_U}{\partial z} = -\rho_U g \stackrel{p = \rho_U R_L T_{vU}}{=} -\frac{p}{R_L T_{vU}} g$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p} \frac{dp}{dz} = -\frac{g}{R_L T_{vU}} \approx -\frac{1\%}{100m}$$



Trocken-adiabatischer Prozess



$$c_p dT = \frac{R_d T_v}{p} dp$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{R_d T_v}{c_p p} \frac{dp}{dz}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} \frac{T_v}{T_{vU}} \quad \text{mit } T_v \approx T_{vU}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} = \Gamma_d = -0.98K / 100m$$

Beim adiabtischen Verschieben kommt es zum **instantanen Druckausgleich** zwischen Luftvolumen und Umgebung

Γ_d : trocken-adiabatischer Temperaturgradient



Feuchtegrößen bei adiabatischen Bewegungen

Luftpaket steigt trocken-adiabatisch auf

Absolute Feuchte	ρ_w [kg m ⁻³]	wie $\rho \rightarrow$ Abnahme
Wasserdampfdruck	e [hPa]	wie $p \rightarrow$ Abnahme
spezifische Feuchte	q [g/kg]	konstant da Massenverhältnis
Mischungsverhältnis	m [g/kg]	konstant da Massenverhältnis
Taupunkt	T_d [°C]	nimmt ab, da e abnimmt
Relative Feuchte	f [%]	nimmt zu, da e_s schneller abnimmt als e
Sättigungsdefizit	$e_s - e$ [hPa]	nimmt ab

q, m sind Erhaltungsgrößen bei adiabatischen Bewegungen



Trockenadiabatischer Prozess

Änderung des Sättigungsdampfdruckes e^*

Da $e_s = e_s(T)$ muss bei der Änderung bei adiabatischen Prozessen die damit verbundene Temperaturänderung betrachtet werden, also

$$\frac{1}{e_s} \frac{de_s}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}} \stackrel{e_s = e_s(T)}{=} \frac{1}{e_s} \frac{de_s}{dT} \frac{dT}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}}$$

$$\stackrel{\text{Clausius Clapeyron Gleichung}}{=} \frac{L}{R_v T^2} \frac{dT}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}} \approx -\frac{6\%}{100m}$$

Clausius - Clapeyron

Gleichung :

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{L}{T\Delta\alpha} \approx \frac{L}{T\alpha_{\text{Gas}}}$$

$$= \frac{Le_s}{TR_v T}$$



Trockenadiabatischer Prozess

Änderung des Taupunkts T_d

$$\begin{aligned} \left. \frac{de_s(T_d)}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} &= \left. \frac{de_s(T_d)}{dT_d} \frac{dT_d}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} \\ \Rightarrow \left. \frac{dT_d}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} &= \left(\frac{de_s(T_d)}{dT_d} \right)^{-1} \left. \frac{de}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{erweitern mit} \\ 1 \equiv \frac{e_s(T_d)}{e} \end{array} \right. \\ &= \left(\frac{1}{e_s} \frac{de_s(T_d)}{dT_d} \right)^{-1} \left. \frac{1}{e} \frac{de}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} \approx -0,2 \text{ K}/100\text{m} \end{aligned}$$



Feuchtegrößen bei adiabatischen Bewegungen

Luftpaket steigt trocken-adiabatisch auf

Sättigungsdampfdruck	e_s [hPa]	~ 6 % Abnahme auf 100 m
Wasserdampfdruck	e [hPa]	~ 1 % Abnahme auf 100 m
Relative Feuchte	f [%]	~ 5 % Zunahme auf 100 m
spezifische Feuchte	q [g/kg]	konstant da Massenverhältnis
Mischungsverhältnis	m [g/kg]	konstant da Massenverhältnis
Taupunkt	T_d [°C]	~ 0.2 K Abnahme auf 100 m
Temperatur	T [°C]	~ 1 K Abnahme auf 100 m

Aufgabe 6: Zeigen Sie wie sich die Zunahme der relativen Feuchte ergibt.



Gliederung der Vorlesung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Beobachtungen von Wolken (Phänomenologie)
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- **Thermodynamik (Feuchtadiabatische Prozesse)**

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eiswolken

IV. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag

V. Messung von Wolken & Niederschlagsparametern

- in-situ, Radar, Satellit
- Niederschlagsklimatologien

VI. Modellierung von Wolken, Niederschlagsvorhersage

- bulk, spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Zusammenfassung 3. Doppelstunde

- Ableitung der **Clausius-Clapeyron'schen Gleichung** für die Temperaturabhängigkeit des **Sättigungsdampfdrucks** e_s mittels 1+2 HS

- Wann ist die Gibb'sche Energie ($u+p\alpha+Ts$) eine Erhaltungsgröße?

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{s_v - s_l}{\alpha_v - \alpha_l} \quad \longrightarrow \quad \frac{de_s}{e_s} = \frac{L}{R_v} \frac{dT}{T^2}$$

- Wie stark ist die Temperaturabhängigkeit der **Verdampfungswärme** L ?
- Berechnung der **spezifischen Wärmen** von feuchter Luft.

$$c_{mv} \approx c_v [1 + m] \quad c_{mp} \approx c_p [1 + 0.9m] \quad \text{auch} \quad \kappa_m = R_m / c_{mp} \approx \kappa [1 + 0.2m]$$

- Wie unterscheidet sich der **Sättigungsdampfdruck über Eis** von dem über Wasser? Was ist der Bergeron-Findeisen Effekt?
- Wie wird Sättigung erzeugt?
- Wie verhalten sich die verschiedenen Feuchtegrößen beim **trockenadiabatischen Aufsteigen**?



Adiabatische Abkühlung

Isentropische Kondensationstemperatur T_c und -druck p_c

Temperatur, bei der Sättigung eintritt, wenn Luftpaket adiabatisch abgekühlt wird

⇒ Mischungsverhältnis bleibt konstant

Welche Gleichung beschreibt Temperatur während des adiabatischen Aufsteigens und woraus ergibt sie sich?

Poissongleichung mit $\kappa = R_m / c_{mp}$

$$\frac{T_c}{T_0} = \left(\frac{p_c}{p_0} \right)^\kappa \quad \& \quad T_c = T_d(e_c) = T_d(m_c, p_c)$$
$$T_c = \frac{B}{\ln \left[\frac{0.622 \cdot A \left(\frac{T_0}{T_c} \right)^{1/\kappa}}{m \cdot p_0} \right]}$$

Lösung durch Iteration

Aufgabe 4a: Leiten Sie die Poissongleichung aus 1. HS und idealer Gasgleichung her.

Aufgabe 4b: Leiten Sie die Gleichung für T_c her.



Übersättigung durch Mischung

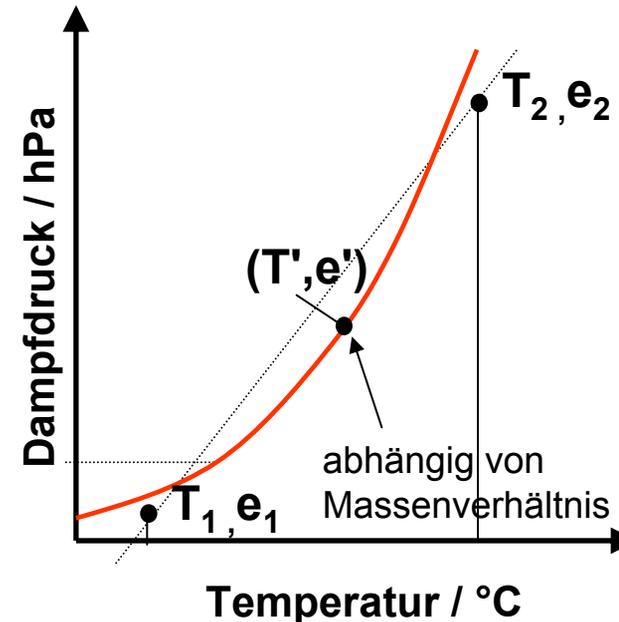
- z.B. *isobare* Mischung zweier Luftmassen unterschiedlicher Temperatur, Feuchte und Masse **M**
- Spezifische Feuchte **q**, Mischungsverhältnis **m** und Dampfdruck **e** ergeben sich näherungsweise als massengewichtetes Mittel
- In abgeschlossenem System ist der Verlust von Wärme einer Luftmasse der Gewinn der anderen

$$e \approx \frac{M_1}{M_1 + M_2} e_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2} e_2$$

$$M_1(c_p + m_1 c_{pv}) \cdot (T_1 - T) = M_2(c_p + m_2 c_{pv}) \cdot (T_2 - T)$$

$$T \approx \frac{M_1}{M_1 + M_2} T_1 + \frac{M_2}{M_1 + M_2} T_2$$

James Hutton hat bereits 1784 aus der Tatsache, dass Atemluft an kalten Tagen kondensiert, auf die konkave Kurve des Sättigungsdampfdrucks geschlossen



Aufgabe 5: Zeigen Sie, dass das gemischte Luftpaket auf der Gerade (T_1, e_1) , (T_2, e_2) liegt.



Feuchtegrößen bei trocken-adiabatischen Bewegungen

Luftpaket steigt trocken-adiabatisch auf

Sättigungsdampfdruck	e_s [hPa]	~ 6 % Abnahme auf 100 m
Wasserdampfdruck	e [hPa]	~ 1 % Abnahme auf 100 m
Relative Feuchte	f [%]	~ 5 % Zunahme auf 100 m
spezifische Feuchte	q [g/kg]	konstant da Massenverhältnis
Mischungsverhältnis	m [g/kg]	konstant da Massenverhältnis
Taupunkt	T_d [°C]	~ 0.2 K Abnahme auf 100 m
Temperatur	T [°C]	~ 1 K Abnahme auf 100 m

Aufgabe 6: Zeigen Sie wie sich die Zunahme der relativen Feuchte ergibt.



Trocken-adiabatischer Prozess

Änderung der relativen Feuchte f

$$\frac{df}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}} = \frac{d\left(\frac{e}{e_s}\right)}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}} = \frac{1}{e_s} \frac{de}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}} - \frac{e}{e_s^2} \frac{de_s}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} \frac{df}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}} = \frac{1}{e} \frac{de}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}} - \frac{1}{e_s} \frac{de_s}{dz} \Big|_{\text{trocken adiabatisch}} \approx \frac{5\%}{100m}$$

$$\approx \frac{1\%}{100m}$$

$$\approx \frac{6\%}{100m}$$



Trocken-adiabatischer Prozess

Änderung des Taupunkts T_d

$$\begin{aligned} \left. \frac{de_s(T_d)}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} &= \left. \frac{de_s(T_d)}{dT_d} \frac{dT_d}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} \\ \Rightarrow \left. \frac{dT_d}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} &= \left(\frac{de_s(T_d)}{dT_d} \right)^{-1} \left. \frac{de}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{erweitern mit} \\ 1 \equiv \frac{e_s(T_d)}{e} \end{array} \right. \\ &= \left(\frac{1}{e_s} \frac{de_s(T_d)}{dT_d} \right)^{-1} \left. \frac{1}{e} \frac{de}{dz} \right|_{\text{trocken adiabatisch}} \approx -0,2 \text{ K}/100\text{m} \end{aligned}$$

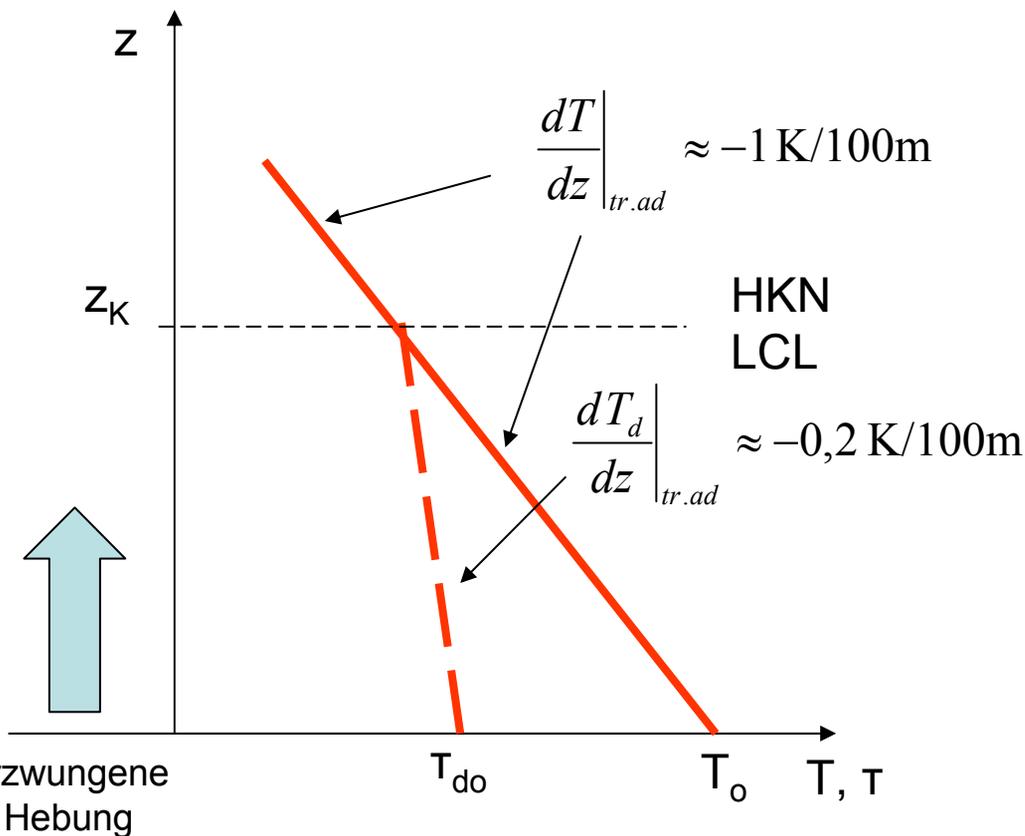


Hebungskondensationsniveau (HKN)

Wie hoch muss ein Luftvolumen adiabatisch aufsteigen, bis Wasserdampf kondensiert?

$$T = T_c = T_d(z_c)$$

HKN=LCL= Lifting level of condensation



$$T(z) = T_o - \Gamma_d z$$

$$T_d(z) = T_{do} - \left. \frac{d\tau}{dz} \right|_{tr.ad.} z$$

$$T_d(z_c) \equiv T(z_c) = T_c$$

$$\Rightarrow z_K = \frac{T_o - T_{do}}{\Gamma_d + \left. \frac{dT_d}{dz} \right|_{tr.ad.}}$$

$$\approx 120(T_o - T_{do}) \text{ [m]}$$



Pseudo-adiabatischer Prozess

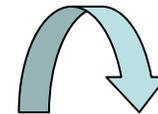
- **Istropische Kondensationstemperatur ist erreicht**
- Kondensation tritt ein und latente Wärme wird freigesetzt
 - ⇒ bei weiterem Aufsteigen sinkt Temperatur langsamer als vor Einsetzen der Kondensation

Annahme: Kondensat besteht aus Wasser und fällt vollständig aus (ausregnen)
keine weitere Berücksichtigung für Druck/Temperaturzusammenhang

$$Tds = 0 = c_p dT + g dz + L dm_s$$

1. HS bei Adiabasie, aber
Wasserdampfübersättigung
(Phasenübergang)

$$\Rightarrow \frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} \frac{dp}{dz} - \frac{L}{c_p} \frac{dm_s}{dz}$$



pseudoadiabatische Temperaturabnahme

mit $m_s \rightarrow 0$
ist $\Gamma_s \rightarrow \Gamma_d$

$$\Gamma_s = -\frac{g}{c_p} \frac{1 + \frac{L}{R_d} \frac{m_s}{T}}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{m_s}{e_s} \frac{de_s}{dT}} = f(T, p)$$



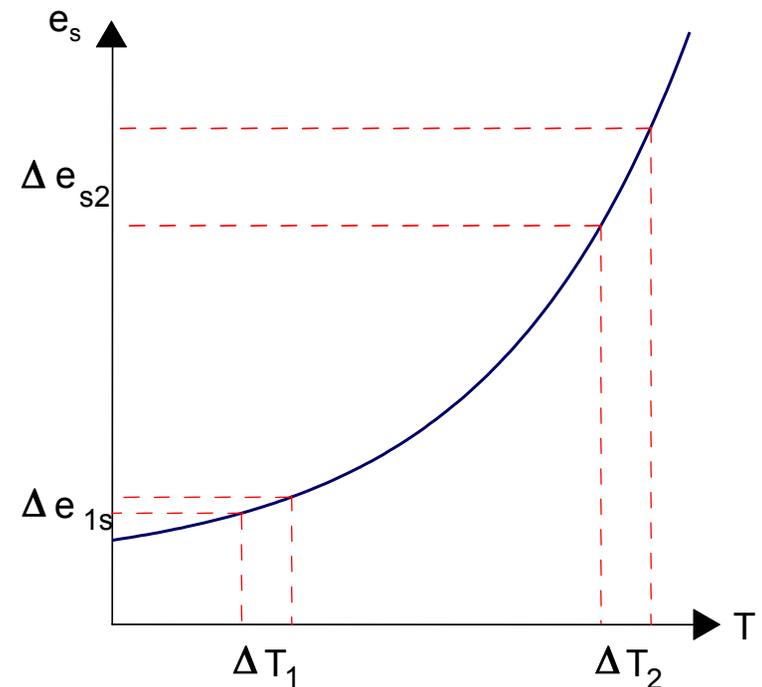
Pseudoadiabatischer Temperaturgradient

Γ_s [K/100m]	-10°C	0°C	+10°C	+20°C
1000 hPa	-0,77	-0,65	-0,53	-0,43
600 hPa	-0,68	-0,55	-0,44	-0,35
200 hPa	-0,46	-	-	-

$$\Gamma_s = -\frac{g}{c_p} \frac{1 + \frac{L m_s}{R_d T}}{1 + \frac{L m_s}{c_p e_s} \frac{de_s}{dT}} = f(T, p)$$

Je wärmer, desto kleiner Γ_s , da mehr Wasser auskondensiert pro K Temperaturabnahme (siehe Abbildung)

Je höher der Druck, desto mehr Luftmasse muss durch die freiwerdende latente Wärme erwärmt werden, also umso größer Γ_s .



(Äquivalent) Potentielle Temperatur

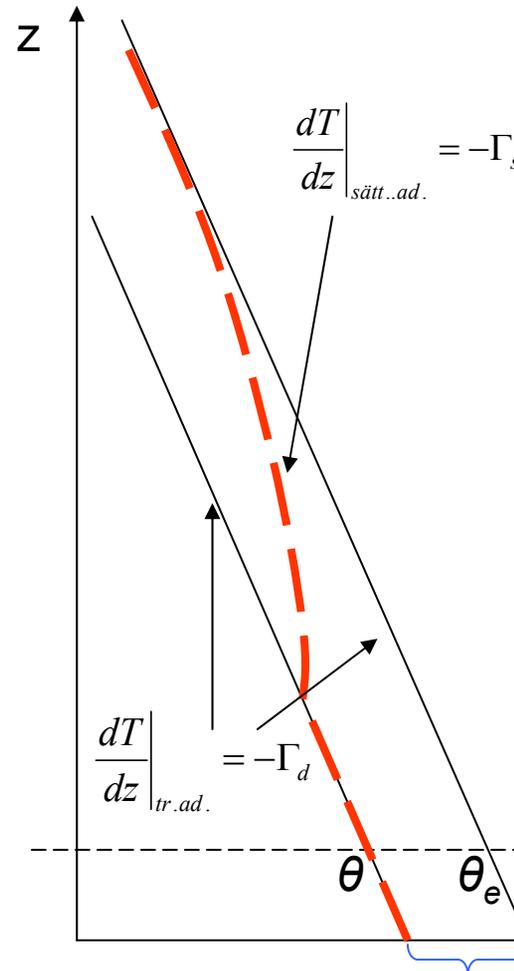
Θ potentielle Temperatur:

konservative Größe bei trocken-adiabatischen Prozessen

Θ_e äquivalent-potentielle Temperatur:

konservative Größe bei pseudo-adiabatischem Prozess

Θ_e ist die Temperatur eines Luftvolumens, wenn es zunächst solange gehoben wird, bis aller Wasserdampf kondensiert ist, und dann trockenadiabatisch auf 1000 hPa abgesenkt wird.



freiwerdende Kondensationswärme pro kg Luft muss sich berechnen aus $L \cdot m$, mit m dem Massenmischungsverhältnis des Wasserdampfes.

Beachte: L bezieht sich auf 1 kg Wasser; die Multiplikation mit m bewirkt, dass pro kg Luft nur der Wasserdampfanteil kondensiert werden kann.

Äquivalentzuschlag



Trocken- & feucht-adiabatisch

$$\begin{aligned}\delta q \equiv 0 &\equiv c_p dT - \frac{1}{\rho} dp \\ &= c_p dT + g dz \\ &= c_p (T - T_0) + g(z - z_0) \\ \theta \equiv T_0 &= T + \frac{g}{c_p} (z - z_0)\end{aligned}$$

$$\left. \frac{d\theta}{dz} \right|_{tr.ad.} = 0$$

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{tr.ad.} = -\Gamma_d = -\frac{g}{c_p}$$

$$\begin{aligned}\delta q \equiv 0 &\equiv c_p dT - \frac{1}{\rho} dp + \mathbf{L} dm_s \\ &= c_p dT + g dz + \mathbf{L} dm_s \\ &= c_p (T - T_0) + g(z - z_0) + \mathbf{L}(m_s - m_{s0}) \\ \theta_e \equiv T_0 &+ \frac{\mathbf{L}}{c_p} m_{s0} = T + \frac{g}{c_p} (z - z_0) + \frac{\mathbf{L}}{c_p} m_s\end{aligned}$$

$$\left. \frac{d\theta_e}{dz} \right|_{sätt.ad.} = 0$$

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{sätt.ad.} = -\Gamma_s = -\frac{g}{c_p} - \frac{\mathbf{L}}{c_p} \underbrace{\frac{dm_s}{dz}}_{<0}$$

Äquivalenzuschlag zur Temperatur $\Delta\theta_e = \theta_e - \theta = (\mathbf{L}/c_p) m_s$



Adiabatischer Flüssigwassergehalt

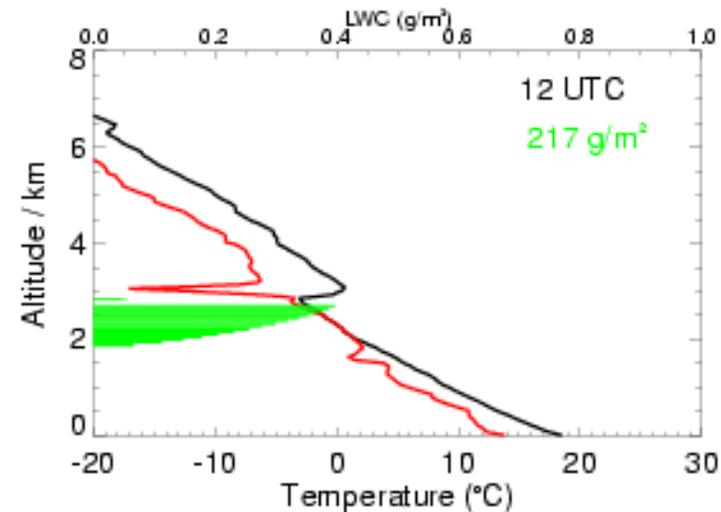
- Luftpaket steigt pseudo-adiabatisch auf
- Sättigungsdampfdruck nimmt mit der Höhe ab
- überschüssiger Wasserdampf wird auskondensiert $d\chi = -dm_s$

Abnahme der Sättigungsmischungsverhältnis
seit dem Erreichen des Kondensationspunktes

→ adiabatischer Flüssigwassergehalt
nimmt mit der Höhe zu

$$LWC_{adi}(h) = \int_{z_0}^h \rho(z) \frac{d\chi}{dz} dz$$

χ Flüssigwassermischungsverhältnis [kg/kg]
LWC Flüssigwasserdichte [kg m^{-3}] = $\rho \cdot \chi$
 ρ Luftdichte [kg m^{-3}]



Adiabatischer Flüssigwassergehalt

$$LWC_{adi}(h) = \int_{z_0}^h -\rho(z) \frac{dm_s}{dz} dz$$



$$LWC_{adi}(h) = \int_{z_0}^h \rho(z) \frac{c_{mp}}{L} \left(\frac{g}{c_{mp}} + \frac{dT}{dz} \right) dz$$



$$LWC_{adi}(h) = \int_{z_0}^h \rho(z) \frac{c_p}{L} (\Gamma_d - \Gamma_s) dz$$

1 HS der Thermodynamik für feucht-adiabatischen Prozess, bei dem Kondensationswärme nur der Luft zukommt

$$0 = c_{mp} dT - \alpha dp + L dm_s$$
$$-L dm_s = c_{mp} dT + g dz$$

- LWC_{adi} ist theoretische Obergrenze für LWC, die nur durch Advektion von Flüssigwasser überschritten werden kann
- vereinzelt in Aufwindschläuchen beobachtet
- Meist $LWC < LWC_{adi}$ durch Einmischen ungesättigter Umgebungsluft (Entrainment) und Verluste durch Niederschlag oder Gefrieren



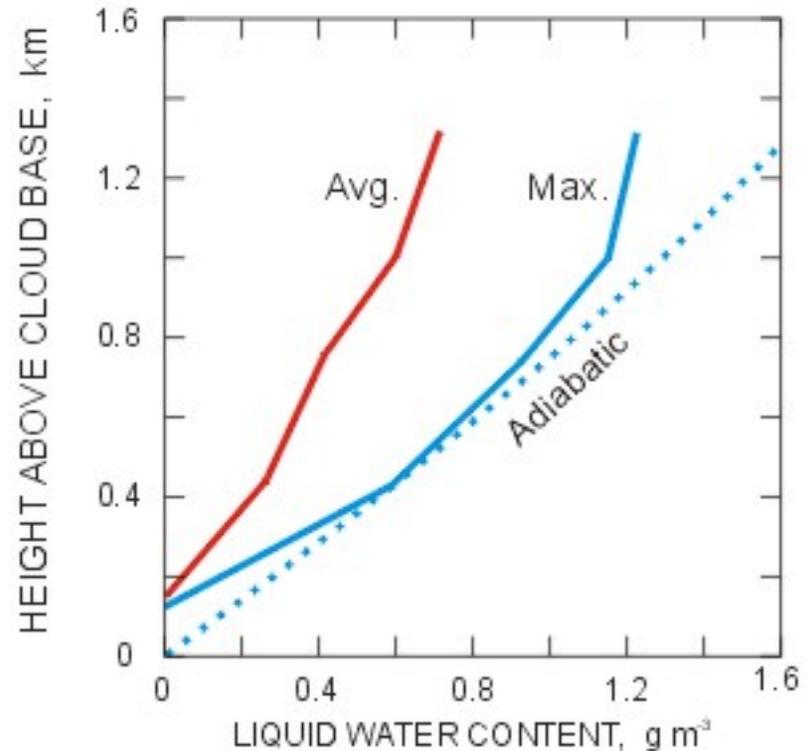
Adiabatischer Flüssigwassergehalt

Einführung des modifizierten
adiabatischen Flüssigwassergehalt

$$\frac{LWC}{LWC_{adiab}} = -0.145 \cdot \ln(\Delta z) + 1.239$$

Δh Höhe über Wolkenbasis

Empirische Korrektur, die Einmischen berücksichtigt
Hargens (1993)



Reversibler, gesättigter adiabatischer Prozess

Das Kondensat verbleibt und beeinflusst die Gesamtwärmekapazität

spezifische Entropie setzt sich aus den Anteilen trockener Luft (dry), Wasserdampf (vapor) und Flüssigwasser (water) zusammen

$$s = s_d + m_s s_v + \chi s_w$$

$$s_v = s_w + \frac{L}{T}$$

$$s = s_d + \frac{L}{T} m_s + TWC s_w$$

Total water content (TWC) = $m_s + \chi$

isentropischer Prozess

$$ds = 0 = ds_d + d(TWC s_w) + d\left(\frac{L}{T}\right)$$

potentielle Feuchtäquivalent-Temperatur
wet equivalent potential temperature

$$ds_d = c_p d(\ln T) - R_d d(\ln p_d)$$

$$ds_w = c_w d(\ln T)$$

$$\theta_q(sat) = T \left(\frac{100kPa}{p_d} \right)^{R_d / (c_p + c_w TWC)} \exp \left(\frac{m_s L}{T (c_p + c_w TWC)} \right)$$

Erhaltungsgröße bei gesättigtem, adiabatischen, reversiblen Prozess

Verschiedene Temperaturen

⊕ Potentielle Temperatur (trocken)

⊕_e **Äquivalent-potentielle Temperatur** (*equivalent potential temperature*)

Die Temperatur, die ein Luftpaket hat, wenn alle latente Wärme beim pseudo-adiabatischen Prozess zur Erwärmung der trockenen Luft genutzt wird und nach vollständiger Kondensation ($m=0$) dann trockenadiabatisch auf 1000 hPa zurückgeführt wird.

$$\Theta_e \sim \Theta_w$$

⊕_w **Feuchtpotentielle Temperatur** (*wet bulb potential temperature*)

graphisch über die feuchtadiabatische Rückführung definiert

⊕_q **potentielle Feuchtäquivalent-Temperatur** (*wet equivalent potential temperature*)

Die Temperatur, die ein Luftpaket hat, wenn alle latente Wärme durch reversible adiabatische Expansion (zu $m=0$) zu fühlbarer Wärme konvertiert würde und dann trockenadiabatisch auf 1000 hPa komprimiert werden würde

$$\theta_e = \theta \exp\left(\frac{m_s L}{c_p T}\right)$$

$$\theta_q(\text{sat}) = T \left(\frac{100\text{kPa}}{p_d}\right)^{R_d / (c_p + c_w TWC)} \exp\left(\frac{m_s L}{T(c_p + c_w TWC)}\right)$$

Was ist noch zu beachten?

- Mischung mit Umgebungsluft erniedrigt Temperatur und Mischungsverhältnis des aufsteigenden Partikels (links von Pseudoadiabate!)

Entrainment

- Dichteeffekte des Wasserdampfs und des kondensierten Wassers beeinflussen den Auftrieb: Dampf erhöht; Wasser erniedrigt Auftrieb
- In der Wolke aufsteigende Luftpakete haben aufwärts gerichtete kinetische Energie, wodurch sie auch noch die stabile Schicht penetrieren können



Zusammenfassung 4. Doppelstunde

- Wie wirkt sich der Wasserdampf auf das Aufsteigen eines Luftpakets aus?

- Über welchen Ansatz gelangt man zur Formulierung des feuchtadiabatischen T-Gradienten?

$$Tds = 0 = c_p dT + gdz + Ldm_s$$

- Von welchen Parametern hängt der feuchtadiabatischen T-Gradient ab?

$$\Gamma_s = -\frac{g}{c_p} \frac{1 + \frac{L}{R_d} \frac{m_s}{T}}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{m_s}{e_s} \frac{de_s}{dT}} = f(T, p)$$

- Was ist eine konservative Größe bei (feucht)-adiabatischen Bewegungen?

$$\theta_e = T + \frac{g}{c_p} (z - z_0) + \left(\frac{L}{c_p} \right) m_s$$

- Unter welchen Bedingungen lässt sich der **adiabatische Flüssigwassergehalt** beobachten?

$$LWC_{adi}(h) = \int_{z_0}^h \rho(z) \frac{c_p}{L} (\Gamma_d - \Gamma_s) dz$$

- Wie unterscheiden sich die **äquivalent-potentielle Temperatur Θ_e** (equivalent potential temperature) und die **potentielle Feuchtäquivalent-Temperatur Θ_q** (wet equivalent potential temperature) ?



Verschiedene Temperaturen

Θ Potentielle Temperatur (trocken)

Θ_e Äquivalent-potentielle Temperatur (*equivalent potential temperature*)

Die Temperatur, die ein Luftpaket hat, wenn alle latente Wärme beim pseudo-adiabatischen Prozess zur Erwärmung der trockenen Luft genutzt wird und nach vollständiger Kondensation ($m=0$) dann trockenadiabatisch auf 1000 hPa zurückgeführt wird.

$$\Theta_e \sim \Theta_w$$

Θ_w potentielle Feucht-Temperatur (*wet bulb potential temperature*)

graphisch über die feuchtadiabatische Rückführung definiert

Θ_q potentielle Feuchtäquivalent-Temperatur (*wet equivalent potential temperature*)

Die Temperatur, die ein Luftpaket hätte, wenn alle latente Wärme durch reversible adiabatische Expansion (zu $m=0$) zu fühlbarer Wärme konvertiert würde und dann trockenadiabatisch auf 1000 hPa komprimiert werden würde

$$\theta_e = \theta \exp\left(\frac{m_s L}{c_p T}\right)$$

$$\theta_q(\text{sat}) = T \left(\frac{100 \text{ kPa}}{p_d} \right)^{R_d / (c_p + c_w TWC)} \exp\left(\frac{m_s L}{T(c_p + c_w TWC)}\right)$$

Was ist noch zu beachten?

- Mischung mit Umgebungsluft erniedrigt Temperatur und Mischungsverhältnis des aufsteigenden Partikels (links von Pseudoadiabate!)

Entrainment

- Dichteeffekte des Wasserdampfs und des kondensierten Wassers beeinflussen den Auftrieb: Dampf erhöht; Wasser erniedrigt Auftrieb
- In der Wolke aufsteigende Luftpakete haben aufwärts gerichtete kinetische Energie, wodurch sie auch noch die stabile Schicht penetrieren können



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Beobachtungen von Wolken (Phänomenologie)
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- **Thermodynamik (Stabilität)**

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eiswolken

IV. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag

V. Messung von Wolken & Niederschlagsparametern

- in-situ, Radar, Satellit
- Niederschlagsklimatologien

VI. Modellierung von Wolken, Niederschlagsvorhersage

- bulk, spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Atmosphärische Stabilität

Generell: Instabilität durch Auftriebskräfte, wobei sich ein schweres Fluid über einem leichten befindet, d.h. in einer (un)gesättigten Luft-Schicht/Säule nimmt die (äquivalent-) potentielle Temperatur mit der Höhe ab.

$$\gamma < \Gamma_s \quad \text{absolut stabil} \quad \frac{\partial \theta_e}{\partial z} > 0$$

$$\gamma = \Gamma_s \quad \text{feuchtneutral} \quad \frac{\partial \theta_e}{\partial z} = 0$$

$$\Gamma_s < \gamma < \Gamma_d \quad \text{bedingt instabil}$$

$$\gamma = \Gamma_d \quad \text{trocken neutral} \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$$

$$\gamma > \Gamma_d \quad \text{absolut instabil} \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} < 0$$

Im **stabilen Fall** wirken auf das Luftpaket rücktreibende Kräfte und es kehrt in seine Ausgangsposition zurück

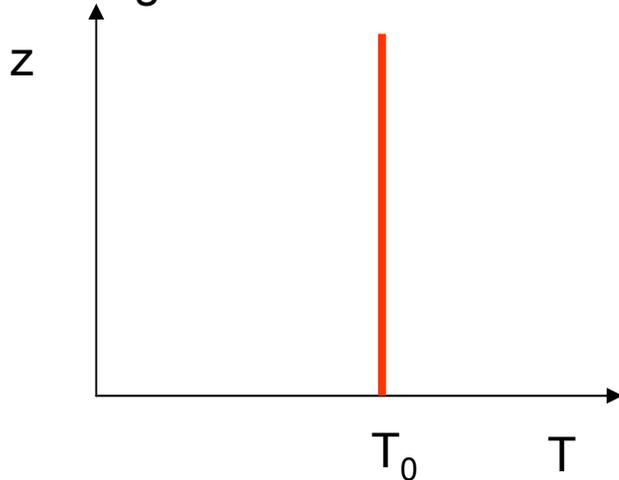
Im **neutralen Fall** hat das Luftpaket die gleiche Dichte wie die Umgebung

Im **labilen Fall** setzt das Luftpaket die Vertikalbewegung aus eigenem Antrieb fort.

- γ aktueller Temperaturgradient $\gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}$
 Γ_d trockenadiabatischer Temperaturgradient
 Γ_s feuchtadiabatischer Temperaturgradient
 θ Potentielle Temperatur

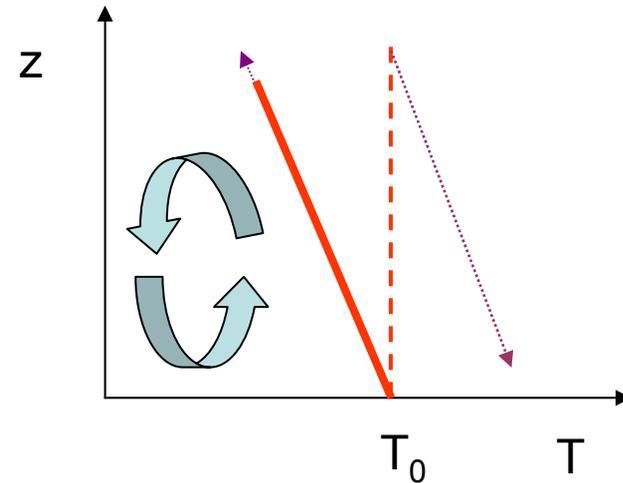
Temperaturprofil bei Durchmischung

a) Atmosphäre sei in Ruhe. Sie werde vom Boden (bei T_0) durch Wärmeleitung etc. angeheizt.



$T(z) = T_0 = \text{const}$
im thermischen Gleichgewicht

b) Einsetzen von Turbulenz und damit vertikale Durchmischung



Adiabatisches Profil stellt sich ein mit T_0 als Temperatur in Bodennähe.

Generell nähert sich durch Aufsteigen, die Atmosphäre dem trocken/feuchtadiabatischen Profil an!



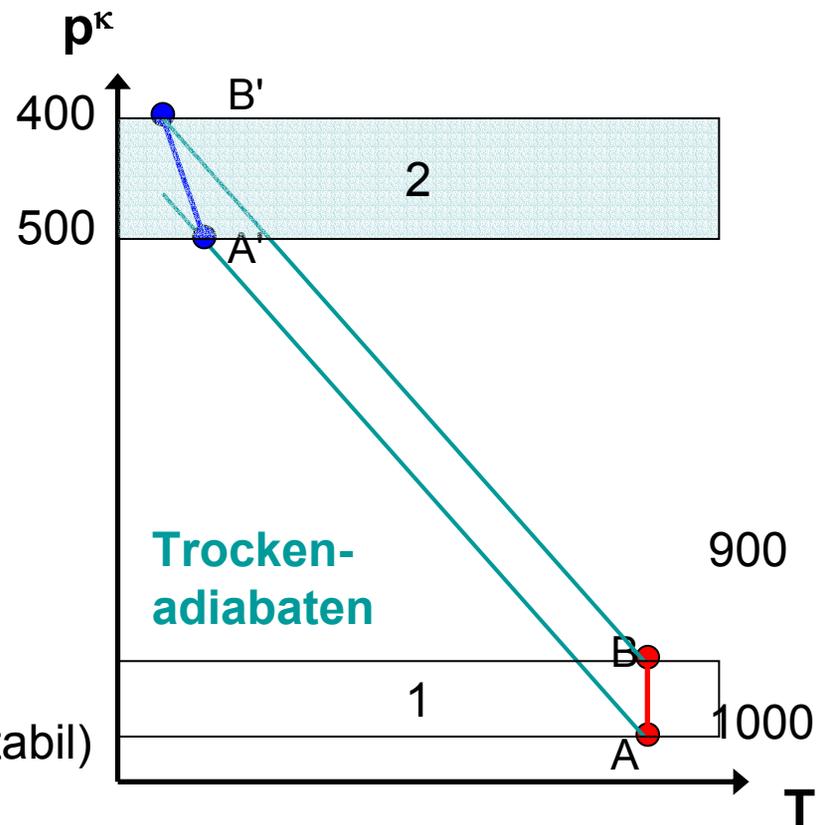
Vertikalverlagerungen

Änderung des vertikalen Temperaturgradienten durch Heben (Strecken) oder Absinken (Schrumpfen) einer ungesättigten Luftschicht (Annahme: Massenerhaltung)

- Luftmasse M zwischen den Druckniveaus A und B wird trockenadiabatisch gehoben
- durch die Dehnung der Luftmasse büßen ursprünglich stabile Schichten an Stabilität ein (Prinzip: hydrostat. GG)
- ursprünglich labile Schichten büßen an Instabilität ein
- Annäherung an Γ_d

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_1 > \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_2$$

(wird aber nie instabil)



Konvektive Instabilität

Annahme: in einer ungesättigten Luft-Schicht/Säule nimmt die äquivalent potentielle Temperatur mit der Höhe ab. Wird solch eine Säule bis zur Sättigung gehoben, wird sie instabil und es kommt zu weiterem Aufsteigen.

(gleichbedeutend mit **potentieller** oder **thermischer Instabilität**)

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial z} > 0$$

konvektiv stabil

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial z} = 0$$

konvektiv neutral

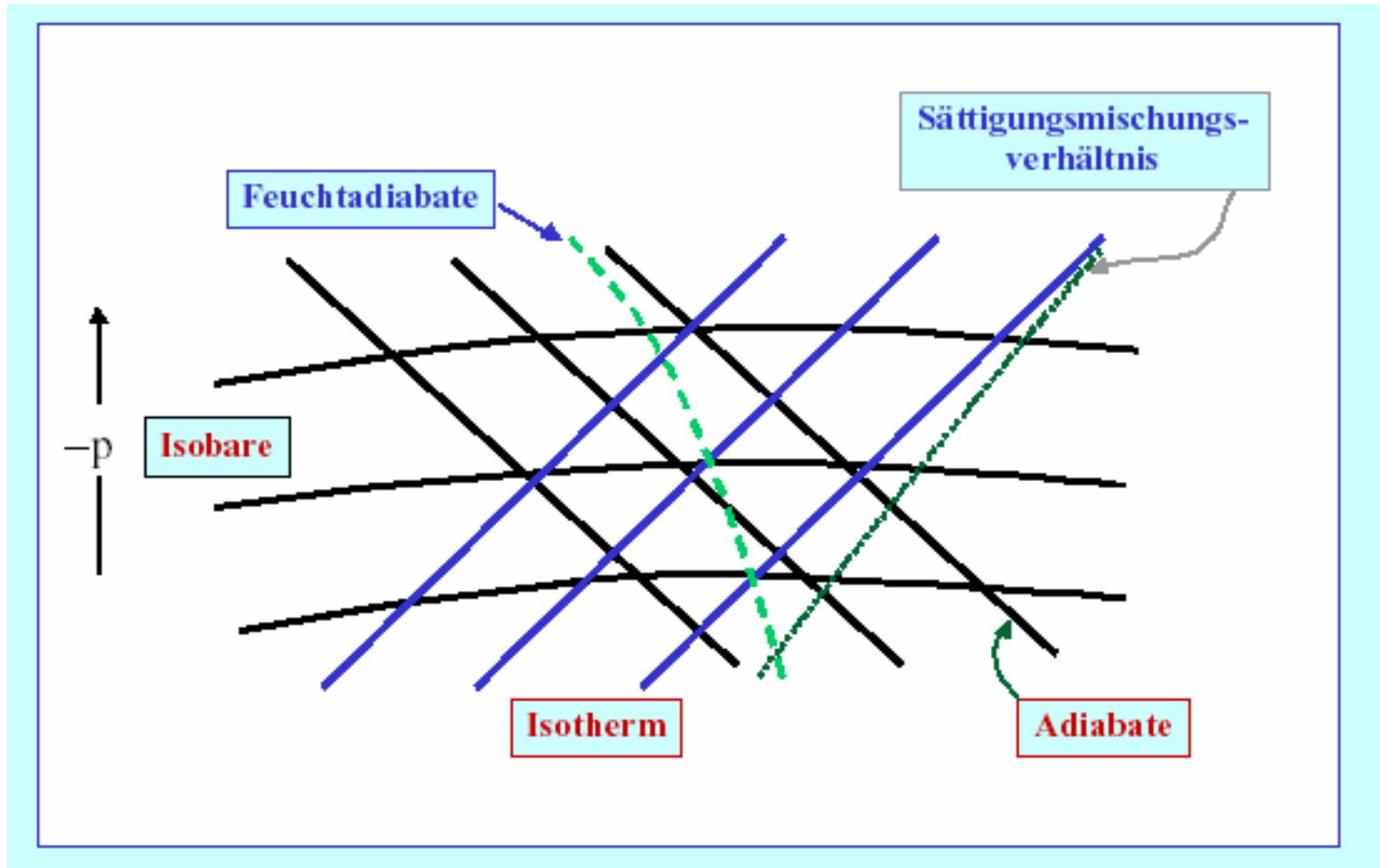
$$\frac{\partial \theta_e}{\partial z} < 0$$

konvektiv instabil

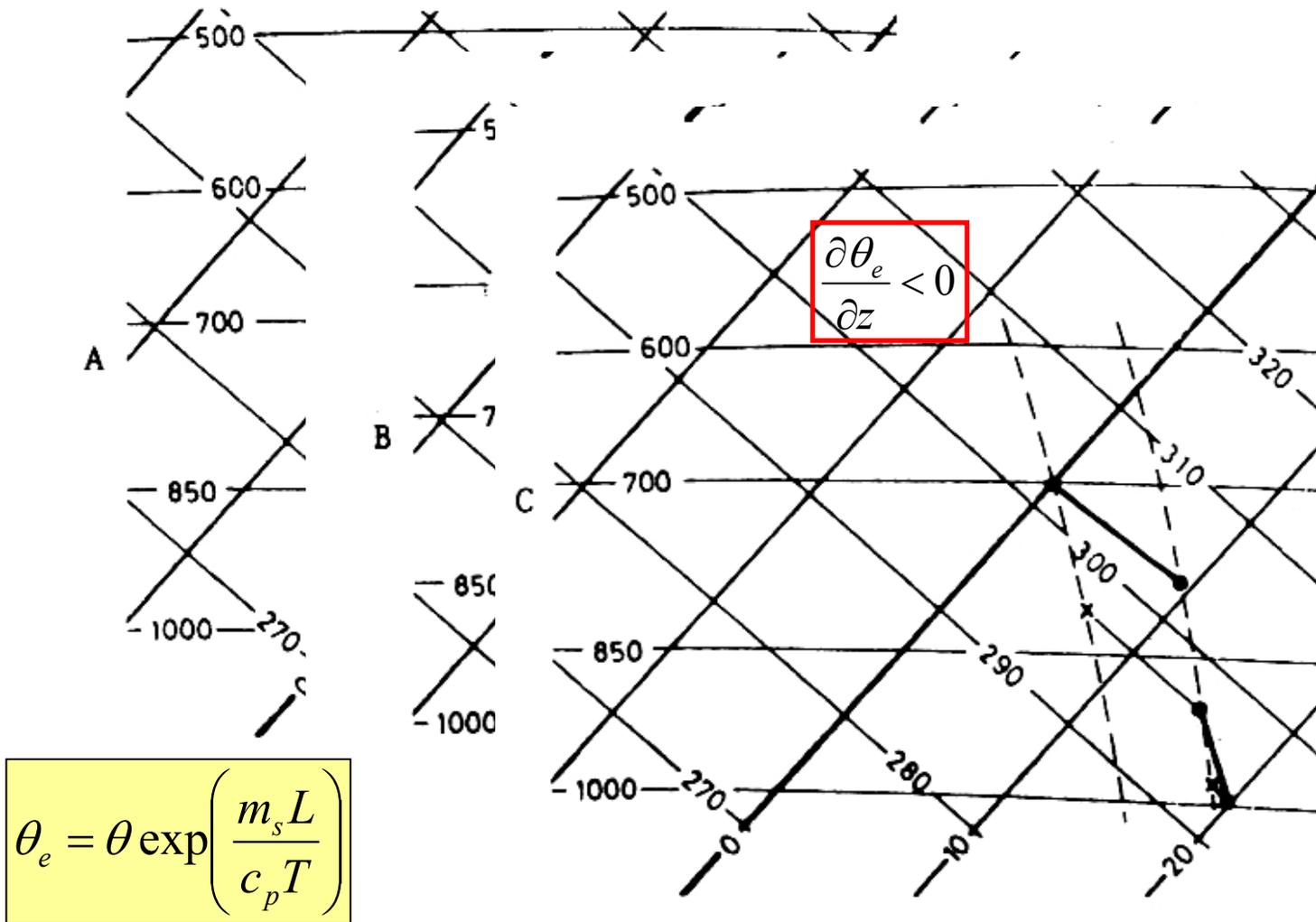
Achtung: nicht zu verwechseln mit *bedingter* Labilität; hier Betrachtung von Vertikalverlagerungen



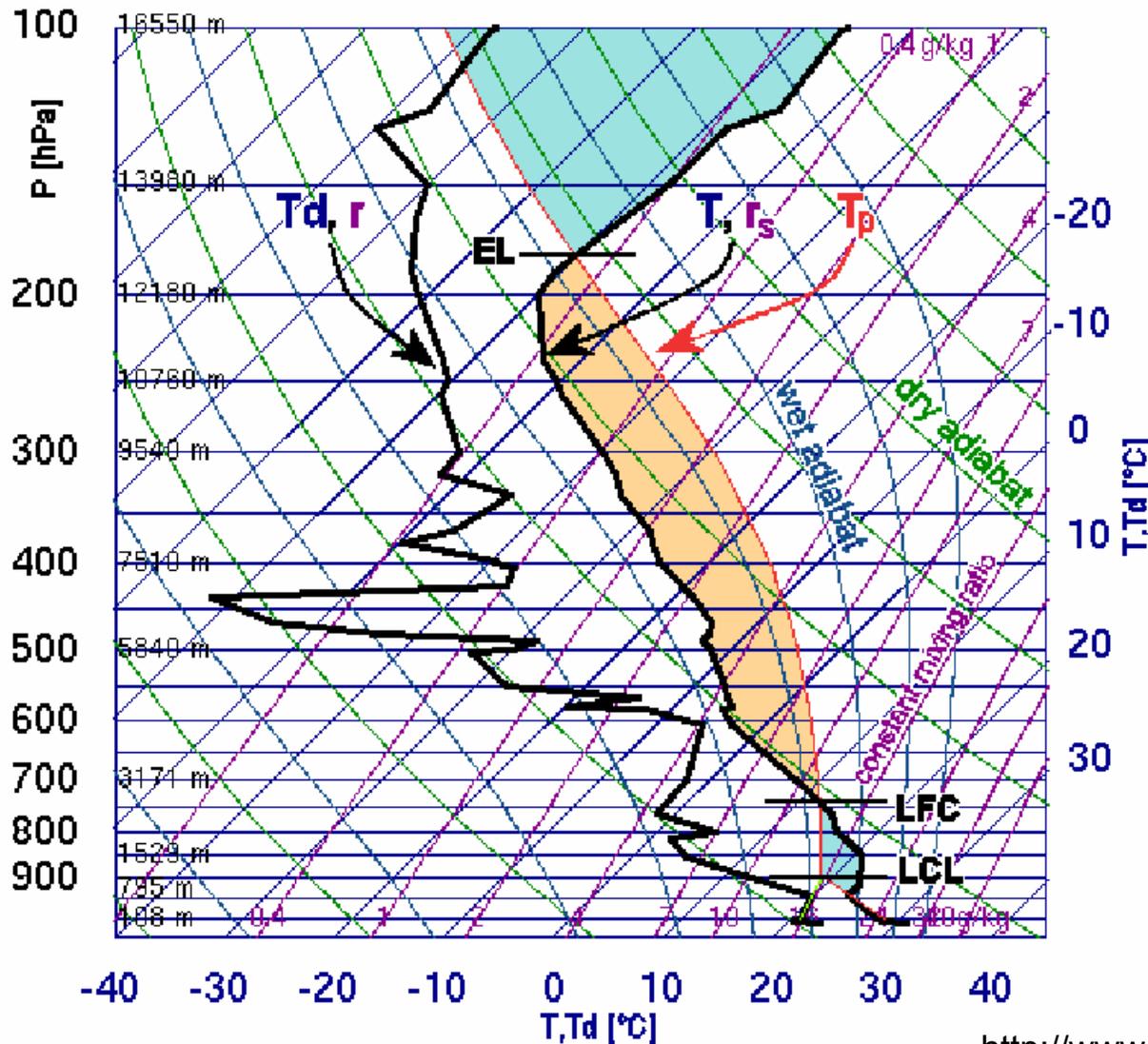
Diagrammpapier: Tephigramm



Konvektive Instabilität



Stabilität - entscheidende Niveaus



LCL
lifting condensation level

LFC
level of free convection
(oberhalb LFC ist Paket wärmer als Umgebung)

EL
equilibrium level

CAPE
convective available potential energy [J/kg]

$$= g \int_{LFC}^{EL} \frac{(T_{paket} - T_{umgebung})}{T_{umgebung}} dz$$

<http://www.crh.noaa.gov/lmk/soo/docu/indices.htm>



Stabilitätsindizes

Lifted Index (LI) Vergleich von aktueller Temperatur in 500 hPa mit der eines Luftpakets, dass von der Oberfläche auf 500 hPa gehoben wird.

Total Totals thermodynamic index (TT)

$$LI = T_{500hPa} - T(parcel)_{500hPa}$$

$$TT = (T_{850hPa} - T_{500hPa}) + (Td_{850hPa} - T_{500hPa})$$

K thermodynamic index (KI)

$$KI = (T_{850hPa} - T_{500hPa}) + Td_{850hPa} - (T_{700hPa} - Td_{700hPa})$$

LI	>0	stabil
	-1 bis -4	kaum instabil
	-5 bis -7	stark instabil
	-8 bis -10	extrem instabil
	< -11	<i>unglaublich</i> instabil
KI	< 15	Konvektion unwahrscheinlich
	15 bis 25	geringes Potential für Konvektion
	26 bis 39	moderates Potential für Konvektion
	> 40	hohes Potential für Konvektion



Ursachen für Vertikalbewegungen

- **Erzwungene Überströmung von Hindernissen** (Konvergenz des Horizontalwindes)
- **Auftrieb durch Dichtezunahme mit der Höhe**
Grenzfall: homogene Atmosphäre ($\rho = \text{const}$)

$$p = \rho_o R_L T$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g \rho_o \cong \text{const} \quad \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p}$$

$$\frac{\partial T}{\partial p} \downarrow = \frac{1}{\rho_o R_L}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{\rho_o R_L} \cdot (-\rho_o g) = -g / R_L = -3.42 \text{ K} / 100 \text{ m}$$

autoconvective lapse rate

- **Auftrieb eines Teilchens durch geringere Dichte im Vergleich zur Umgebung**

Annahme: Umgebung im hydrostatischen Gleichgewicht

$$\text{Umgebung: } 0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_u}{\partial z}$$

$$\text{Teilchen: } \frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_u}{\partial z}$$

Ursachen für Vertikalbewegungen

- Auftrieb eines Teilchens durch geringere Dichte im Vergleich zur Umgebung
Fortsetzung

$$\text{Umgebung: } 0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_u}{\partial z} \quad \text{Teilchen: } \frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_u}{\partial z} \quad p = p_u$$

$$\frac{dw}{dt} = -g + \frac{1}{\rho} g \rho_u = g \frac{(\rho_u - \rho)}{\rho} = g \frac{(T_{vu} - T_v)}{T_v}$$

Beispiel T_v höher über Betonplatte als Wiese

- **Auftrieb bei ursprünglich gleicher Dichte** (wichtigster Fall)

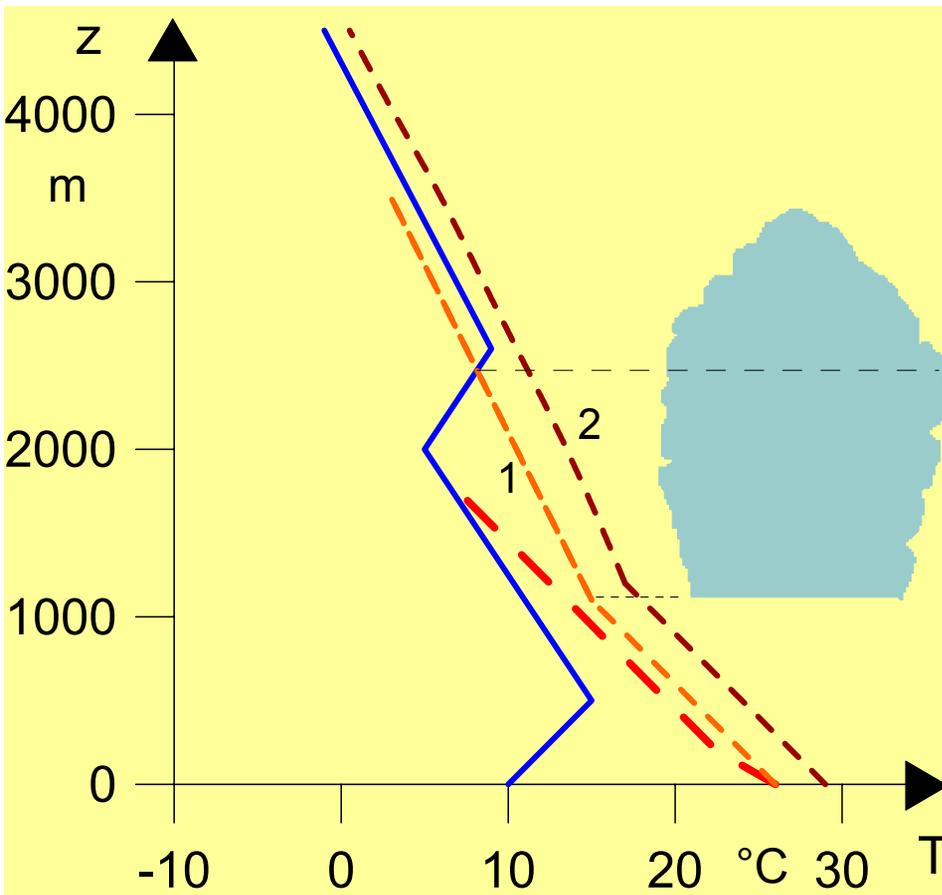
$$T_v(z) = T_{v_o} - \gamma(z - z_o) \quad \text{Teilchen}$$

$$T_{vu}(z) = T_{vu_o} - \gamma_u(z - z_o) \quad \text{Umgebung}$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{g}{T_{vu}} (z - z_o) (\gamma_u - \gamma)$$



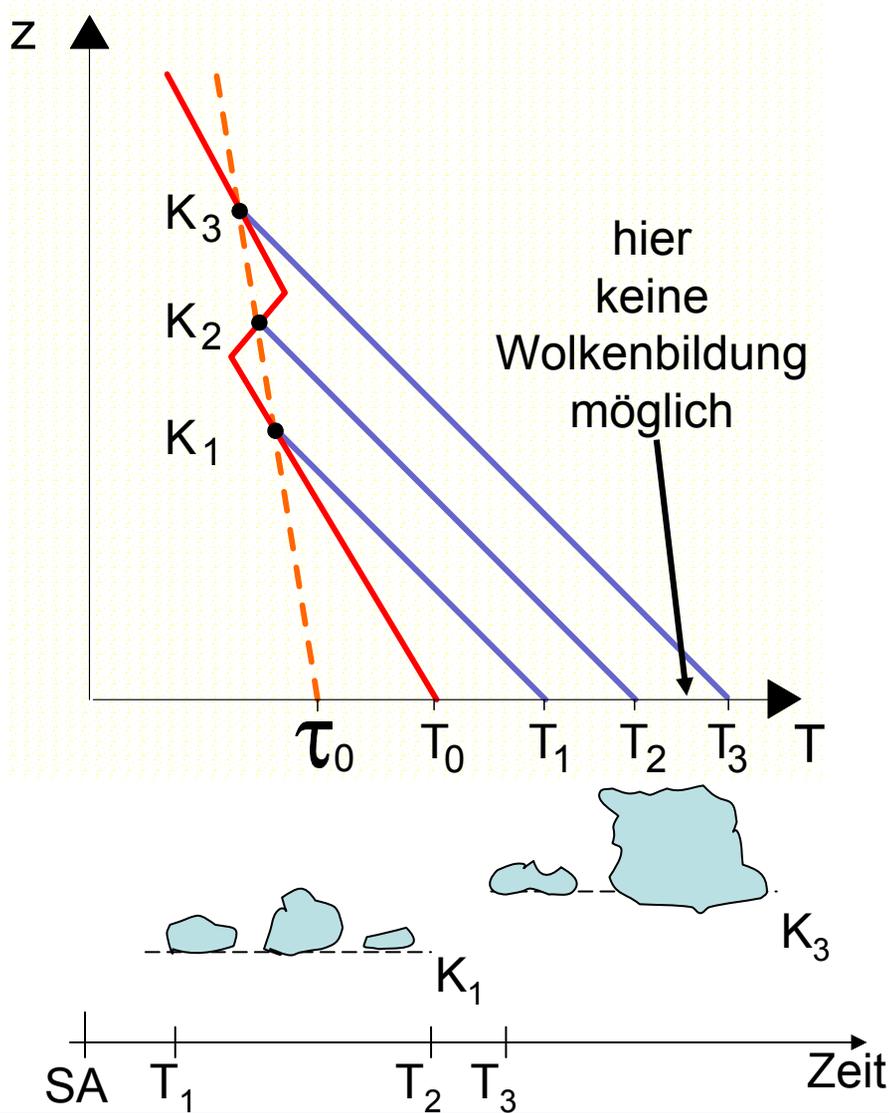
Entwicklung einer Cumuluswolke



Übergang von morgendlicher Bodeninversion (Auskühlung) zum trockenadiabatischen Profil durch Aufheizung. Einzelne Luftpakete können durch stärkere Aufheizung das Kondensationsniveau erreichen, doch die Wolke wird durch obere Inversion nach oben begrenzt (1). Bei weiterer Aufheizung kann auch diese überwunden werden (2).



Doppelte Kondensationshöhe



- Das Temperaturprofil zeigt Inversion
- T_1 - T_2 : Wolken entstehen, wenn die Aufheizung von Luftpaketen am Boden diese durch Auftrieb steigen lässt und Taupunktskurve oberhalb der Zustandskurve erreicht wird
- Die Wolken sind nach oben durch die Inversion begrenzt
- T_2 - T_3 : Wolken verschwinden kurzzeitig, da letztere Bedingung bei größerer Aufheizung nicht mehr erfüllt ist
- T_3 : Weitere Aufheizung kann schließlich Inversion überwinden und Wolken werden in einem höheren Niveau (K_3) gebildet



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Klassifikation von Wolken
- Thermodynamik (Feuchteмаße, Sättigung, atmos. Stabilität)

II. Wasserwolken

- **Bildung von Wolkentropfen**
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag
- Radarmeteorologie

IV. Eisphase

V. Messung von Wolkenparametern

VI. Modellierung von Wolken

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



II. Wasserwolken - Phasenübergänge -

Phasenübergänge sind Basis der Wolkenphysik

- geschehen, wenn freie Energie zum Übergang zu Verfügung steht

Dampf	\rightleftharpoons	Flüssigwasser	(Kondensation, Verdunstung)
Flüssigwasser	\rightleftharpoons	Eis	(Gefrieren, Tauen)
Dampf	\rightleftharpoons	Eis	(Deposition, Sublimation)

- Zur Bildung von Wassertropfen müssen starke Oberflächenkräfte überwunden werden

zur **homogen Tropfenbildung** werden Übersättigungen von mehreren 100 % benötigt

- Warum beobachten wir trotzdem Wolkenbildung bei ~100% ?
durch Partikel mit Affinität für Wasser (Kondensationskerne) kommt es zur **heterogenen Nukleation**



Krümmungseffekt

Sättigungsdampfdruck hängt nicht nur von der Temperatur sondern auch von der Oberflächenspannung.

Moleküle müssen zur Verdunstung Bindungskraft überwinden, Moleküle müssen vom Tropfeninneren an den Rand transportiert werden

Arbeit dw [J], die notwendig ist, um eine Oberfläche A [m²] zu ändern

$$dw = \sigma dA$$

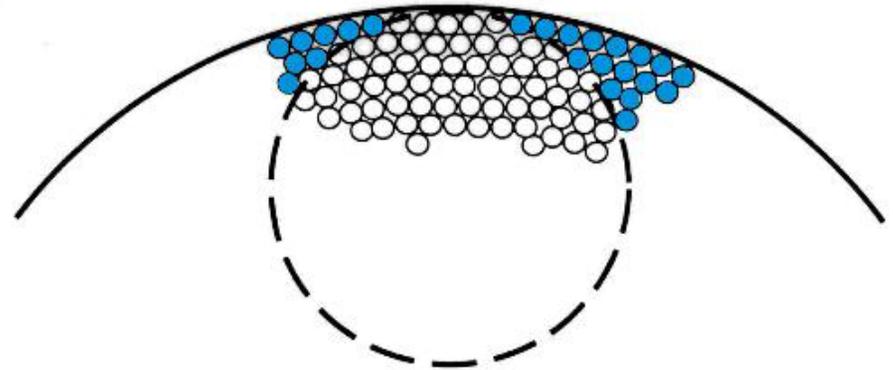
mit Oberflächenspannung σ [N/m] ist schwierig zu bestimmen (reines Wasser, tiefe Temperaturen,..)

Rogers & Yau:
für -20 bis +20 °C

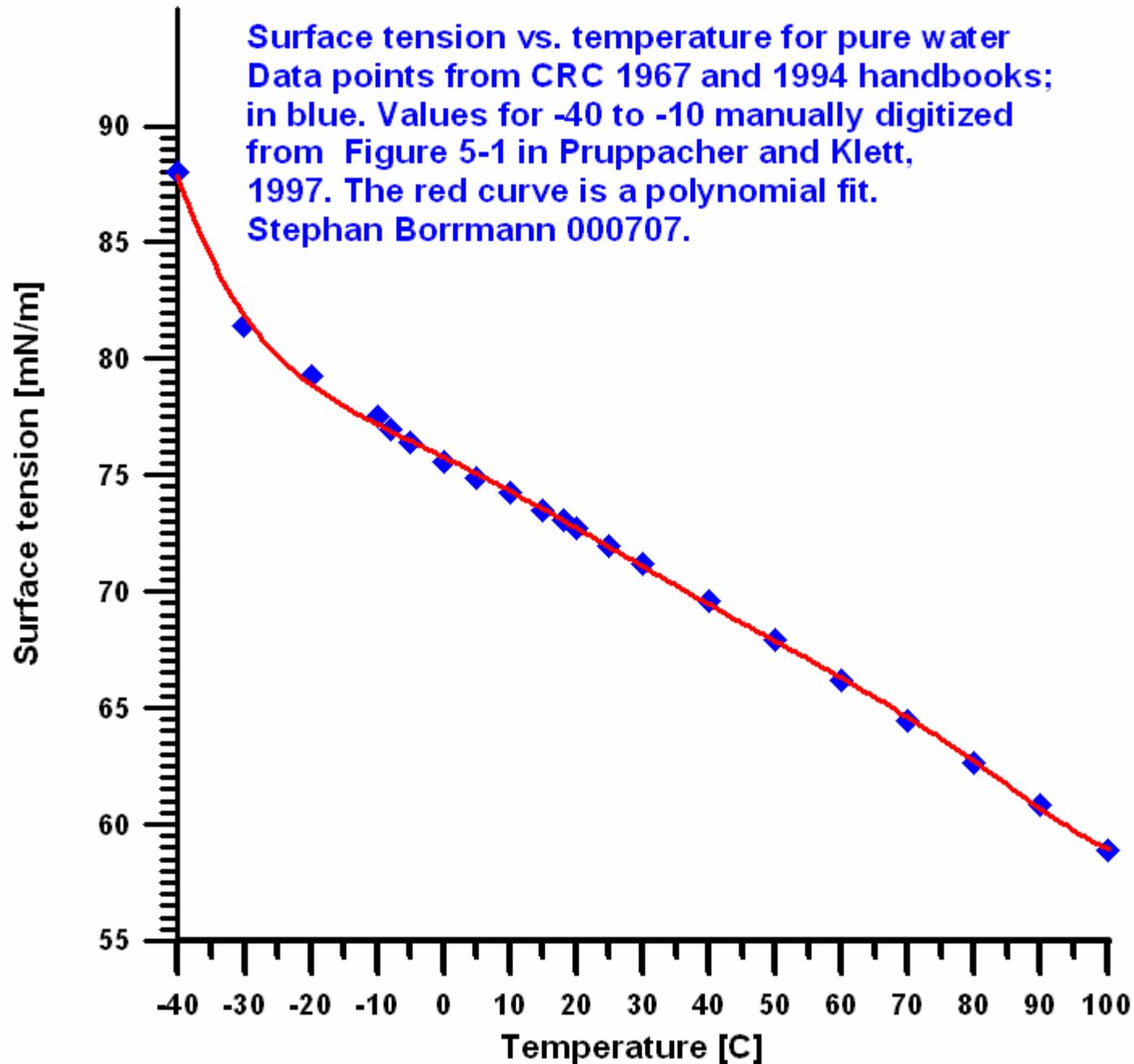
$$\sigma = c_1 T + c_2$$

$$c_1 = -1.55 \times 10^{-4} \text{ N m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$
$$c_2 = 0.118 \text{ Nm}^{-1}$$

CURVATURE EFFECT
- Molecular Interpretation -



Surface tension vs. temperature for pure water
Data points from CRC 1967 and 1994 handbooks;
in blue. Values for -40 to -10 manually digitized
from Figure 5-1 in Pruppacher and Klett,
1997. The red curve is a polynomial fit.
Stephan Borrmann 000707.



Energiebilanz zur Tropfenbildung

Fragestellung: Unter welchen Bedingungen formt sich ein stabiler Wolkenembryo?

→ Dann wenn Kondensation die Verdunstung übersteigt!

$$\Delta E = 4\pi r^2 \sigma - \frac{4}{3} \pi r^3 n k T \ln\left(\frac{e}{e_s}\right)$$

Mechanische Arbeit

Abnahme der Gibb'schen freien Energie

Notwendige Bedingung
zum Tropfenwachstum

$$\frac{\partial \Delta E}{\partial r} = 0 \quad , \quad r \geq r_c$$



Kondensation - homogene Nukleation

Abhängigkeit des Sättigungsdampfdruck vom Tropfenradius wird durch Thomson'sche Formel (Lord Kelvin) beschrieben:

$$e_s(r) = e_s(r = \infty) \exp\left(\frac{2\sigma}{R_w \rho_w T r}\right) \quad \longrightarrow \quad \frac{e_s(r)}{e_s(r = \infty)} = \exp\left(\frac{a}{r}\right)$$

Somit lässt sich bei gegebener Sättigung $S = e_s(r)/e_s$ der kritische Tropfenradius berechnen, ab dem ein entstandener Tropfen stabil ist

$$r_c = \frac{2\sigma}{R_w \rho_w T \ln(S)}$$

- $e_s(r)$ Gleichgewichtsdampfdruck über der gekrümmten Oberfläche
- $e_s(r=\infty)$ Sättigungsdampfdruck in der Umgebung
- σ Oberflächenspannung des Wassers (ca. $7.5 \cdot 10^{-2}$ N/m)
- R_w Gaskonstante des Wasserdampfes
- ρ_w Dichte des Wassers



Kritischer Tropfenradius

Sättigung S	kritischer Radius r_c [μm]	Anzahl der Moleküle
1	∞	∞
1.01	0.121	2.468×10^8
1.10	1.261×10^{-2}	2.807×10^5
1.5	2.964×10^{-3}	3.645×10^3
2	1.734×10^{-3}	730
3	1.094×10^{-3}	183
4	8.671×10^{-4}	91
5	7.468×10^{-4}	58
10	5.221×10^{-4}	20

Ein Tropfen, der durch zufälligen Zusammenstoß von n Molekülen geformt wird, ist nur bei gegebener Übersättigung **S** stabil!



Aerosol

- Bildung in der Atmosphäre durch Kondensation, oder Disintegration von flüssigen oder festen Substanzen
- Form kann sphärisch, kristallin, fädig, Agglomerat oder irregulär sein
- Partikelgrößen reichen von 10^{-3} μm (Molekülcluster) bis 10 μm (große Salzkristalle, Verbrennungsrückstände)
- Primäres Aerosol macht 75 %
 - 20 % Eintrag durch Wind
 - 40 % durch Gischt (Seesalz)
 - 10 % Waldfeuer
 - 5 % Industrielle Prozesse
- Sekundärproduktion in Atmosphäre macht 25 %
- chemische und physikalische Transformationen in Atmosphäre



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Klassifikation von Wolken
- Thermodynamik (Feuchteмаße, Sättigung, atmos. Stabilität)

II. Wasserwolken

- **Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung**
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag
- Radarmeteorologie

IV. Eisphase

V. Messung von Wolkenparametern

VI. Modellierung von Wolken

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Krümmungseffekt

Sättigungsdampfdruck hängt nicht nur von der Temperatur sondern auch von der Oberflächenspannung.

Moleküle müssen zur Verdunstung Bindungskraft überwinden, Moleküle müssen vom Tropfeninneren an den Rand transportiert werden

Arbeit dw [J], die notwendig ist, um eine Oberfläche Ω [m²] zu ändern

$$dw = \sigma d\Omega$$

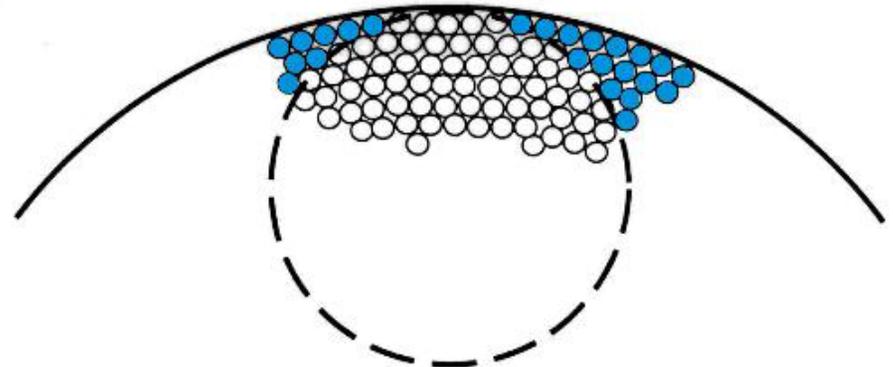
mit Oberflächenspannung σ [N/m] ist schwierig zu bestimmen (reines Wasser, tiefe Temperaturen,..)

Rogers & Yau:
für -20 bis +20 °C

$$\sigma = c_1 T + c_2$$

$$c_1 = -1.55 \times 10^{-4} \text{ N m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$
$$c_2 = 0.118 \text{ Nm}^{-1}$$

CURVATURE EFFECT
- Molecular Interpretation -



1. HS Thermodynamik

Betrachtung eines offenen Einphasensystems aus N Stoffkomponenten

$$m_k = \frac{M_k}{\sum_{i=1, N_i} M_i} \quad \text{Massenanteil der Stoffkomponente } k$$

$$dU = T dS - p dV + \underbrace{\sum_{k=1}^{N_k} \left(\frac{\partial U}{\partial m_k} \right)_{(V, S, n)}}_{\mu} dm_k$$

chemisches Potential μ beschreibt die Änderung der inneren Energie des Gesamtsystems aufgrund der lokalen Massenzu- oder abnahme der Stoffkomponente k

thermodynamische Überlegungen ergeben weiter:

$$\sum_k m_k d\mu_k = -S dT + V dp$$

Gibbs-Duhem-Gleichung beschreibt Änderungen des chemisches Potentials aufgrund von Temperatur- und Druckänderungen



Thermodynamische Potentiale

Thermodynamische Funktionen können bei nicht konstanter stofflicher Zusammensetzung auf Grund von Kompositionsänderungen variieren

Innere Energie $U(S, V, m_k)$

$$dU = T dS - p dV + \sum_{k=1}^{N_k} \mu_k dm_k$$

Enthalpie $H(S, p, m_k) = U + pV$

$$dH = T dS + V dp + \sum_{k=1}^{N_k} \mu_k dm_k$$

freie Energie $F(T, V, m_k) = U - TS$

Helmholtz'sche freie Energie

$$dF = -S dT + p dV + \sum_{k=1}^{N_k} \mu_k dm_k$$

freie Enthalpie $G(T, p, m_k) = U + pV - TS$

Gibbsche freie Energie oder Gibbs Potential

$$dG = -S dT + V dp + \sum_{k=1}^{N_k} \mu_k dm_k$$

vergl. spez. Formulierung für Clausius-Clapeyron Gleichung
Erhaltungsgröße für isotherme, isobare Zustandsänderungen
eines Einkomponentensystems

$$dg = -s dT + \alpha de_s$$

Kondensation

Abhängigkeit des Sättigungsdampfdruck vom Tropfenradius wird durch Thomson'sche Formel (Lord Kelvin) beschrieben:

$$e_s(r) = e_s(r = \infty) \exp\left(\frac{2\sigma}{R_w \rho_w T r}\right) \quad \longrightarrow \quad \frac{e_s(r)}{e_s(r = \infty)} = \exp\left(\frac{a}{r}\right)$$

Somit lässt sich bei gegebener Sättigung $S = e_s(r)/e_s$ der kritische Tropfenradius berechnen, ab dem ein entstandener Tropfen stabil ist

$$r_c = \frac{2\sigma}{R_w \rho_w T \ln(S)}$$

$e_s(r)$ Gleichgewichtsdampfdruck über der gekrümmten Oberfläche

$e_s(r=\infty)$ Sättigungsdampfdruck in der Umgebung

σ Oberflächenspannung des Wassers (ca. $7.5 \cdot 10^{-2}$ N/m)

R_w Gaskonstante des Wasserdampfes

ρ_w Dichte des Wassers



Kritischer Tropfenradius

Sättigung S	kritischer Radius r_c [μm]	Anzahl der Moleküle
1	∞	∞
1.01	0.121	2.468×10^8
1.10	1.261×10^{-2}	2.807×10^5
1.5	2.964×10^{-3}	3.645×10^3
2	1.734×10^{-3}	730
3	1.094×10^{-3}	183
4	8.671×10^{-4}	91
5	7.468×10^{-4}	58
10	5.221×10^{-4}	20

Tropfen, der durch zufälligen Zusammenstoß von n Molekülen geformt wird, ist nur bei gegebener Übersättigung **S** stabil!



Aerosol

- Bildung in der Atmosphäre durch Kondensation, oder Disintegration von flüssigen oder festen Substanzen
- Form kann sphärisch, kristallin, fädig, Agglomerat oder irregulär sein
- Partikelgrößen reichen von 10^{-3} μm (Molekülcluster) bis 10 μm (große Salzkristalle, Verbrennungsrückstände)
- Primäres Aerosol macht 75 %
 - 20 % Eintrag durch Wind
 - 40 % durch Gischt (Seesalz)
 - 10 % Waldfeuer
 - 5 % Industrielle Prozesse
- Sekundärproduktion in Atmosphäre macht 25 %
- chemische und physikalische Transformationen in Atmosphäre



Lösungseffekt

Raoult'sches Gesetz

stark verdünnte Lösung: $n \ll n_o$

$$\frac{e'_s}{e_s} = \frac{n_o}{n_o + n} = 1 - \frac{n}{n + n_o} \approx 1 - \frac{n}{n_o}$$

$$n = i N_o \frac{M_s}{m_s}$$

$$n_o = N_o \frac{M_w}{m_w}$$

$$\frac{e'_s}{e_s} \approx 1 - \frac{3 i m_w M}{4 \pi \rho_w m_s r^3} \frac{1}{r^3}$$



$$\frac{e'_s}{e_s} \approx 1 - \frac{b}{r^3}$$

$$M_w = \frac{4}{3} \pi \rho_w r^3$$

b

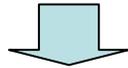
- e'_s Gleichgewichtsdampfdruck über Lösung
- n_o Anzahl der Wassermoleküle
- n Anzahl der Moleküle der Lösung
- i van't Hoff Faktor, Ionisierungsgrad ~ 2 (meist Na^+Cl^-)
- N_o Avogadrozahl $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- M Masse der Lösung (s) bzw. des Wassers (w)
- m Molekulargewicht der Lösung bzw. des Wassers



Kombination Krümmungs- und Lösungseffekt

$$\frac{e_s(r)}{e_s(r=\infty)} = \exp\left(\frac{a}{r}\right)$$

$$\frac{e'_s}{e_s} = 1 - \frac{b}{r^3}$$



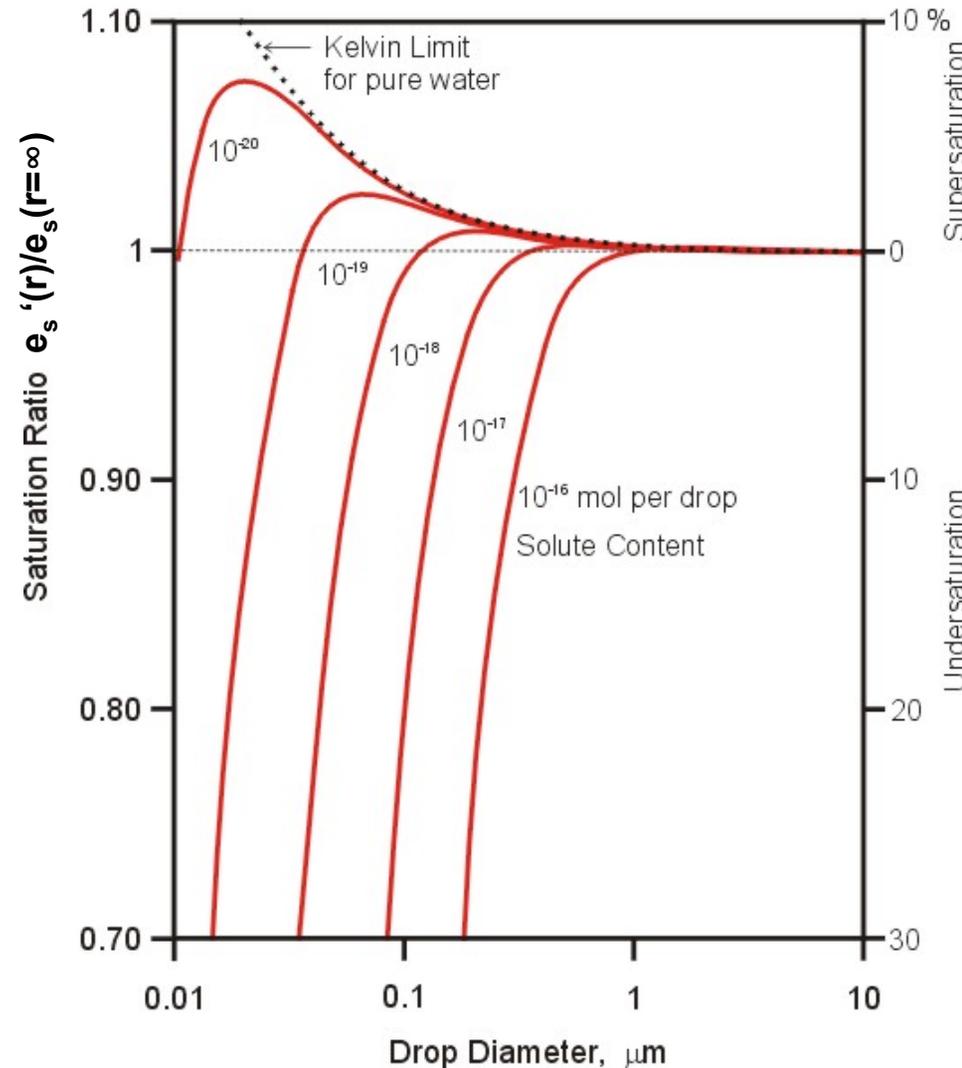
$$\frac{e'_s(r)}{e_s(r=\infty)} = \left[1 - \frac{b}{r^3}\right] \exp\left(\frac{a}{r}\right)$$

r nicht zu klein

$$\frac{e'_s(r)}{e_s(r=\infty)} = 1 + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^3}$$

Köhler-Kurven

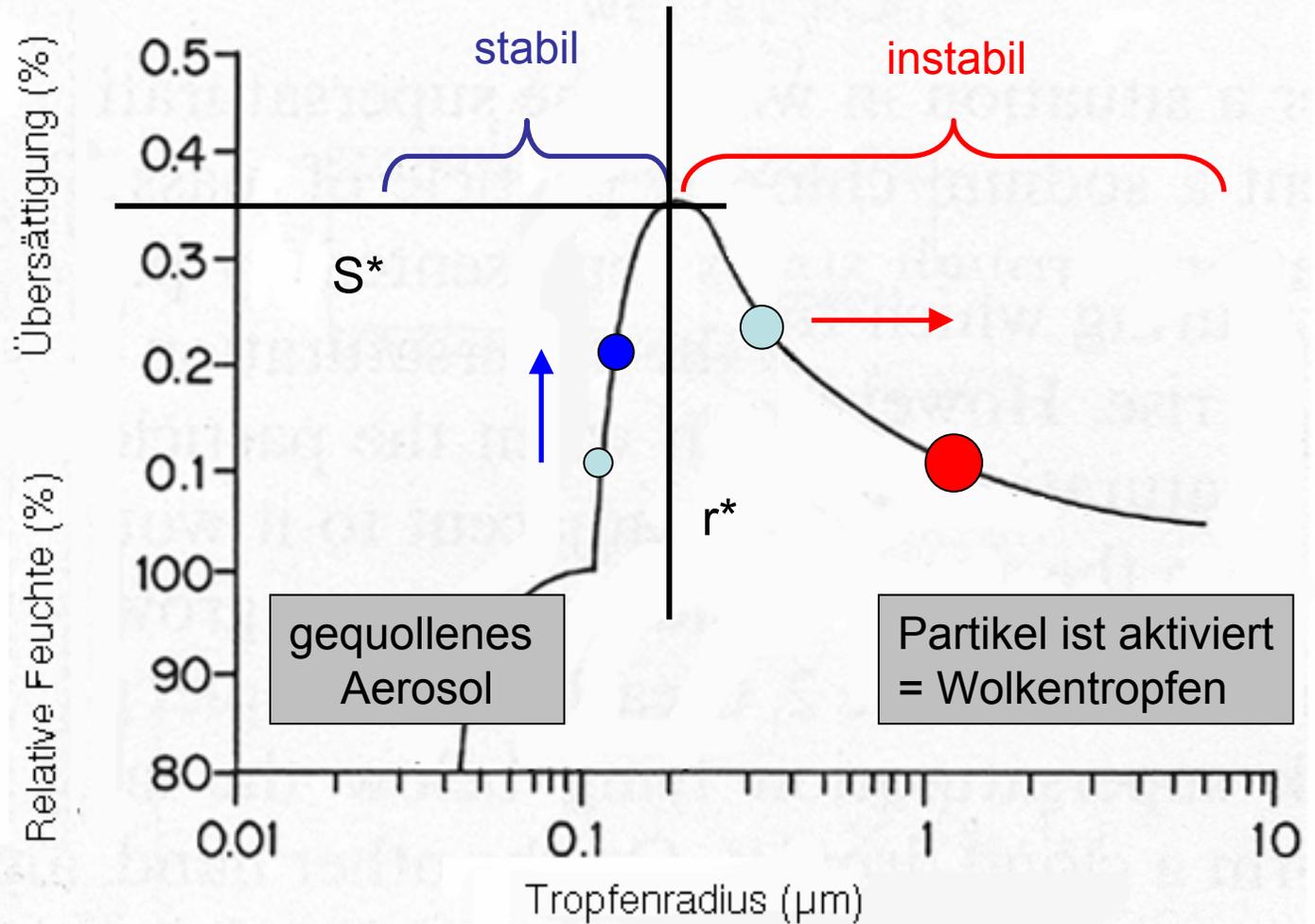
Köhler, H., 1936, Trans. Far. Soc, 32, 1152-1161.



Kondensation

Erhöhung der Übersättigung, z.B. durch weiteres Aufsteigen

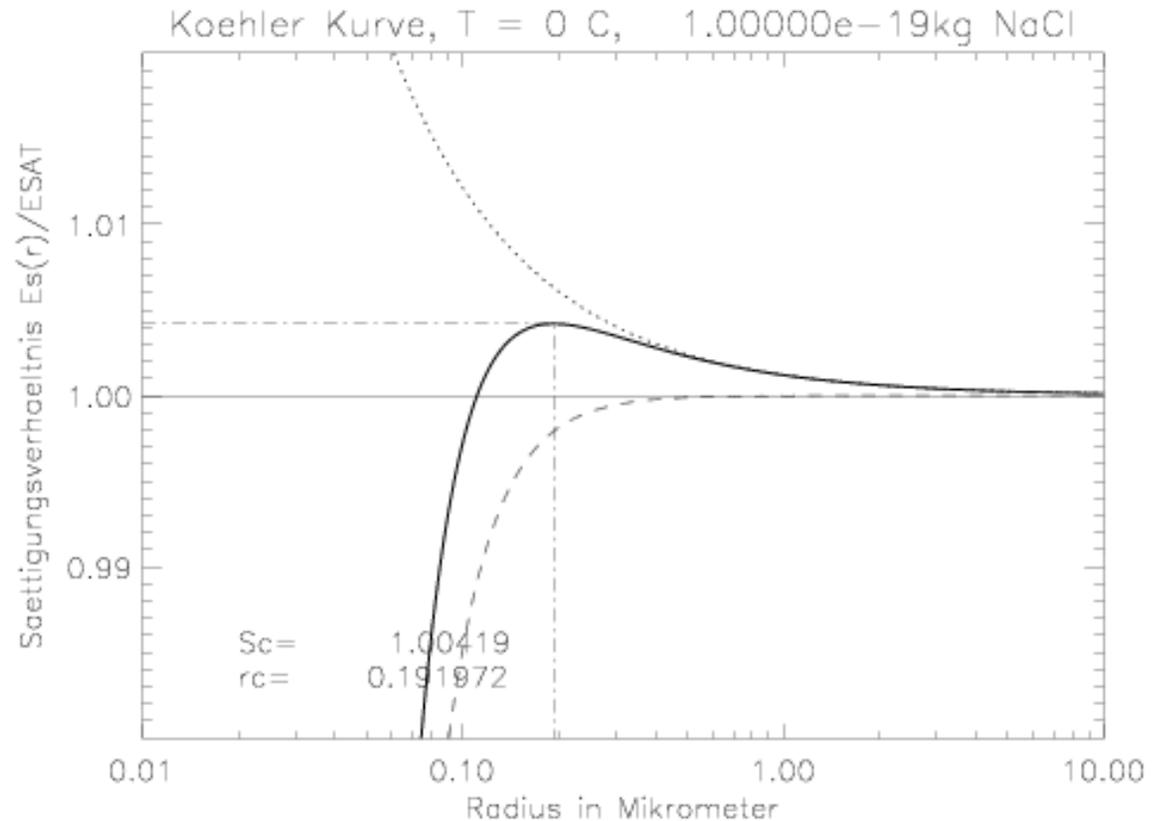
Tropfenwachstum, da bei größerem Radius weniger Übersättigung benötigt wird



Köhler Kurven

$$\frac{e'_s(r)}{e_s(r=\infty)} = 1 + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^3}$$

Aufgabe7: Bestimmen Sie Ausdrücke für S^* und r^* in Abhängigkeit von a , b



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Klassifikation von Wolken
- Thermodynamik (Feuchteмаße, Sättigung, atmos. Stabilität)

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung
- **Wachstum von Tropfen**
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag
- Radarmeteorologie

IV. Eisphase

V. Messung von Wolkenparametern

VI. Modellierung von Wolken

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Zusammenfassung 6. Doppelstunde

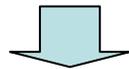
- Was unterscheidet die **homogene** oder **heterogene** Nukleation?
- Betrachtung von Systemen, die aus mehreren Stoffkomponenten bestehen
→ **Chemisches Potential μ** beschreibt die Änderung der inneren Energie des Gesamtsystems durch lokale Massenzu- o. Abnahme der Stoffkomponente **k**
- Was beschreibt die **Oberflächenspannung σ** und wovon hängt sie ab?
$$\Delta w = \sigma dA$$
- Was beschreibt die **Kelvinformel**, wie wird sie abgeleitet und welche Form hat sie?
$$\frac{e_s(r)}{e_s(r=\infty)} = \exp\left(\frac{a}{r}\right)$$
- Was beschreibt das **Raoult'sches Gesetz** ?
- **Köhler-Kurven**: gleichzeitige Wirkung des Krümmungs- und Lösungseffektes
$$\frac{e'_s}{e_s} \approx 1 - \frac{3 i m_w M}{4 \pi \rho_w m_s} \frac{1}{r^3} = 1 - \frac{b}{r^3}$$



Kombination Krümmungs- und Lösungseffekt

$$\frac{e_s(r)}{e_s(r=\infty)} = \exp\left(\frac{a}{r}\right)$$

$$\frac{e'_s}{e_s} = 1 - \frac{b}{r^3}$$



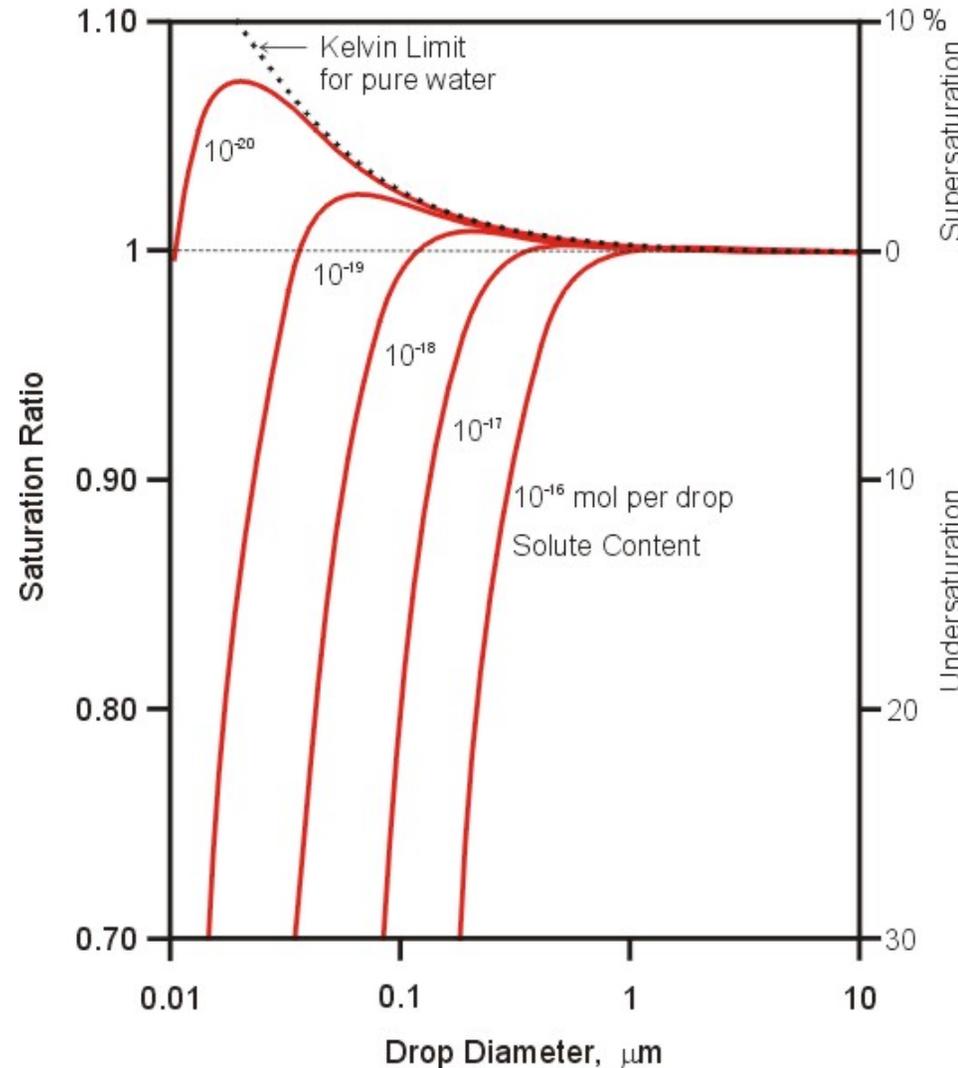
$$\frac{e'_s(r)}{e_s(r=\infty)} = \left[1 - \frac{b}{r^3}\right] \exp\left(\frac{a}{r}\right)$$

r nicht zu klein

$$\frac{e'_s(r)}{e_s(r=\infty)} = 1 + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^3}$$

Köhler-Kurven

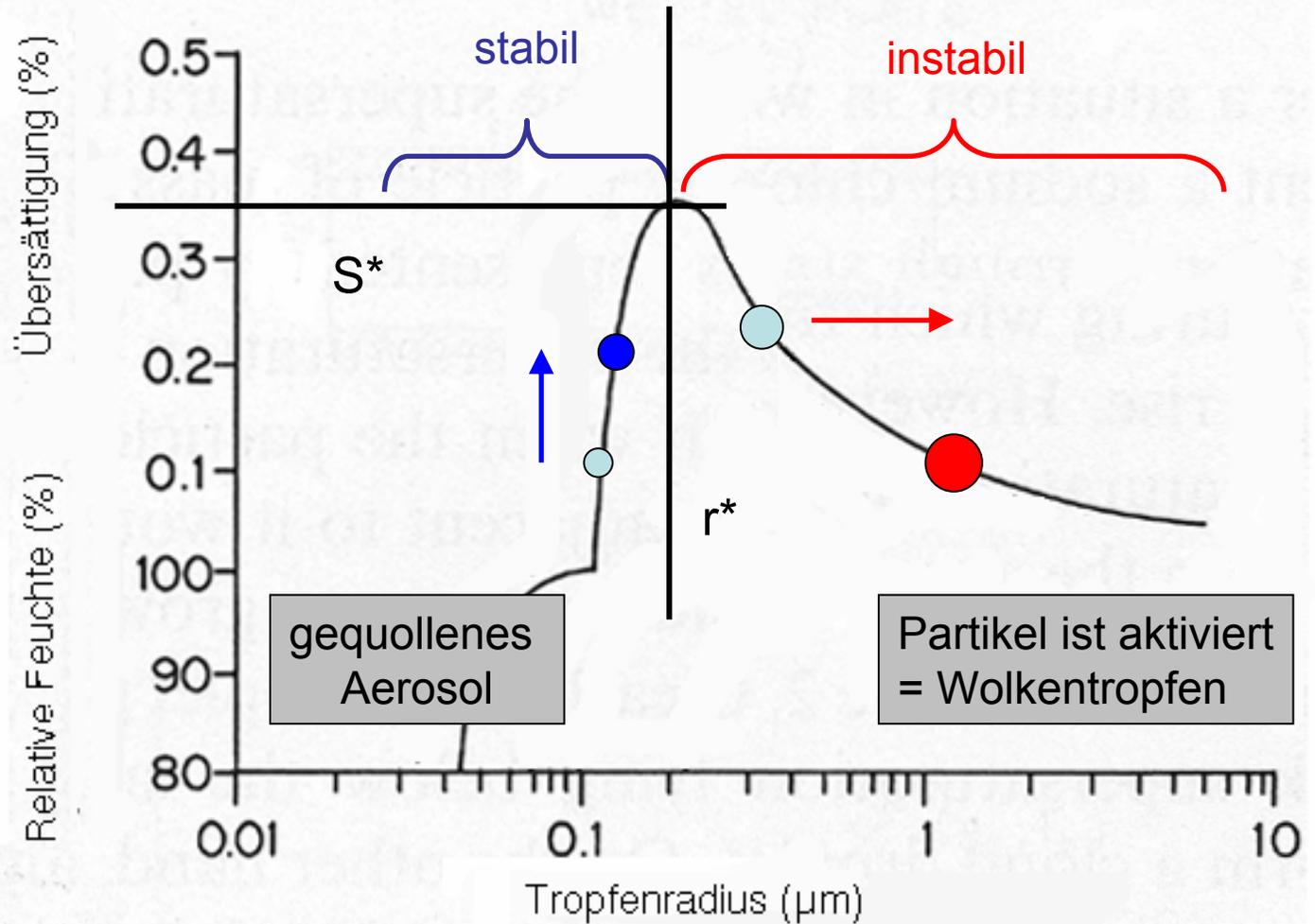
Köhler, H., 1936, Trans. Far. Soc, 32, 1152-1161.



Kondensation

Erhöhung der Übersättigung, z.B. durch weiteres Aufsteigen

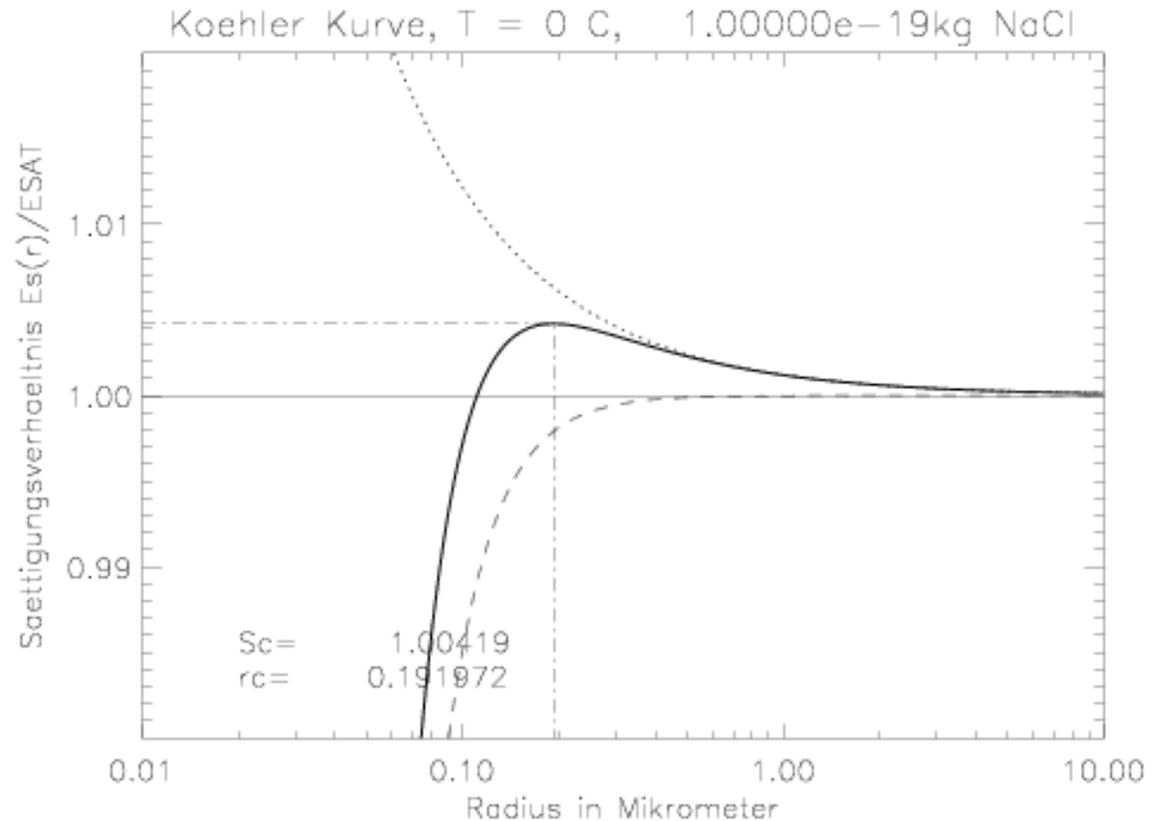
Tropfenwachstum, da bei größerem Radius weniger Übersättigung benötigt wird



Köhler Kurven

$$\frac{e'_s(r)}{e_s(r=\infty)} = 1 + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^3}$$

Aufgabe7: Bestimmen Sie Ausdrücke für S^* und r^* in Abhängigkeit von a , b



Köhler Kurven

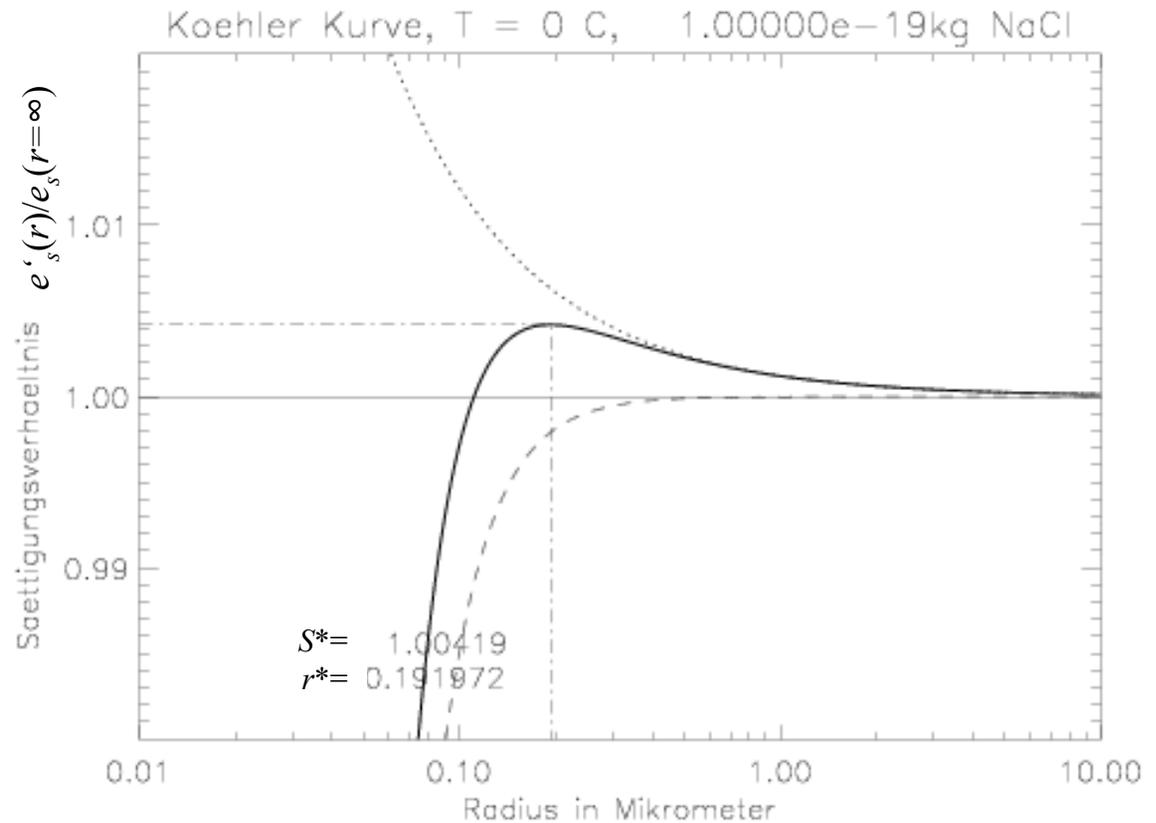
$$\frac{e'_s(r)}{e_s(r=\infty)} = 1 + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^3}$$

Aus $dS/dr = 0$ folgt
kritischer Radius

mit $S^* = S - 1$

$$S^* = 1 + \sqrt{4a^3 / 27b}$$

$$r^* = \sqrt{3b / a}$$



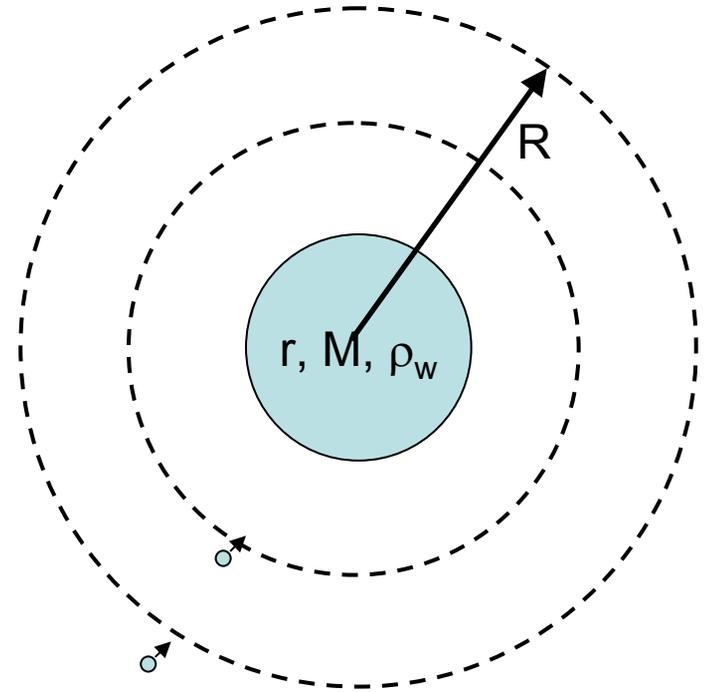
$$\frac{d}{dr} S = \frac{d}{dr} \left(1 + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^3} \right) = 0 = -\frac{a}{r^2} + \frac{3b}{r^4} = -ar^2 + 3b$$



Diffusionswachstum

Ist Partikel aktiviert (d.h. r^* erreicht) kann es durch Wasserdampfdiffusion aus der Umgebung weiter wachsen (Diffusionswachstum)

- isolierter, kugelförmiger Wassertropfen des Radius r , der Masse M und der Dichte ρ_w
- Temperatur T_∞ und Wasserdampfdichte $\rho_{v\infty}$ der Umgebung verbleiben konstant
- Tropfen wächst durch die Diffusion von Wasserdampf zu seiner Oberfläche hin
- Im Gleichgewicht stellt sich ein Diffusionsfeld um den Tropfen ein, so dass die Masse an Wasser durch jede beliebige kugelförmige Oberfläche um den Tropfen unabhängig von deren Radius R und der Zeit t ist

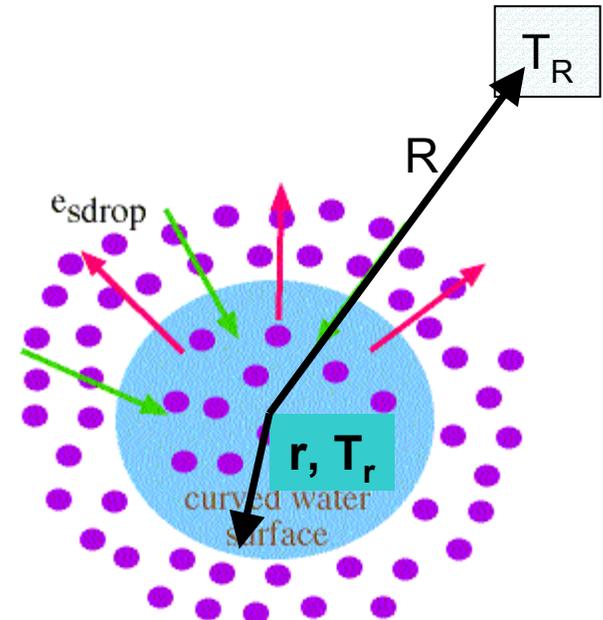


Tropfenwachstum

Annahmen

- Atmosphäre ruht
- Wasserdampfkonzentration ändert sich nur radial $n(\mathbf{R})$
- Wasserdampftransport zum Tropfen ist rein diffusiv
- das äußere Druckfeld ist stationär
- isotherme, isobare Atmosphäre

$\rho_v = n(\mathbf{R}) m_o$	Wasserdampfdichte
m_o	Molekülmasse
$D \nabla n$	Dampffluss
D	Diffusionskoeffizient [$m^2 s^{-1}$]



$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot [D \nabla n]$$



Diffusionsgleichung

Allgemeine Diffusionsgleichung
 $\nabla \mathbf{J} = \mathbf{0}$ (Divergenzfreiheit des
Wasserdampfdiffusionsfluss)

$$\underbrace{\frac{\partial n}{\partial t}}_{= 0} = -\nabla \cdot \underbrace{[D \nabla n]}_{= \mathbf{J} \text{ (Wasserdampfdiffusionsfluss)}} = -D \nabla^2 n(R)$$

Stationarität

Allgemeine Lösung $n(R) = C_1 - C_2 / R$

Randbedingungen

$$r \rightarrow \infty ; n \rightarrow n(\infty)$$

$$r \rightarrow 0 ; n \rightarrow n(r)$$

ungestörte Wasserdampfkonzentration

Wasserdampfkonzentration am Tropfenrand

Spezielle Lösung $n(R) = n(\infty) - \frac{r}{R} (n(\infty) - n(r))$

$n(\infty) < n(r)$, da direkt an der Tropfenoberfläche Sättigung herrscht



Tropfenwachstum

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot [D\nabla n] = 0$$

$$n(R) = n(\infty) - \frac{r}{R} (n(\infty) - n(r))$$

**Molekülflussdichte
am Tropfenrand**

R=r

$$\begin{aligned} J(R=r) &= \left(D \frac{\partial n}{\partial r} \right)_{R=r} = D \left(\frac{r}{R^2} (n(\infty) - n(r)) \right) \\ &= D (n(\infty) - n(r)) \frac{1}{r} \end{aligned}$$

Tropfen wächst in Abhängigkeit von Diffusionskoeffizient, Tropfenradius und dem Feuchtegradienten von Tropfenrand zu Umgebung



Massenwachstum

$$J(R = r) = D(n(\infty) - n(r)) \frac{1}{r}$$

D	Diffusionskoeffizient [m^2s^{-1}]
n	Wasserdampfkonzentration [m^{-3}]
m₀	Masse eines Moleküls [kg]
ρ_v = n · m₀	Wasserdampfdichte [kg m^{-3}]
J	Molekülflussdichte [$\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$]
	Anzahl der Moleküle, die pro Sekunde durch Tropfenoberfläche diffundieren

Massenänderungsrate
des Tropfen

$$\frac{dM}{dt} = 4 \pi r^2 D (n(\infty) - n(r)) \frac{1}{r} m_0$$

{ **Oberfläche** { **Molekülfluss J** { **Molekülmasse**

$$\frac{dM}{dt} = \frac{4}{3} \pi \rho_w \frac{d r^3}{dt} = 4 \pi r D (\rho_{vu} - \rho_{vr})$$

$\rho_{vu} > \rho_{vr}$ Kondensation, Wachstum
 $\rho_{vu} < \rho_{vr}$ Verdunstung

Maxwell Gleichung, 1890 in Encyclopedia Britannica



Wärmeeffekt

Prozess ist nicht **isotherm**, da bei Kondensation latente Wärme frei wird
→ Tropfentemperatur T_r erhöht sich

Aufgrund der Stationarität der Felder muss die Wärme durch Diffusion vom Tropfen an die Umgebung abgegeben werden

$$\frac{dQ}{dt} = 4\pi r K (T_r - T_u)$$

K Wärmeleitfähigkeit [$\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$]
Q Latente Wärme [J]
c_w spez. Wärmekapazität von Wasser [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]

Wärmehaushaltsgleichung für den Tropfen

$$c_w M \frac{dT_r}{dt} = L \frac{dM}{dt} - \frac{dQ}{dt}$$

=0 (stationär) Wärmediffusion

Kondensation/Verdunstung

Kombination Wasserdampf/Wärme

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi r D(\rho_u - \rho_r)$$

$$\frac{dQ}{dt} = 4\pi r K(T_r - T_u)$$

Wärmehaushalts-
gleichung

$$c_w M \frac{dT_r}{dt} = L \frac{dM}{dt} - \frac{dQ}{dt}$$

Umgebungsbedingungen
aus Messung bekannt

$$\frac{\rho_{vu} - \rho_{vr}}{T_u - T_r} = \frac{K}{LD}$$

leichte Abhängigkeit von
Temperatur und Druck

Zustandsgleichung für Wasserdampf an Tropfenrand

$$= \frac{e_s \left(1 - a/r - b/r^3\right)}{R_L T_v}$$

Köhler-Kurve für Lösung mit Radius r

Wachstumsgleichung

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi r D \rho_{vr} \frac{\rho_v - \rho_{vr}}{\rho_{vr}}$$

+

$$\frac{dM}{dt} \left(1 - \frac{L}{R_v T} \right) \left(\frac{L}{4\pi r K T} \right) = \frac{\rho_{vs} - \rho_{vrs}}{\rho_{vrs}}$$

Zusammenhang Massen- und Radiuswachstum

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho_w r^3$$



$$\frac{dM}{dr} = 4\pi \rho_w r^2$$

Wachstumsgleichung für Radius

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{S-1}{\left(\frac{L}{R_L T_v} - 1 \right) \frac{L \rho_l}{K T} + \frac{\rho_l R_v T}{D e_s(T)}}$$



$$r \frac{dr}{dt} = \frac{(S-1) - a/r + b/r^3}{F_k + F_d}$$

und Krümmungs- und Lösungseffekt

Wasserdampfdiffusion F_d

thermodynamischer Term F_k

Koeffizienten für Wärme- und Wasserdampfdiffusion

nach Laube und Hafler [1988]

$$L = (2500.8 - 2.372(T - 273.15)) \cdot 1000. \quad [J \text{ kg}^{-1}]$$

Verdampfungswärme
ca. 6 % über Temperaturbereich

$$D = 0.211 \cdot 10^{-5} \left(\frac{101325 \text{ Pa}}{p} \right) \left(\frac{T}{273.15 \text{ K}} \right) \quad [m^2 \text{ s}^{-1}]$$

Diffusionskonstante
ca. 30 % über Temperaturbereich

$$K = 0.02478 \cdot 10^{-5} (T - 273.15) \quad [J m^{-1} s^{-1} K^{-1}]$$

Wärmeleitungskoeff.
ca. 50 % über Temperaturbereich

dynamische Viskosität μ [$\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$] der Luft ist proportional zu **K**
kinematische Viskosität [$\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$] (μ/ρ) ist proportional zu **D**



Wie schnell wächst ein Tropfen?

= 0 für 10 μm Tropfen

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{(S-1) - a/r + b/r^3}{F_k + F_d}$$



$$r \frac{dr}{dt} = \frac{S-1}{F_k + F_d} = \zeta$$

Isothermie!

$$\int r dr = \int \zeta dt$$



**Parabolische
Wachstumsgleichung**

$$r(t) = \sqrt{r_o + 2 \zeta t}$$

ζ - normalisierter Kondensationswachstumsparameter [$\mu\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]

$$\zeta = \frac{S-1}{F_k + F_d} = \frac{S-1}{\zeta_1}$$

ζ_1 ist abhängig von Temperatur und Druck

Je wärmer die Luft und je niedriger der Druck, desto schneller wächst der Tropfen



Wie schnell wächst ein Tropfen?

Parabolische Wachstumsgleichung

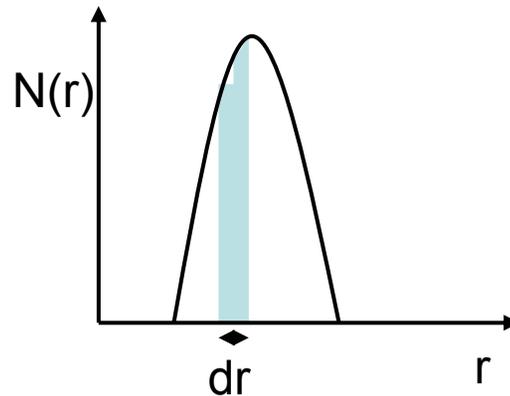
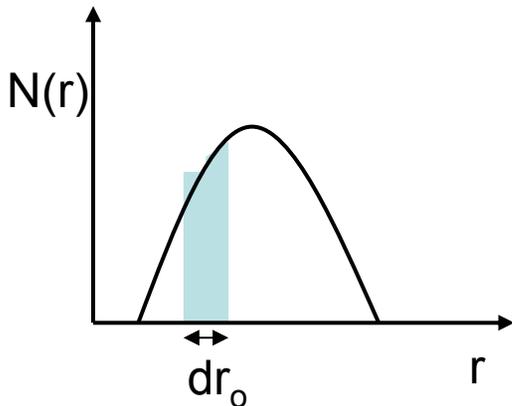
$$r(t) = \sqrt{r_o + 2 \zeta t}$$



Bei Tropfenwachstum durch reine Wasserdampfdiffusion verengt sich das Tropfenspektrum mit der Zeit

Betrachte zwei Tropfen mit den Anfangsradien $r_1(0)$ und $r_2(0)$ mit $r_1(0) < r_2(0)$
Zum Zeitpunkt t gilt dann

$$r_2(t) - r_1(t) = \frac{r_2^2(0) - r_1^2(0)}{r_2(t) + r_1(t)}$$



Beispiele für Tropfenwachstum

Kern aus Natriumchlorid (anfangs 0.75 μm Radius) wächst bei einer Übersättigung von 0.05 %, $T=273\text{ K}$ und $p=900\text{ hPa}$

Kernmasse in Gramm

Zeit in Sekunden
bis zum Erreichen
eines bestimmten
Radius

Radius in μm	10^{-14}	10^{-13}	10^{-12}
1	0.013	0.15	2.4
2	0.61	7	130
4	62	320	1000
10	870	1800	2700
20	5900	7400	8500
30	14500	16000	17500
50	41500	43500	44500

Mason [1971]

- Tropfen, die an großen Kernen gebildet werden, wachsen anfangs sehr schnell
- Hat der Tropfen ca. 10 μm erreicht spielt die Größe des Anfangskeims keine Rolle
- Innerhalb einer Stunde kann ein Tropfen von sehr klein bis sehr groß wachsen



Wachstumsgleichungen

Ziel der Wolkenphysik: Beschreibung der Entwicklung des Tropfenspektrums

Beginn: Betrachtung des Wasserhaushalts

(Vernachlässigung von Sedimentation und Koagulation)

$$\frac{dS}{dt} = P - C$$

Änderung des Sättigungsverhältnisses **S** ergibt sich als Differenz zwischen Produktion **P** (Sättigungsänderung durch Kühlung) und Verlust durch Kondensation **C (am Tropfen)**

$$\frac{dS}{dt} = Q_1 \frac{dz}{dt} - Q_2 \frac{d\chi}{dt}$$

$$Q_1 = \left(\frac{\varepsilon L_v g}{R c_p T_\infty^2} - \frac{g}{RT_\infty} \right) \quad Q_2 = \rho_\infty \left(\frac{\varepsilon L_v^2}{T_\infty p c_p} + \frac{RT_\infty}{\varepsilon e_{s\infty}} \right)$$

χ Flüssigwassermischungsverhältnis [kg/kg]
 w dz/dt : Vertikalgeschwindigkeit (m/s)
 S e/e_s



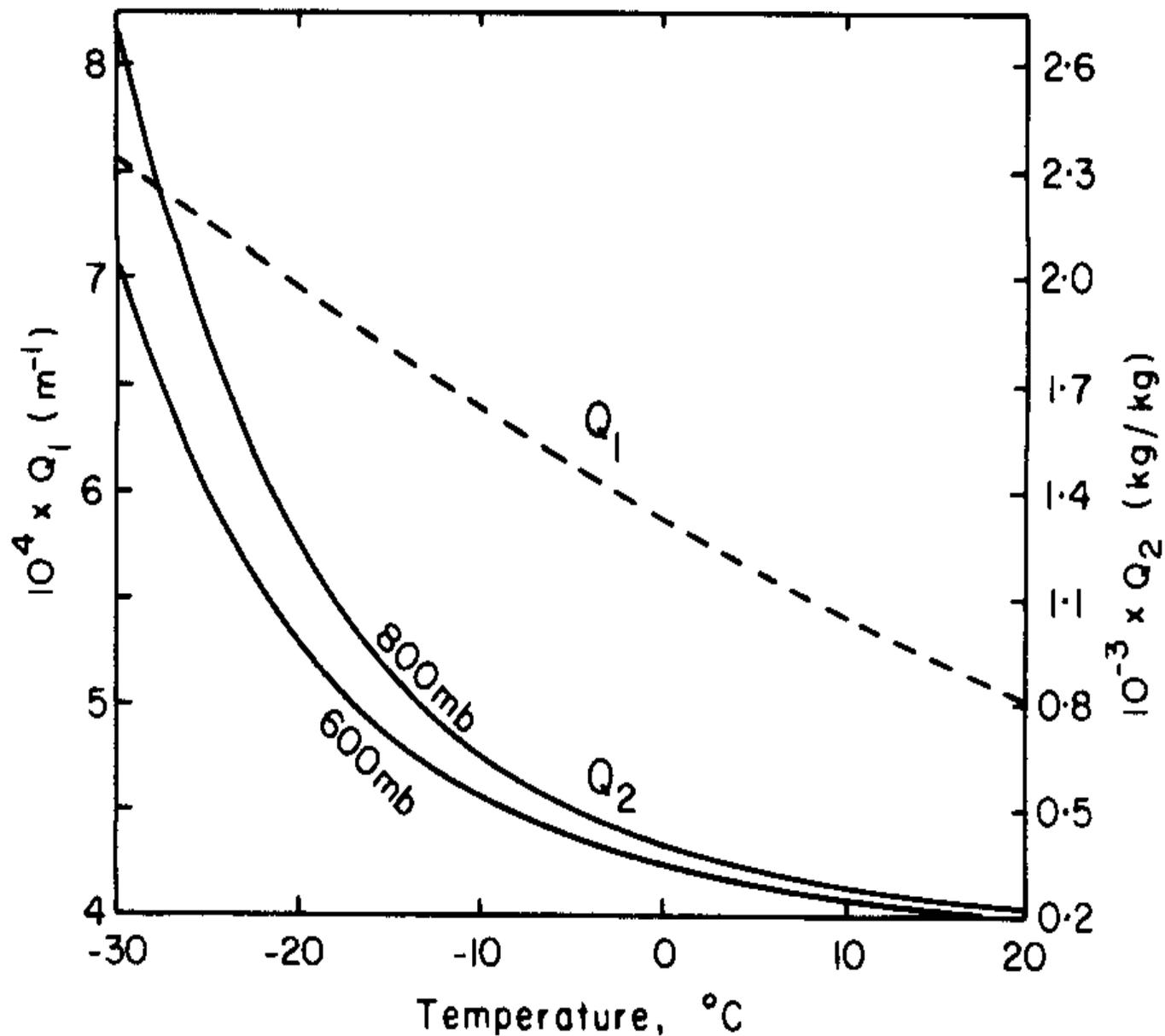


FIG. 7.2. The dependence of Q_1 and Q_2 on temperature. Q_2 depends also on pressure and is shown for 600 mb and 800 mb.

Wachstumsgleichungen

bei adiabatischem Aufsteigen

$$\frac{dS}{dt} = Q_1 \frac{dz}{dt} - Q_2 \frac{d\chi}{dt}$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{g}{c_p} \frac{dz}{dt} + \frac{L_v}{c_p} \frac{d\chi}{dt}$$

$$\frac{d\chi}{dt} \approx \frac{\rho_l}{\rho_v} \sum_i n_i 4\pi r_i^2 \frac{dr_i}{dt}$$

$$r_i \frac{dr_i}{dt} = \frac{\left(S - 1 - \frac{a}{r_i} + \frac{b}{r_i^3} \right)}{(F_k + F_{Di})}$$



Qualitative Beschreibung der Kondensation

Typische Werte: $r \approx 7 \mu\text{m}$; $\Delta x \approx 1000 \mu\text{m}$

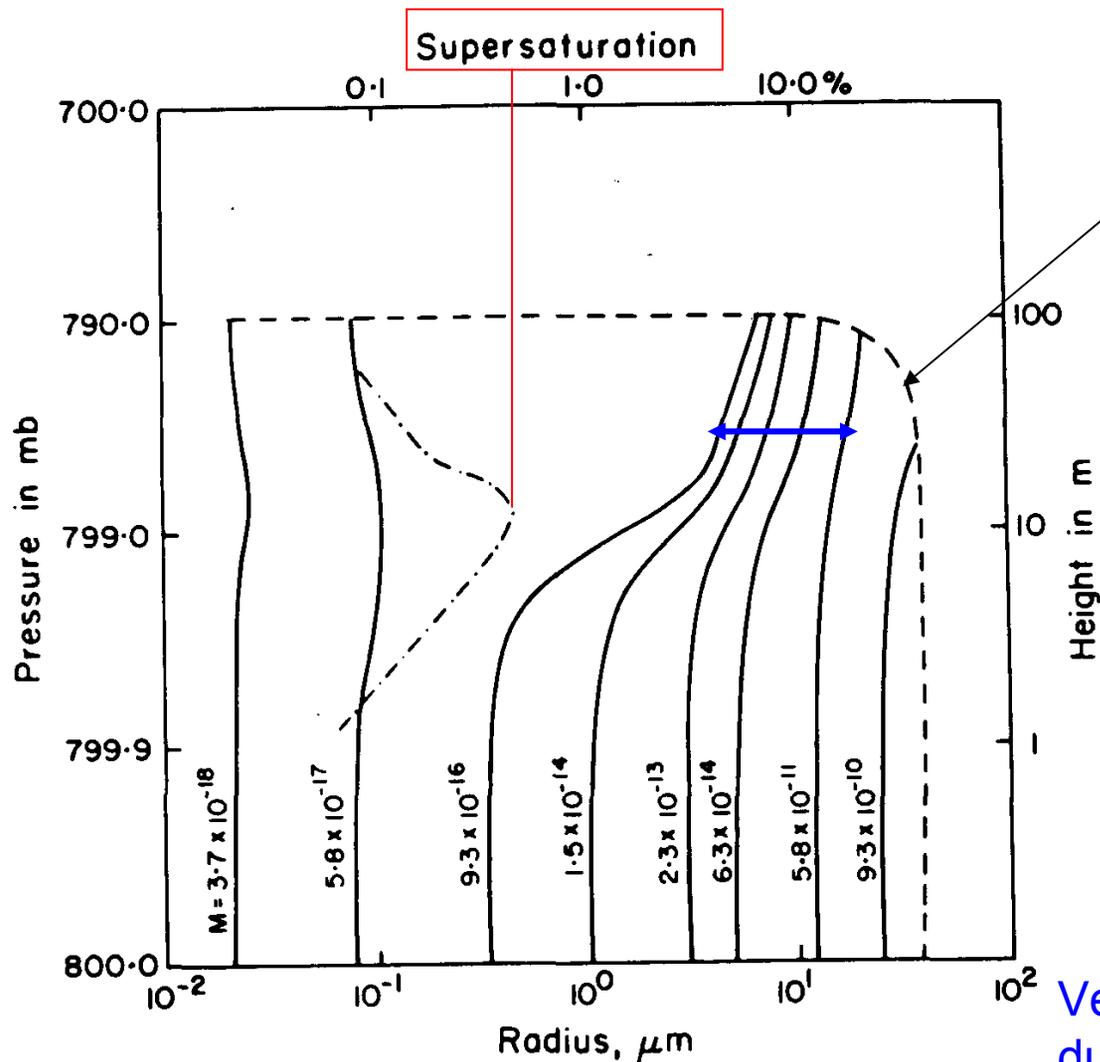
- Abstand zwischen den Tropfen ist so groß relativ zu ihrer Größe, dass Interaktion zwischen Tropfen vernachlässigt werden kann. Ausnahme Kollisionen!
- Daher erfährt jeder wachsende Tropfen die gleichen Umgebungsbedingungen. Das heißt, Tropfen beeinflussen sich gegenseitig nur über ihren kombinierten Effekt auf die Umgebungsbedingungen (verfügbare Feuchte).

Beispiel: $w = -15 \text{ cm s}^{-1}$, Moderate Konzentration von Kondensationskernen an Wolkenbasis ...

- Wenn ein ungesättigtes Luftpaket aufsteigt, expandiert es nahezu adiabatisch und das Sättigungsverhältnis $S = (e_{\infty}/e_{s\infty})$ steigt. Im stabilen Bereich der Köhlerkurve quellen die Kerne.
- Nach Erreichen des Sättigungsniveaus (LCL) beginnt Kondensation an den größten aktiven Kernen.



Modellrechnungen



Aufstiegsphase

Ergebnisse

- Alle Tropfen beginnen beim Aufsteigen gleichzeitig zu wachsen
- S^* (Übersättigung) erreicht Maximalwert
~ 10m oberhalb der Wolkenbasis
- Tropfenverteilung ist sehr schmall

Verengung des Tropfenspektrums durch parabol. Wachstumsgleichung

Fig. 7.3 from Rogers(1989)

Modellrechnungen II

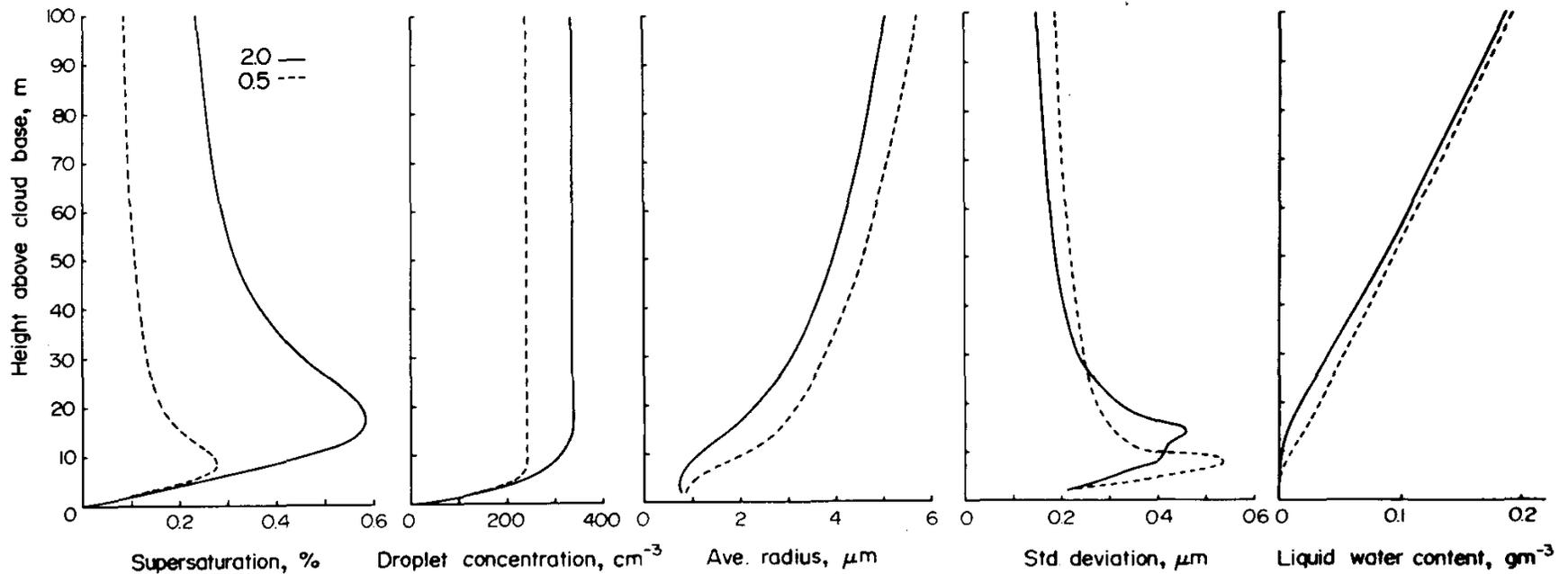


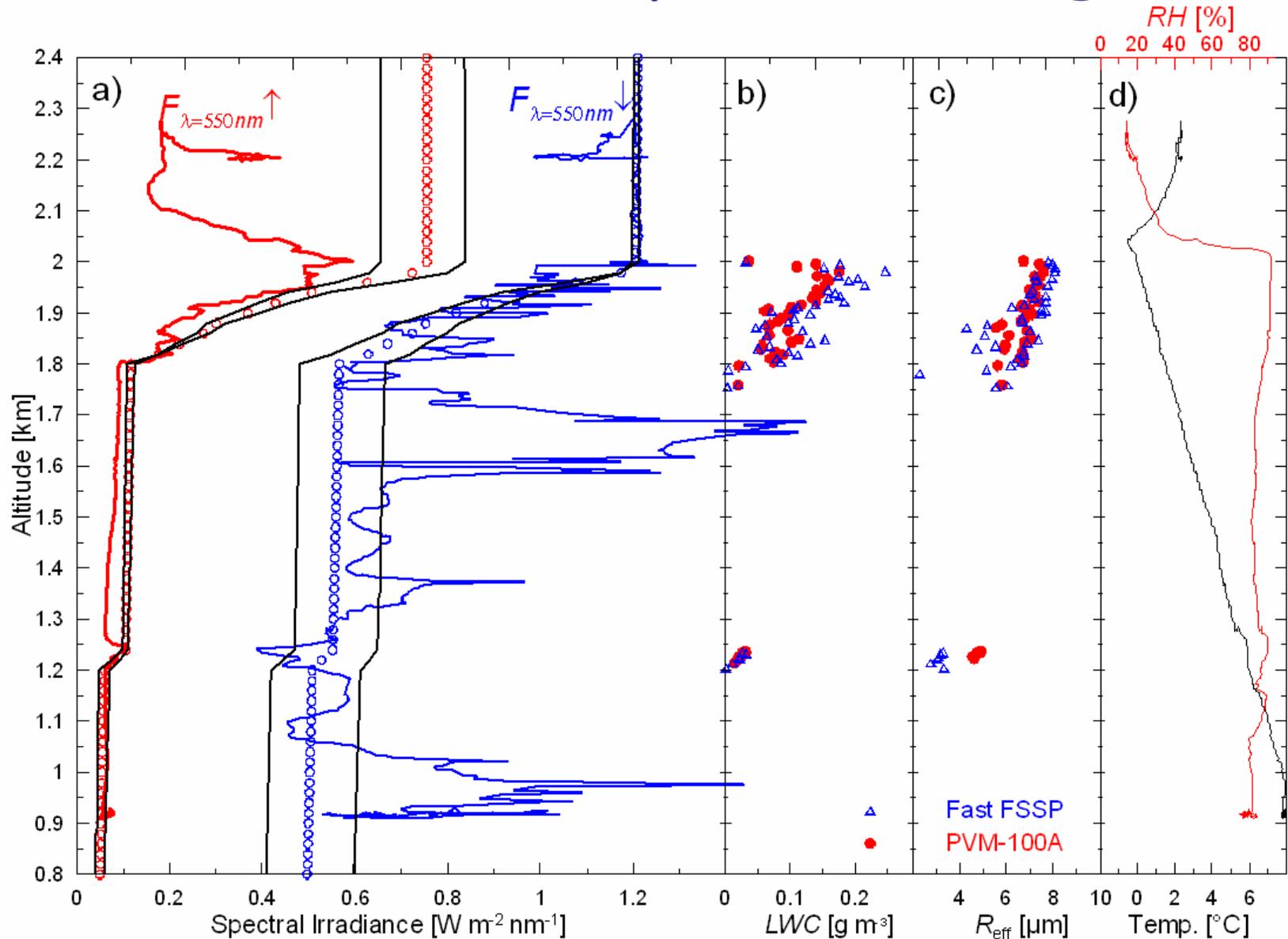
FIG. 7.4. Early development of cloud properties in air ascending at constant velocity of 0.5 m/s or 2 m/s.

Anfangsbedingungen

Aktivierungsspektrum (NaCl Kerne) mit $N_c = 650 \cdot s^{0.7} [\text{cm}^{-3}]$
 $w = 2 \text{ m s}^{-1}$ (durchgezogenen) und 0.5 m s^{-1} (gestrichelt)

Fig. 7.4 from Rogers(1989)

Beobachtete Tropfenverteilungen



Vertikale Variation der

Wolkentropfengrößen

und

Flüssigwasserdichte

für niedrige Stratus-Wolken
aus verschiedenen in-situ
Messungen

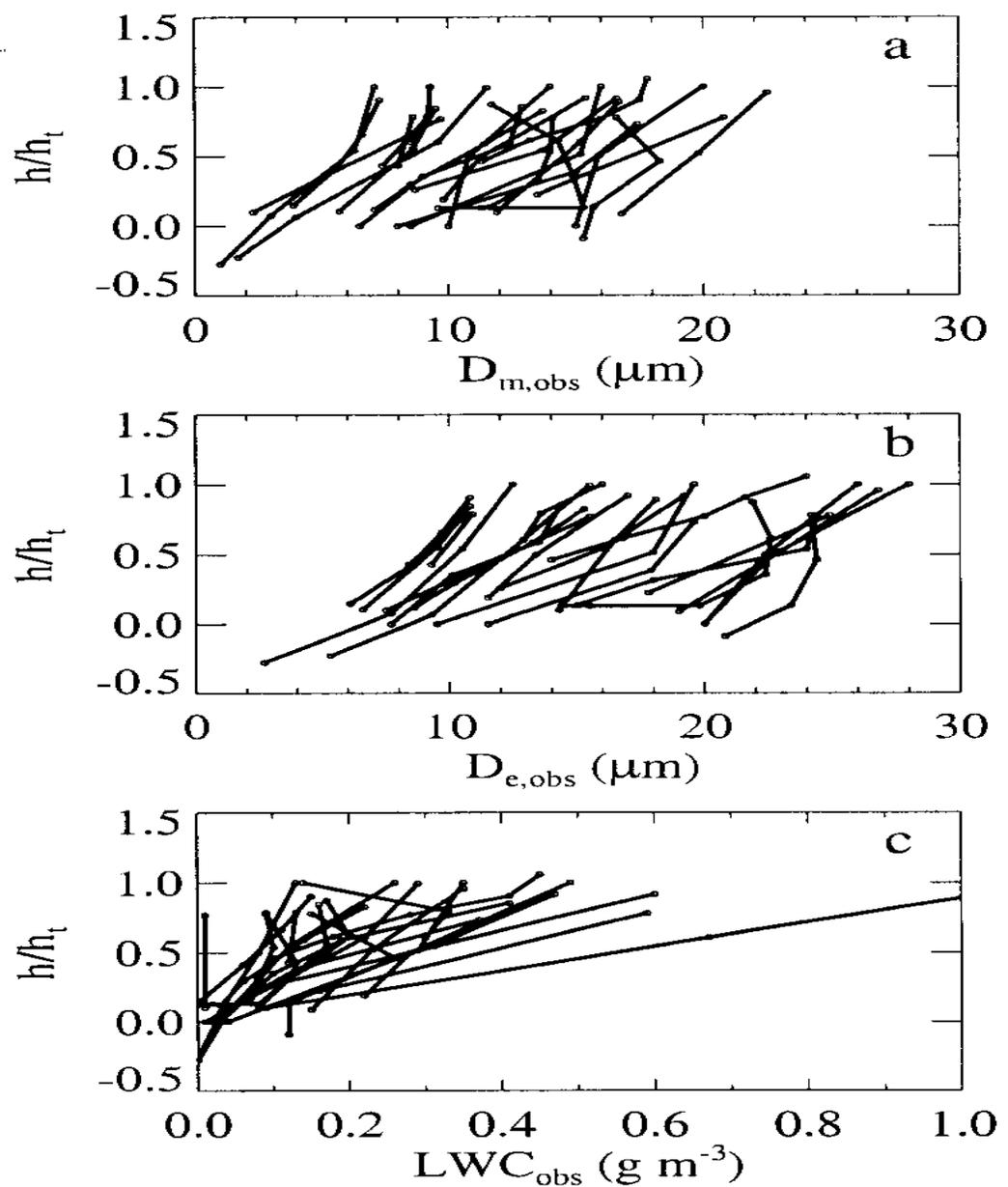


FIG. 2. Vertical profiles of (a) mean diameter, (b) effective diameter, and (c) liquid water content. For all the plots, data points within each cloud are connected. Here, h denotes height and h_t denotes cloud thickness; thus, h/h_t is normalized height within the cloud.



Idealisierte Entwicklung einer Wolke

- Mit Aufsteigen gibt es einen scharfen Anstieg und ein langsames Abnehmen der Übersättigung S^*
- S^* erreicht Maximum innerhalb der ersten 10 m von der Wolkenbasis.
→ Tropfenkonzentration wird in den untersten Niveaus der Wolke festgelegt.
- Das Maximum von S^* steigt mit **steigender Vertikalgeschwindigkeit** und somit auch die **Anzahl der aktivierten Kerne**.
- Rascher Anstieg der Tropfenkonzentration führt zu einem Gleichgewichtswert am Punkt maximaler Übersättigung.
- Es entsteht eine immer engere Tropfengrößenverteilung

Berechnete DSD sind viel enger als Beobachtete!



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Klassifikation von Wolken
- Thermodynamik (Feuchteмаße, Sättigung, atmos. Stabilität)

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung
- Wachstum von Tropfen
- **Wachstum von Tropfenpopulationen**

III. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag
- Radarmeteorologie

IV. Eisphase

V. Messung von Wolkenparametern

VI. Modellierung von Wolken

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Zusammenfassung 7. Doppelstunde

- Welche **Konstanten** müssen zur Berechnung des **Diffusionswachstums** eines Tropfens bekannt sein? Wovon hängen sie ab?
- Wie verhält sich der **Radius** eines Tropfens, wenn dieser durch Diffusion wächst? Bei welchen Bedingungen wächst er schneller?

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{(S-1) - a/r + b/r^3}{F_k + F_d}$$

- Wie lautet die **parabolische Wachstumsgleichung**? $r(t) = \sqrt{r_0^2 + 2 \zeta t}$
- Was bedeutet das **Radiusdiffusionswachstum** für die Tropfenverteilung (Beweis) ?
- Wie lange dauert es bis ein gerade aktivierter Wolkentropfen durch Diffusion zu einem **Regentropfen** wächst?
- Wovon hängt die Entwicklung der **Tropfenkonzentration N** und des **mittleren Radius** ab? Wie ändert sich diese mit der Höhe?



Beispiele für Tropfenwachstum

Kern aus Natriumchlorid (anfangs 0.75 μm Radius) wächst bei einer Übersättigung von 0.05 %, $T=273\text{ K}$ und $p=900\text{ hPa}$

Kernmasse in Gramm

Zeit in Sekunden
bis zum Erreichen
eines bestimmten
Radius

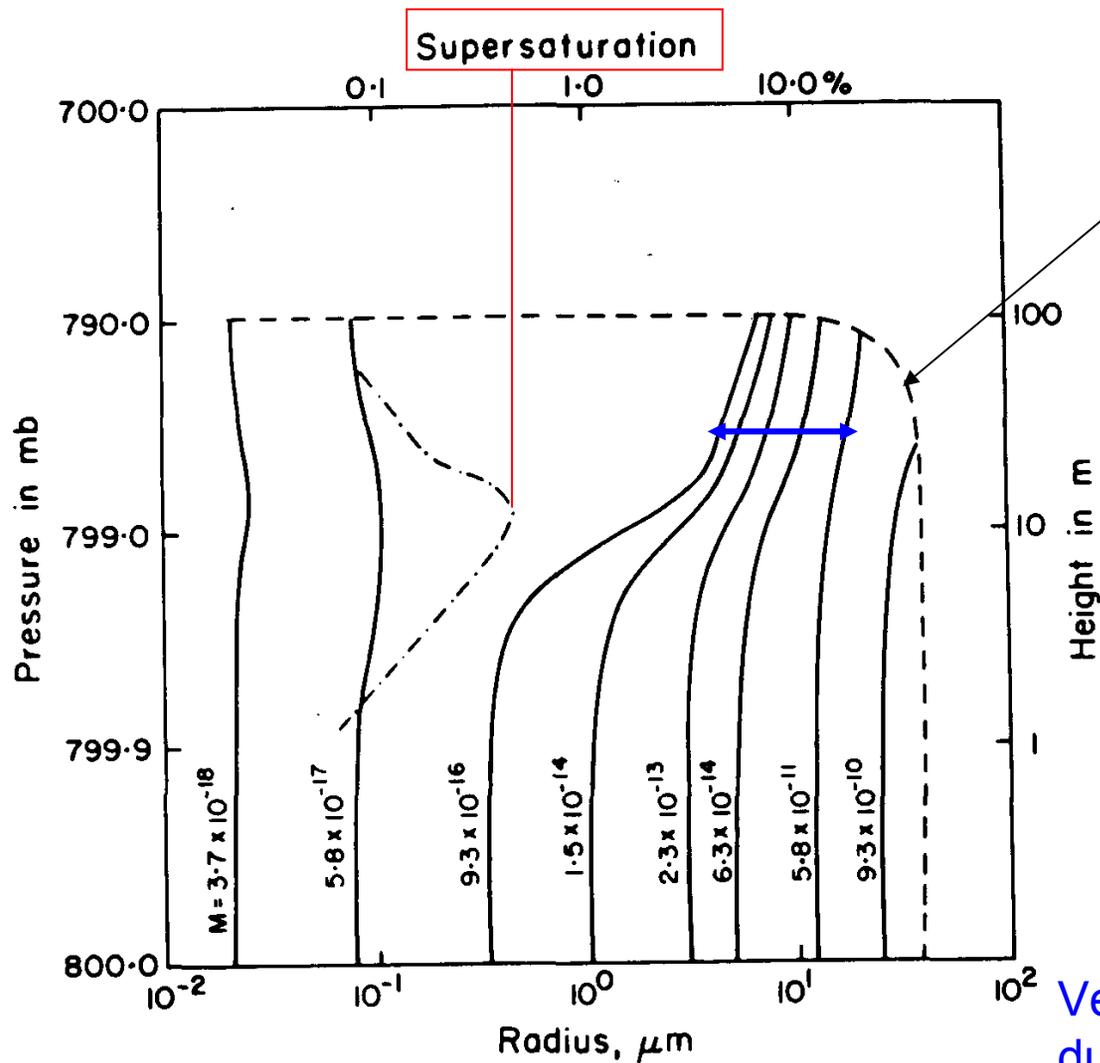
Radius in μm	10^{-14}	10^{-13}	10^{-12}
1	0.013	0.15	2.4
2	0.61	7	130
4	62	320	1000
10	870	1800	2700
20	5900	7400	8500
30	14500	16000	17500
50	41500	43500	44500

Mason [1971]

- Tropfen, die an großen Kernen gebildet werden, wachsen anfangs sehr schnell
- Hat der Tropfen ca. 10 μm erreicht spielt die Größe des Anfangskeims keine Rolle



Modellrechnungen



Aufstiegsphase

Ergebnisse

- Alle Tropfen beginnen beim Aufsteigen gleichzeitig zu wachsen
- S^* (Übersättigung) erreicht Maximalwert $\sim 10\text{m}$ oberhalb der Wolkenbasis
- Tropfenverteilung ist sehr schmall

Verengung des Tropfenspektrums durch parabol. Wachstumsgleichung

Fig. 7.3 from Rogers(1989)

Modellrechnungen II

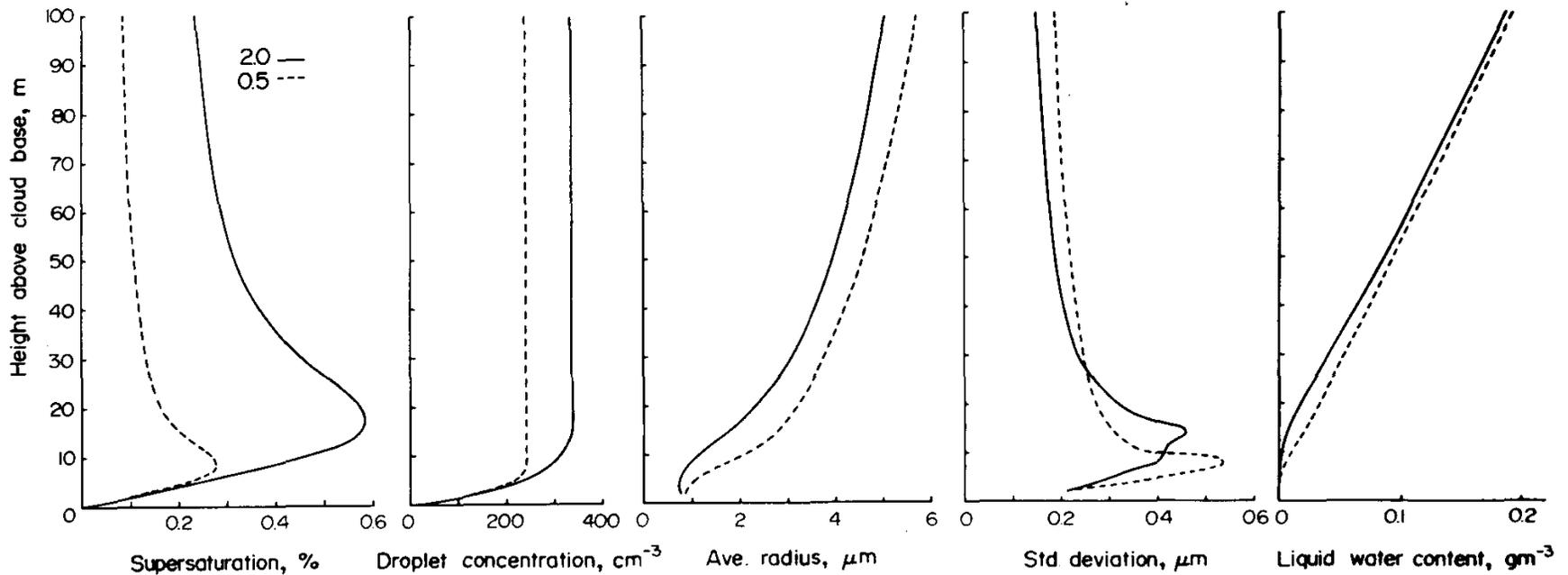


FIG. 7.4. Early development of cloud properties in air ascending at constant velocity of 0.5 m/s or 2 m/s.

Anfangsbedingungen

Aktivierungsspektrum (NaCl Kerne) mit $N_c = 650 \cdot s^{0.7} [\text{cm}^{-3}]$
 $w = 2 \text{ m s}^{-1}$ (durchgezogenen) und 0.5 m s^{-1} (gestrichelt)

Fig. 7.4 from Rogers(1989)



Idealisierte Entwicklung einer Wolke

- Mit Aufsteigen gibt es einen scharfen Anstieg und ein langsames Abnehmen der Übersättigung S^*
- S^* erreicht Maximum innerhalb der ersten 10 m von der Wolkenbasis.
→ Tropfenkonzentration wird in den untersten Niveaus der Wolke festgelegt.
- Das Maximum von S^* steigt mit **steigender Vertikalgeschwindigkeit** und somit auch die **Anzahl der aktivierten Kerne**.
- S^* erreicht Stationarität wenn Gleichgewicht zwischen Kondensation und S^* Erhöhung durch Aufwind
- Es entsteht eine immer engere Tropfengrößenverteilung

Berechnete DSD sind viel enger als Beobachtete!



Korrekturen zum Diffusionswachstum

Welche Effekte müssen zusätzlich zum reinen Diffusionswachstum berücksichtigt werden ?

- Tropfen sind nicht alleine
 ⇨ Wettbewerb der Tropfen um den zur Verfügung stehenden Wasserdampf

Wachstum von Tropfenpopulationen

- kinetische Grenzschicht um Tropfenoberfläche
- Ventilationseffekte durch die Bewegung des Tropfens relativ zur Oberfläche
- Wasserdampf- und Temperaturfelder sind aufgrund der expandierenden bzw. kontrahierenden Tropfen nicht stationär
 geringer Effekt, da sich bereits nach $10\ \mu\text{s}$ Gleichgewicht einstellt
- un stetige Aufwinde
 geringer Effekt:
 schwache Aufwinde: Tropfen haben lange Zeit zu wachsen, geringe Übersättigungen
 starke Aufwinde: Tropfen haben wenig Zeit zu wachsen, hohe Übersättigungen



Korrekturen zum Diffusionswachstum

Kinetische Grenzschicht um Tropfenoberfläche

- Gleichungen für Massen- und Impulstransport sind nur gültig für Tropfen, die viel größer als die mittlere molekulare freie Weglänge von Wasserdampf (l_v) in der Luft sind ($\sim 0.06 \mu\text{m}$).
- l_v/r : Knudsen Zahl (Kn)
Kn $\ll 1$: kontinuierliche Felder
Kn $\gg 1$: Energie und Massenaustausch durch Stöße
Kn = 1 : ?? ... kinetische Korrekturen (Interpolation)
- Die kinetischen Korrekturen führen zu einem breiteren Tropfenspektrum.



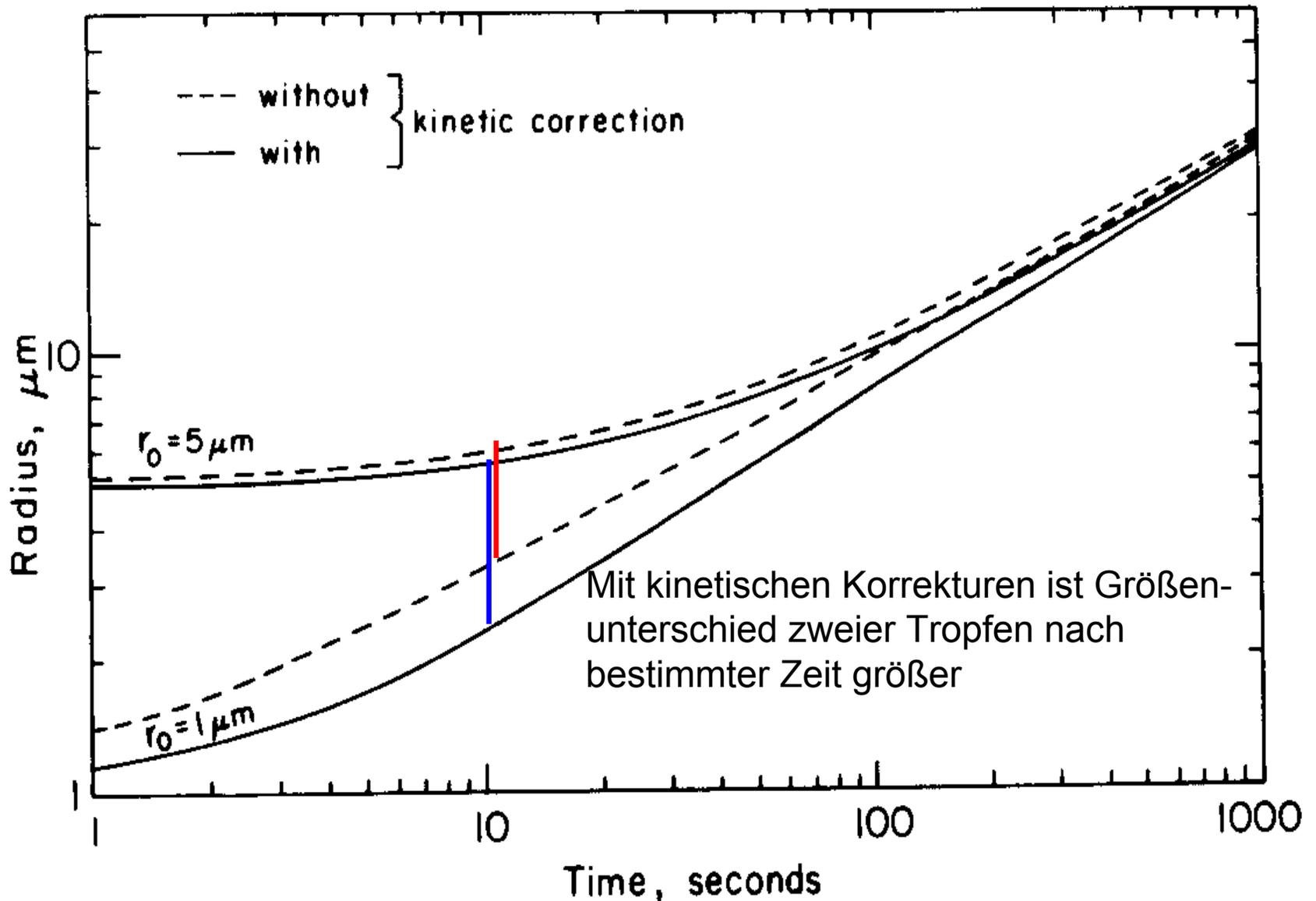
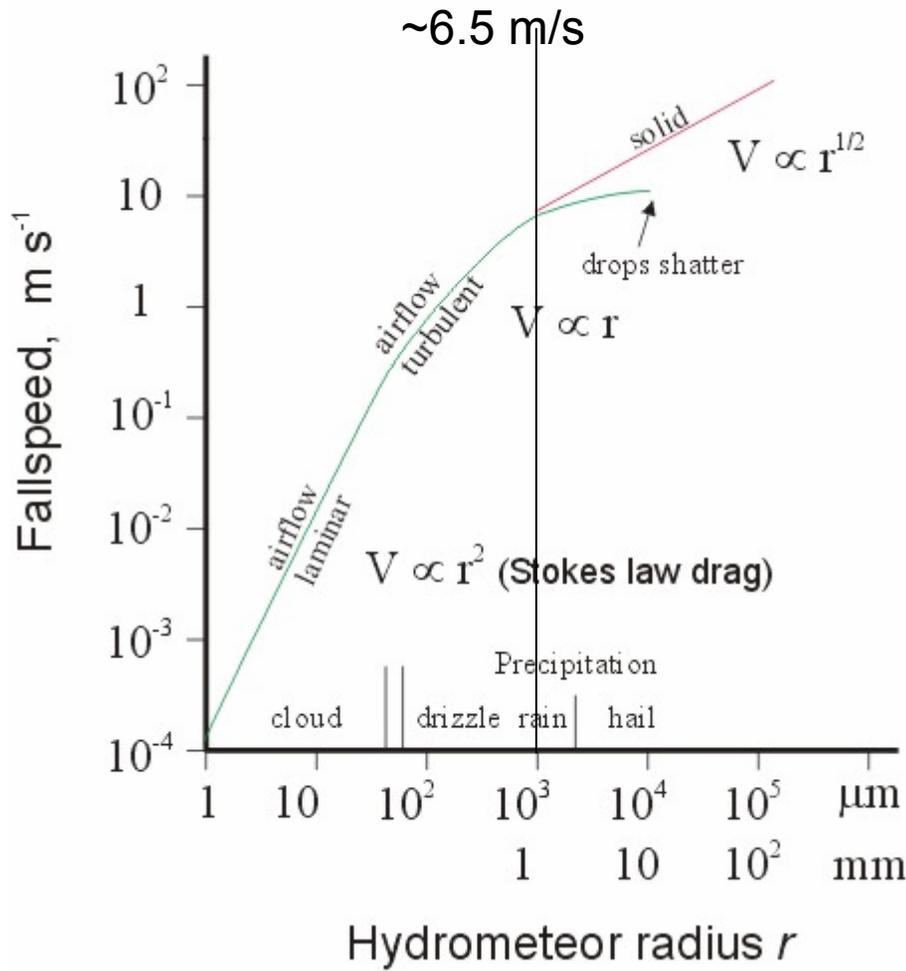


FIG. 7.6. Comparison of condensation growth with and without kinetic corrections. Two examples are shown, for initial radii of $1 \mu\text{m}$ and $5 \mu\text{m}$.

Fallgeschwindigkeit von Tropfen



$$r < 30 \mu\text{m} \quad v = k_1 \cdot r^2$$

$$k_1 = 1.19 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$40 \mu\text{m} < r < 0.6 \text{ mm} \quad v = k_3 r$$

$$k_3 = 8.0 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

$$r > 0.6 \text{ mm} \quad v = k_2 \cdot r^{0.5}$$

$$k_2 = 2.2 \cdot 10^3 \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{0.5} \text{ cm}^{0.5} \text{ s}^{-1}$$



Wie entwickeln sich Wolken zu Regentropfen?

Beobachtung:

Sich entwickelnde Cumuli können innerhalb von 20 Minuten beginnen zu regnen

Wolke	$r \sim 10 \mu\text{m}$	$N \sim 100 \text{ cm}^{-3}$
Regen	$r \sim 0.5 \text{ mm}$	$N \sim 10^{-3} \text{ cm}^{-3} = 1000 \text{ m}^{-3}$

Gesamtmasse bleibt etwa gleich doch Tropfenanzahl ändert sich

Diffusionswachstum kann dies nicht erklären
(von Aktivierung bis ca. $100 \mu\text{m}$ dauert $\sim h$)

auch bei starken Aufwinden und vertikal mächtigen Cumuli ist DSD nicht breit genug



Koagulationswachstum

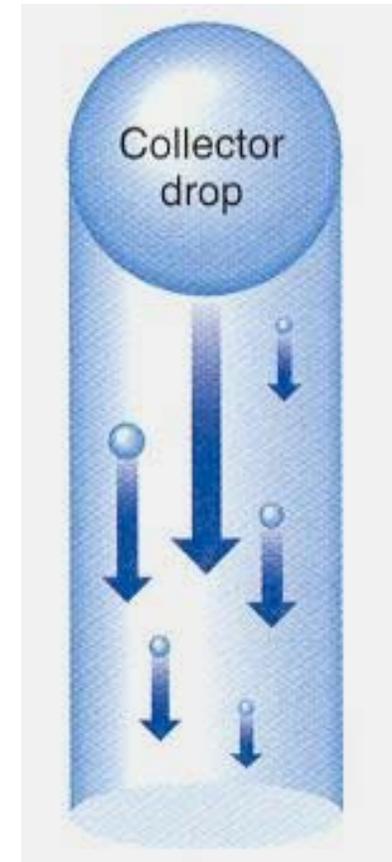
Tropfen fallen unterschiedlich schnell

Koagulation = Kollision + Koaleszenz

→ es kommt zu Kollisionen

→ dabei können Tropfen zusammenfließen

- wichtigster Wachstumsmechanismus warmer Wolken ($T > 0^{\circ}\text{C}$)
- dominanter Niederschlagsbildungsprozess in den Tropen
- größere Tropfen (auf der Überholspur) stoßen mit kleineren zusammen
- viele kleinere Tropfen fließen zusammen und formen **große Tropfen**
- ca. 10^5 Kollisionen von Wolken- bis Regentropfen.



Stoßwechselwirkungen 2er Tropfen

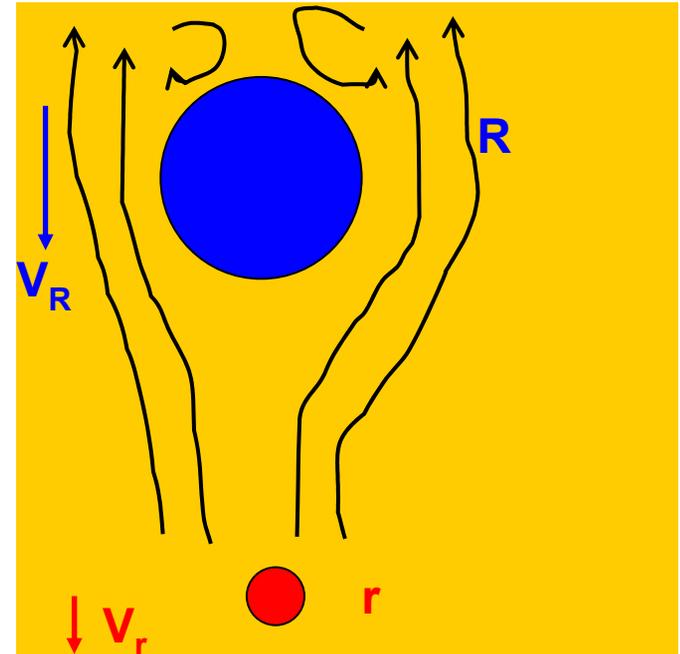
Fragestellung für Koagulation

- Werden beide Tropfen kollidieren?

Kollisionseffizienz E_{koll} beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kollision auftritt (im Vergleich zur geometrisch möglichen; Trajektorienverlauf)

- Wenn zwei Tropfen kollidieren, werden sie dann zusammenfließen?

Koaleszenzeffizienz E_{koal} beschreibt die Wahrscheinlichkeit, mit der kollidierende Tropfen zusammenfließen



Koagulationseffizienz = Kollisionseffizienz x Koaleszenzeffizienz

E_{koag}

E_{koll}

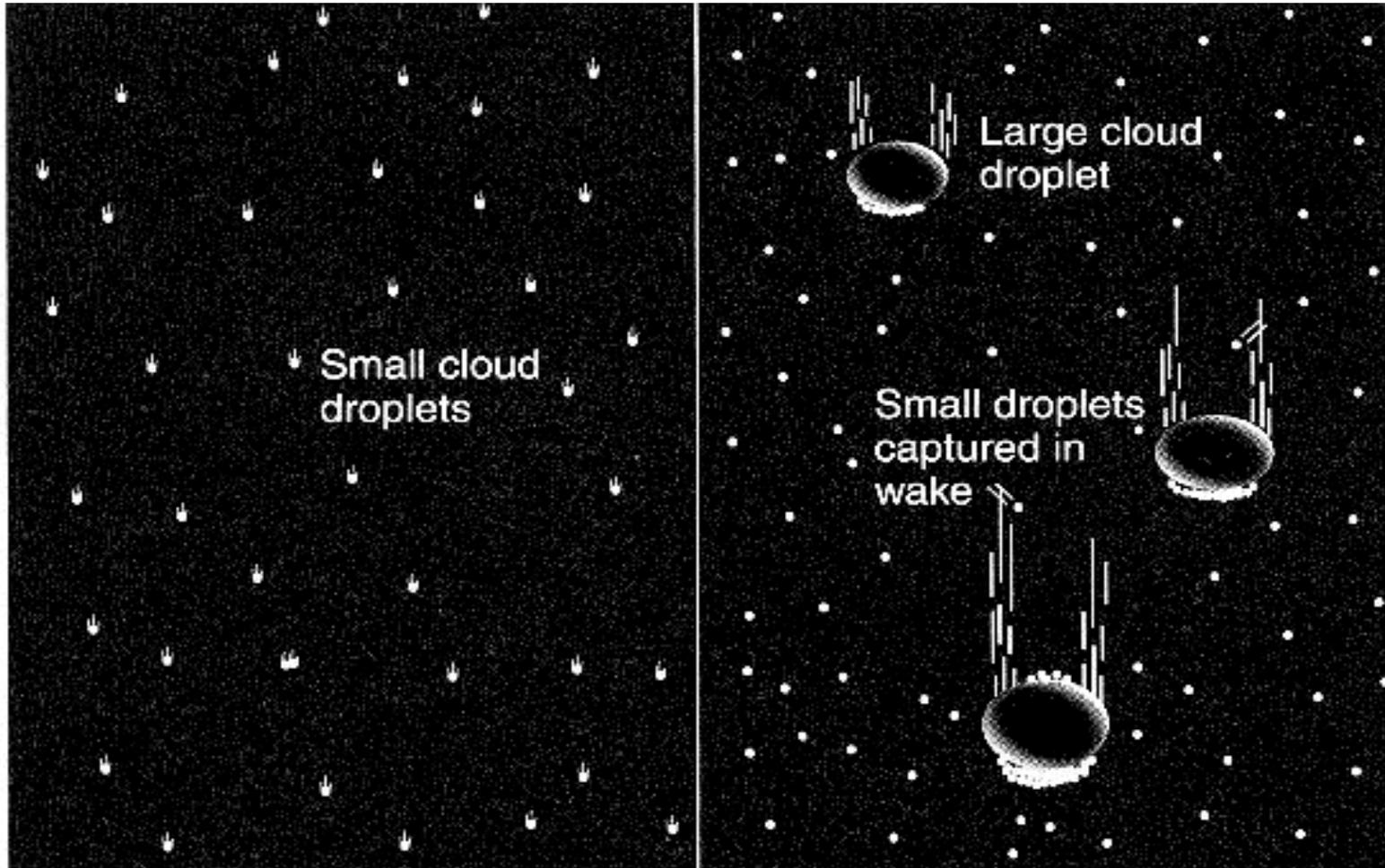
E_{koal}

Komplikationen durch elektrische Felder und Aerodynamik (Umströmung, Luftfilm, Leewirbel)

=1
(Annahme)



Koagulationswachstum



Durch Anlagerung von Tropfen im "Kielwasser" kann Kollisionseffizienz >1 sein



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Klassifikation von Wolken
- Thermodynamik (Feuchteмаße, Sättigung, atmos. Stabilität)

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung
- Wachstum von Tropfen
- **Wachstum von Tropfenpopulationen**

III. Eisphase

IV. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag
- Radarmeteorologie

V. Messung von Wolkenparametern

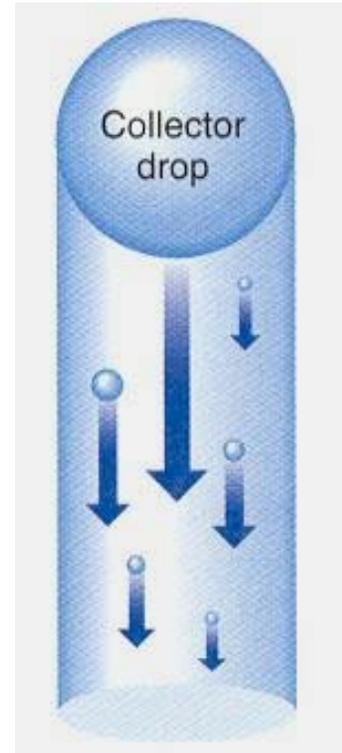
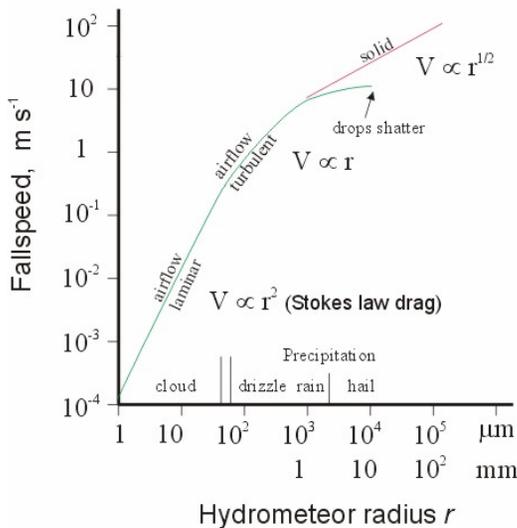
VI. Modellierung von Wolken

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Zusammenfassung 8. Doppelstunde

- Wie verändern sich Teilchengröße und -konzentration bei der Entstehung bis zum Abregnen einer **Cumuluswolke** und wie schnell geht das?
- Welche **Korrekturen** müssen beim reinen Diffusionswachstum beachtet werden?
- Wie **schnell fallen** flüssige Hydrometeore?



- Wovon hängt das **Koagulationswachstum** ab?

Koagulationseffizienz = Kollisionseffizienz x Koaleszenzeffizienz



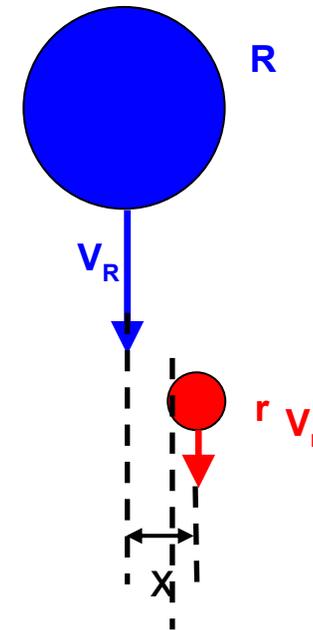
Tropfen-Kollisionen

Kollision aufgrund von differentieller Reaktion auf Gravitation

→ große Tropfen fallen schneller, ohne Trägheit würde der kleine Tropfen durch Luftstrom zur Seite entweichen

Was passiert bei Kollision?

- Auseinanderstoßen der Tropfen
- Permanente Koaleszenz
- zeitweise Koaleszenz mit nachfolgender Separation in den Originalzustand
- zeitweise Koaleszenz und Auseinanderbrechen in viele kleine Tropfen

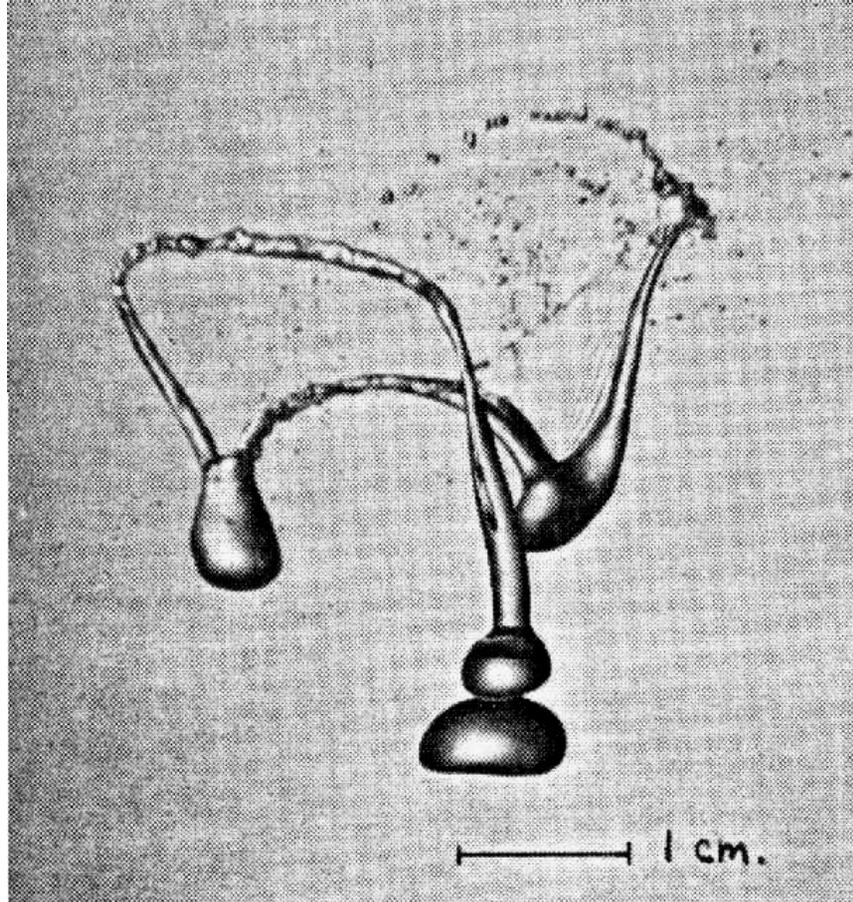


x – Impaktradius

$$R + r > x$$

$$x_0 < R - \text{krit. Impaktradius}$$

Auseinanderbrechen von Tropfen



Tropfen-Kollisionen

Kollisionseffizienz:

$$E(R, r) = \frac{x_0^2}{(R + r)^2}$$

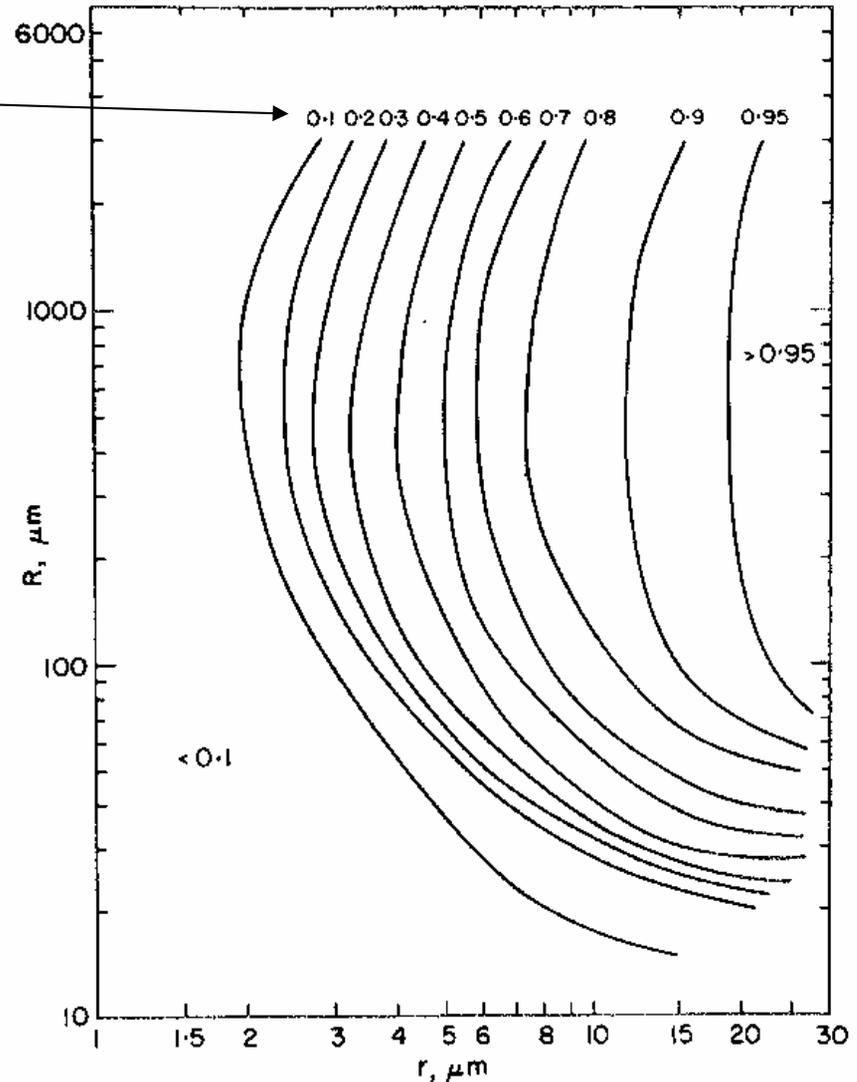
R: großer Radius

r: kleiner Radius

x – Impaktradius

$R + r > x$

$x_0 < R$ – krit. Impaktradius



Tropfenwachstum durch Koaleszenz

Maximales Volumen einer Luftsäule, durch die der große Tropfen pro Zeiteinheit fällt und dabei kleinere auf sammeln kann.

$$V = \pi (R + r)^2 |v(R) - v(r)|$$

Boden Höhe

Zahl der eingesammelten Tropfen (pro Zeiteinheit und Tröpfchengrößenklasse)

$$N = E_{koag} V n(r) dr = E_{koag} \pi (R + r)^2 |v(R) - v(r)| n(r) dr$$

Koagulationsfunktion K

Volumenänderung für den großen Tropfen

$$\frac{dV}{dt} = \int_0^R \frac{4}{3} \pi r^3 E_{koag} \pi (R + r)^2 |v(R) - v(r)| n(r) dr$$



$$\frac{dV}{dt} \approx \int_0^R r^5 dr \approx R^6$$

Volumen des eingefangenen Tropfens

Tropfenwachstum durch Koaleszenz

Konversion Volumen zu Radiuswachstum

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = 4\pi R^2 \frac{dR}{dt}$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\pi}{3} \int_0^R \frac{R+r}{R} |v(R) - v(r)| n(r) r^3 E_{koag}(R, r) dr$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\pi}{3} \int_0^R v(R) n(r) r^3 E_{koag}(R, r) dr$$

$R \gg r; v(r) = 0$

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dt} &= \frac{v(R) \overline{E(R)}}{4 \rho_w} \int_0^R \frac{4}{3} \pi \rho_w n(r) r^3 dr \\ &= \frac{v(R) \overline{E(R)}}{4 \rho_w} LWC \end{aligned}$$

$\overline{E(R)}$ effektives Mittel der Koagulations-effizienz über Tropfengrößenverteilung

$$\frac{dR}{dz} = \frac{\overline{E(R)} LWC}{4 \rho_w}$$

$w \sim 0$

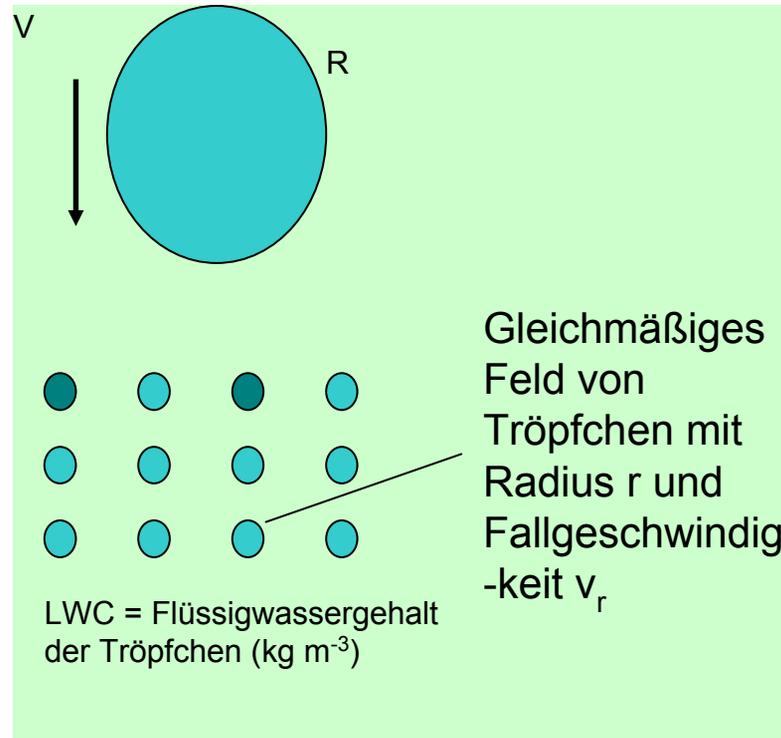
$$\frac{dR}{dz} = \frac{dR}{dt} \frac{dt}{dz} = \frac{dR}{dt} \frac{1}{w - v(R)}$$

w: Vertikalgeschw.

Zunahme des Tropfenradius mit der Höhe ist proportional zur mittleren Koagulationseffizienz und dem Flüssigwassergehalt

Vereinfachtes Kollisionsmodell

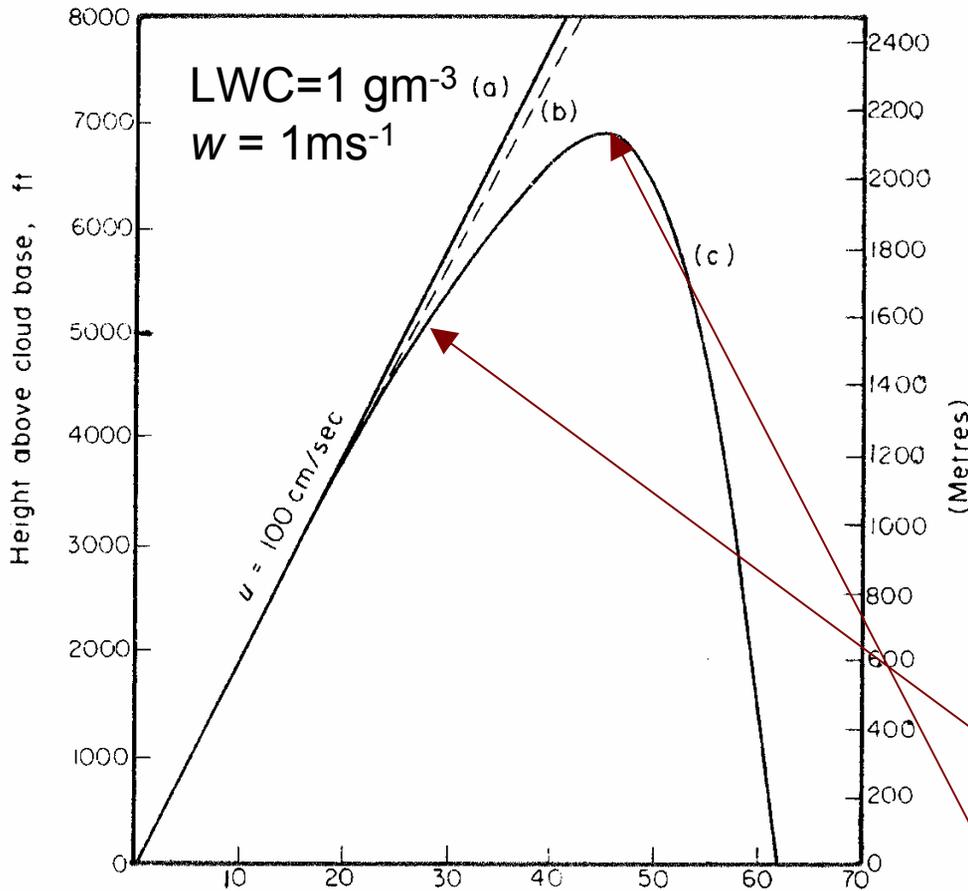
Fallgeschwindigkeit
der kleinen Tröpfchen
kann vernachlässigt
werden



Bowen-Modell

numerische Lösung von:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\pi}{3} \int_0^{\infty} \frac{R+r}{R} |v(R) - v(r)| n(r) r^3 E_{koag}(R, r) dr$$



Rogers und Yau, 1989

Trajektorien von

- a) einem Luftpaket
- b) Wolkentröpfchen mit Radius = 10 μ
- c) Tropfen mit doppelter Masse „in“ Wolkentröpfchen mit Radius = 10 μ

schnelles Wachstum durch Koagulation

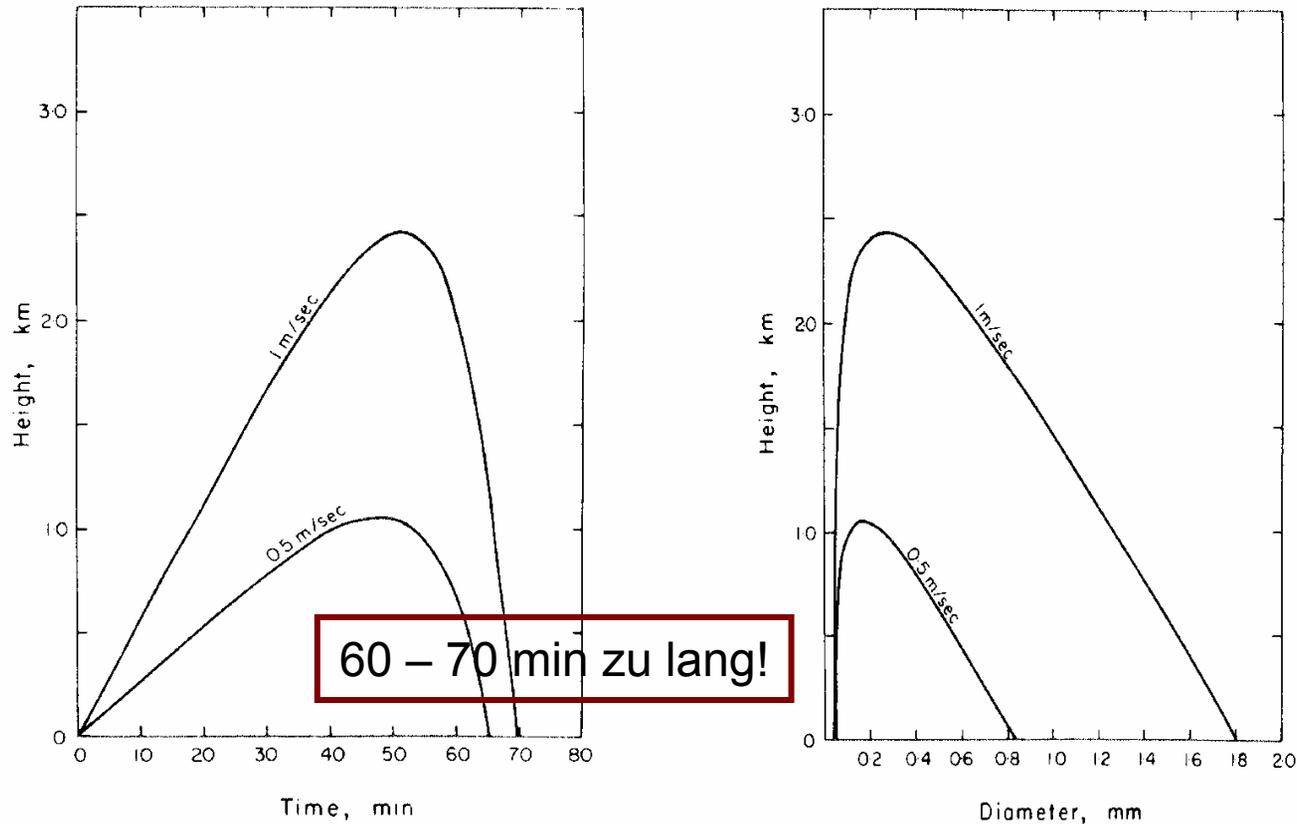
Fallgeschw. > 1 m/s



Bowen-Modell

numerische Lösung von:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\pi}{3} \int_0^{\infty} \frac{R+r}{R} |v(R) - v(r)| n(r) r^3 E_{koag}(R, r) dr$$



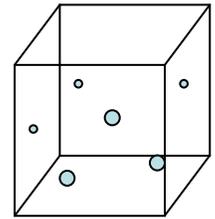
größere Aufwinde → Anwachsen zu größeren Radien → größere Niederschlagspart.



Tropfenpopulationen

Tropfen kommen in großer Anzahl (bis 1000 cm^{-3}) vor

→ zeitliche und räumliche Änderung der Verteilungsfunktion $n(r, t)$ muss beschrieben werden



als innere Koordinate wird meist Tropfenradius oder –masse verwendet

Spektrale Bilanzgleichung

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} + \underbrace{\nabla[n(r) \cdot \vec{v}] + \nabla[n(r) \cdot \vec{v}'_t(r)]}_{\text{Divergenz im Ortsraum}} + \underbrace{\frac{\partial n(r)}{\partial r} \dot{r}}_{\text{Divergenz bzgl. innerer Koordinate}} = \sigma \quad \left. \vphantom{\frac{\partial n(t)}{\partial t}} \right\} \text{Erzeugungs- bzw. Verlustterm}$$

$\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ Radiusänderungsrate eines Einzeltropfen durch Kondensation bzw. Verdunstung



Tropfenpopulationen

Spektrale Bilanzgleichung

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} + \nabla[n(r) \cdot \vec{v}] + \nabla[n(r) \cdot \vec{v}'_t(r)] + \frac{\partial n(r)}{\partial r} \dot{r} = \sigma$$

\vec{v} Schwerpunktgeschwindigkeit der Population/Ensemble

\vec{v}_t Eigengeschwindigkeit der Tropfen (Sedimentation)

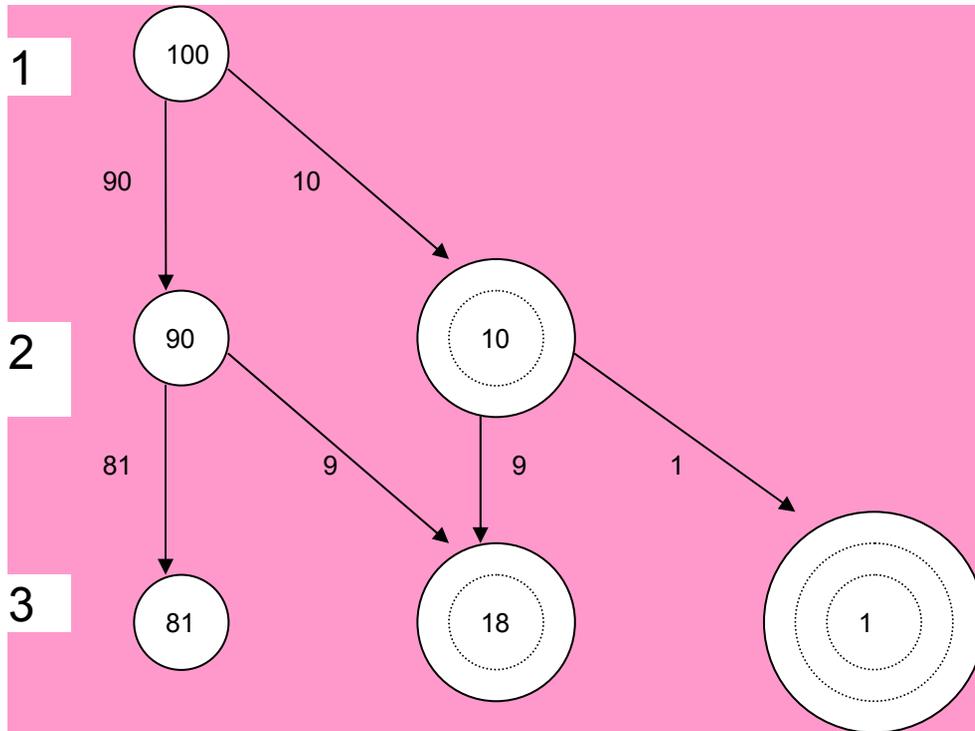
$\vec{v}'_D = \vec{v}_t - \vec{v}$ Diffusionsgeschwindigkeit

$$\sigma = \sigma_{\text{Koagulation}} + \sigma_{\text{Break-up}} + \sigma_{\text{Nukleation}}$$

$\sigma_{\text{Koagulation}}$	Stoßwechselwirkungen	} Umverteilung zwischen Radiusklassen
$\sigma_{\text{Break-up}}$	Zerplatzen	
$\sigma_{\text{Nukleation}}$	Erzeugung neuer Tropfen / vollständiger Verlust	



Stochastisches Kollisionsmodell Tropfenpopulationen



- Realistisch (kein kontinuierlicher Prozess)
- Erzeugt verbreiterte Tropfengrößenverteilung
- Kleiner Anteil der Tropfen wächst schneller als Durchschnitt
- Als Initialzündung muss Tropfen zwischen 20-40 μm vorhanden sein



Koagulationsgleichung

$$\sigma_{Koag} dr = \left. \frac{\partial n(r)}{\partial t} \right|_{Koag} dr = \frac{1}{2} dr \int_0^r K(r' - r, r') n(r - r') n(r') dr'$$

Gewinn der Tropfen des Radius r durch Koagulation von zwei Tropfen der Radien $r-r'$ und r'

$$- n(r) dr \int_0^{\infty} K(R, r) n(R) dR$$

Verlust von Tropfen der Masse r durch Koagulation mit einem Tropfen beliebigen Radius R

mit Koagulationsfunktion

$$K(R, r) = E_{koag} \pi (R + r)^2 |v(R) - v(r)|$$

Für Koagulationsfunktion (collection kernel) gilt $K(x,y) = K(y,x)$



Koagulationsfunktion

$$K = K_{koll} \cdot E_{koal} = \pi(R+r)^2 |v(R) - v(r)| \cdot E_{koll} \cdot E_{koal}$$

Volumen, durch das Tropfen in einem Zeitschritt fallen

Impaction Scavenging (Aerosol wird von Tropfen eingefangen)

E_{koll} sehr klein, da leichte Aerosolteilchen aus Fallweg des Tropfen durch Strömung herausgetragen werden, tritt aber Kollision ein ist diese wahrscheinlich $E_{koal} = 1$

$$\Rightarrow K = K_{koll}$$

Autokonversion (Wolkentropfen fängt Wolkentropfen)

Kollisionsenergie ist gering im Vergleich zur Oberflächenenergie, hohe

Wahrscheinlichkeit, dass erzeugter Tropfen stabil ist $E_{koal} \approx 1 \Rightarrow K = K_{koll}$

Self-collection (Regentropfen fängt Wolkentropfen)

Tropfen fallen sehr schnell, Umströmung spielt keine Rolle ($E_{koll} \approx 1$); sehr hohe Kollisionsenergie, die größer als Oberflächenspannung ist, verhindert stabilen Tropfen

$$E_{koal} \ll 1$$

Wechselwirkungen Wolken- und Regentropfen sind sehr komplex!

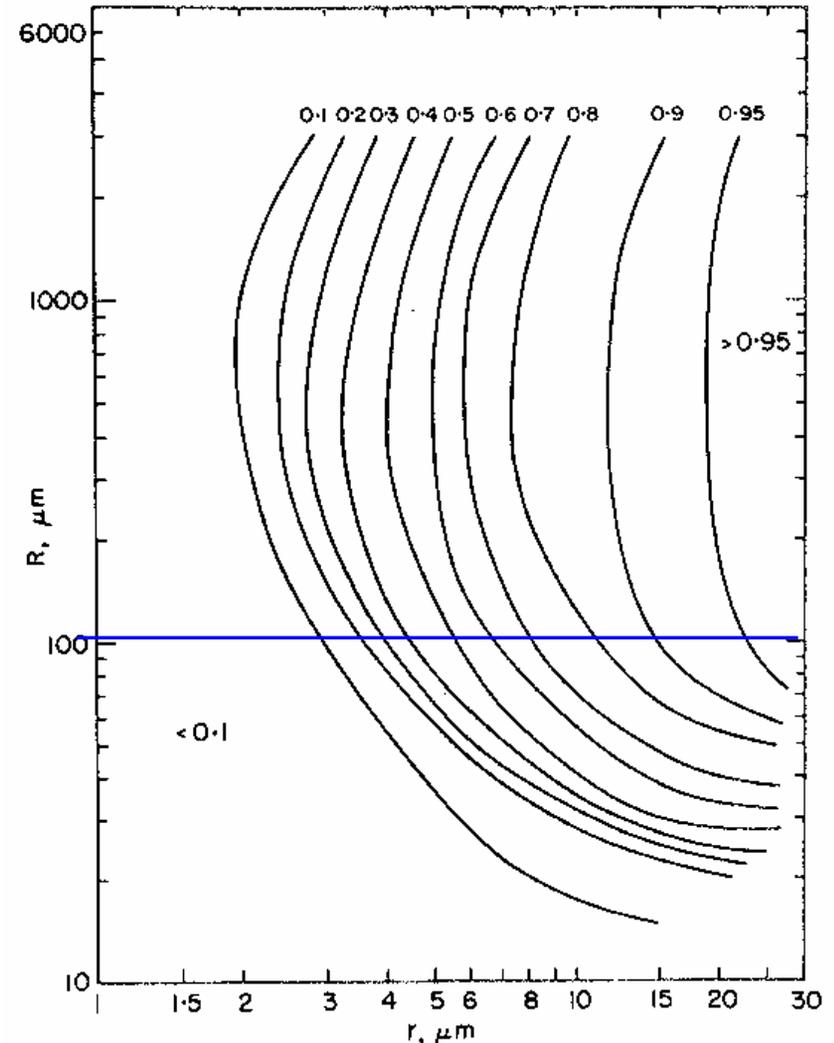


Kollisionseffizienz

Effizienz nimmt mit zunehmenden Radius des großen (R) und des kleinen (r) Tropfens zu

Ist der Kollektortropfen größer als ca. $100\ \mu\text{m}$, nimmt die Effizienz im wesentlichen nur mit der Größe des kleinen Tropfens (r) zu.

Ist der kleinere Tropfen größer als ca. $30\ \mu\text{m}$, ist die Effizienz ca. 1. (Regen)



Rogers and Yau (1989)

Koagulation - Beispiel einer Simulation

Dichteverteilung der Tropfen $f(m)$ für Massenintervalle $(m, m+dm)$

Beziehung zwischen Masse und Volumen (V) : $m = \rho V$

$$f(m) dm = n(v) dv$$

Massendichteverteilung $g(m) = m \cdot f(m)$

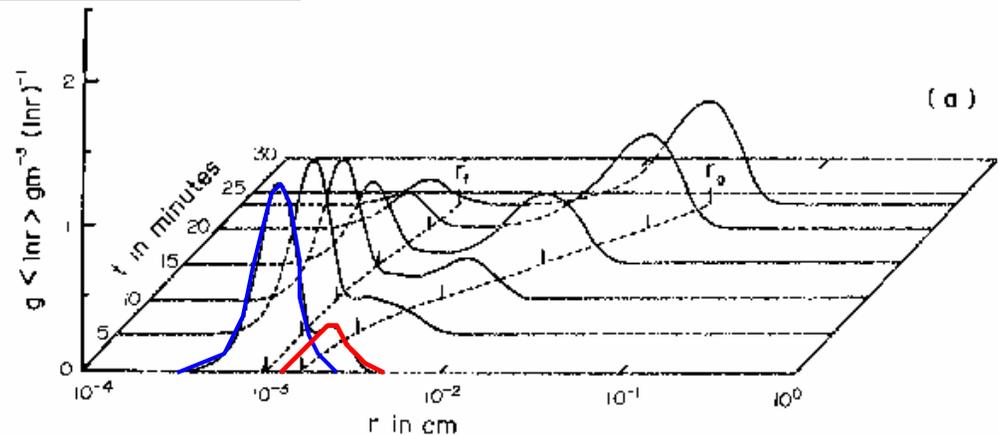
$$N = \int f(m) dm$$

$$LWC = \int g(m) dm$$

ursprüngliches Tropfenspektrum setzt sich aus Überlagerung von zwei Gamma-Verteilungen zusammen

S1: $r = 10 \mu\text{m}$
 $LWC = 0.8 \text{ g/m}^3$
 $N = 166 \text{ cm}^{-3}$

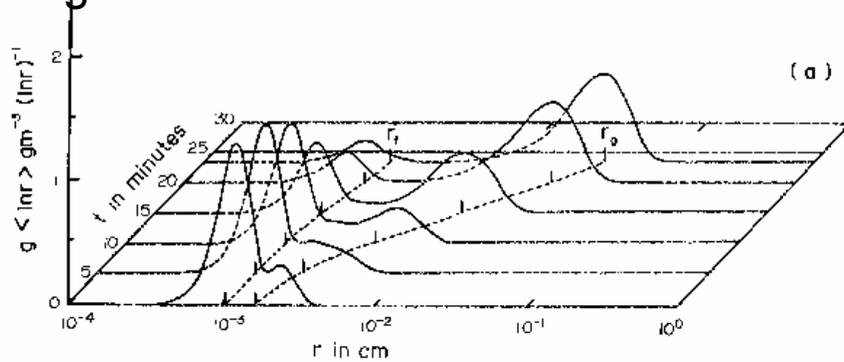
S2: $r = 20 \mu\text{m}$
 $LWC = 0.2 \text{ g/m}^3$
 $N = 6 \text{ cm}^{-3}$



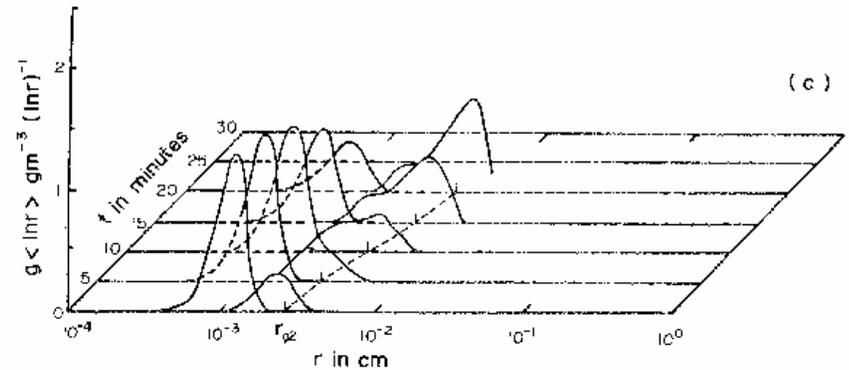
nach Berry und Reinhardt, 1974

Koagulationseffizienz

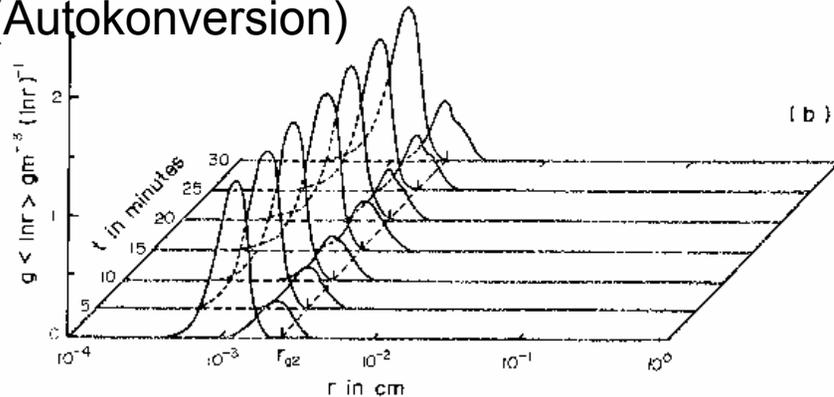
Kollisionen zwischen allen Tropfen möglich



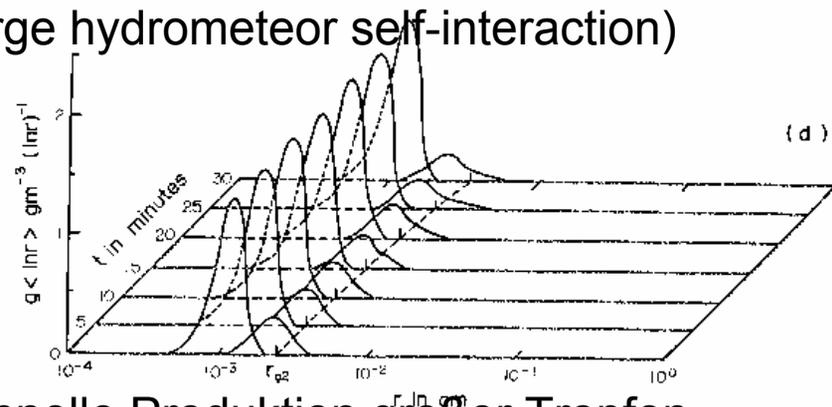
Kollisionen nur zwischen Tropfen in S1 und S2 (Akkretion)



Nur Kollisionen zwischen Tropfen in S1 (Autokonversion)



Nur Kollisionen zwischen Tropfen in S2 (large hydrometeor self-interaction)



Schnelle Produktion großer Tropfen



Koagulationseffizienz

- Autokonversion (S1 mit S1) führt anfangs dazu, dass Wasser dem größeren Tropfenmode zugefügt wird und dann andere Prozesse einsetzen können. Ansonsten geringer Effekt
- Akkretion (S1 mit S2) ist Hauptmechanismus um Wasser zu größeren Tropfen zu überführen.
 - ➡ Gleichmäßige Abnahme des Tropfenspektrums von S1 ohne Verbreiterung oder Zunahme des mittleren Radius.
- Durch Interaktion größerer Tropfen (S2 mit S2) können sehr schnell große Tropfen produziert werden.
 - ➡ Mittlerer Radius und σ_{S2} (Verbreiterung) nimmt rasch zu!

Es müssen Tropfen größer 30 μm entstehen, damit Koagulation effizient ist!

aber: woher kommen solche Tropfen??



Zusammenspiel Koagulation/Kondensation

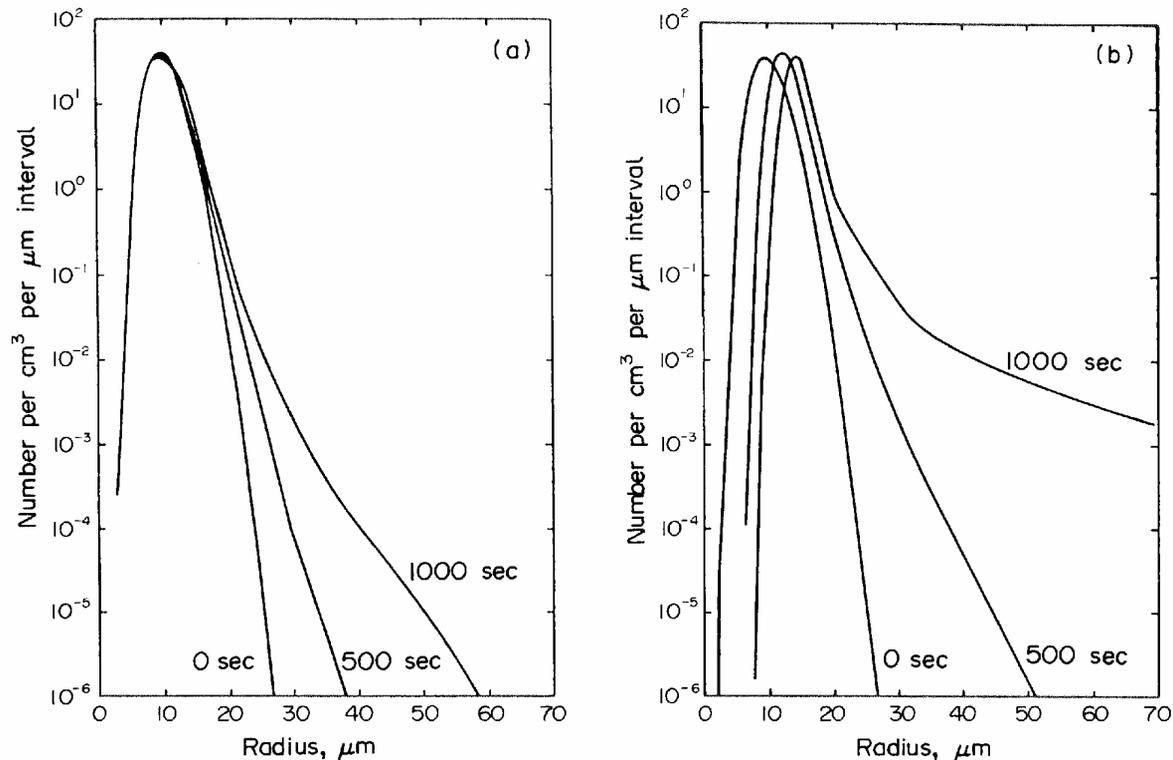
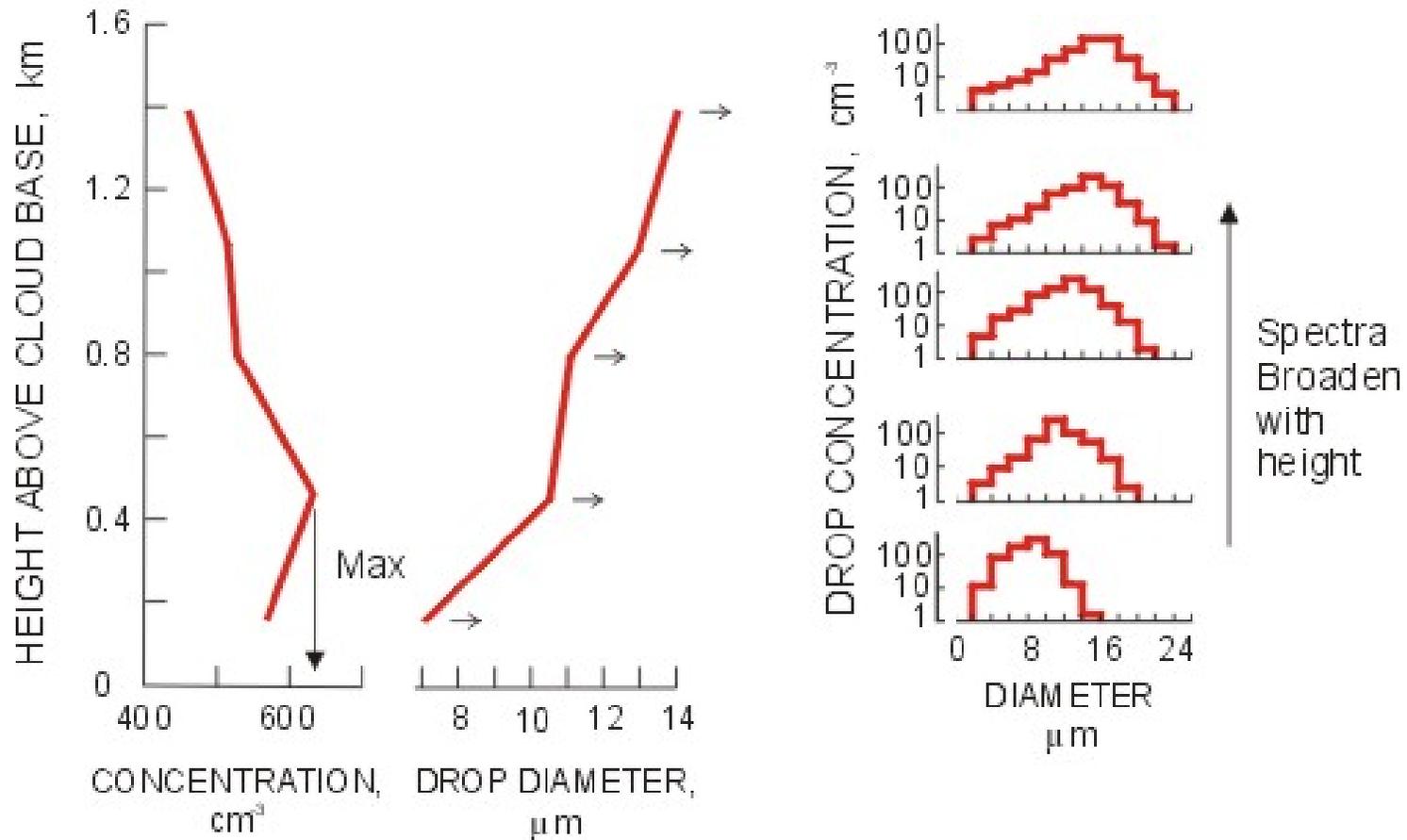


Abbildung 3.1: Zeitliche Änderung eines ursprünglich identischen Tröpfchengrössenspektrums (a) durch stochastische Koaleszenz alleine und (b) durch stochastische Koaleszenz und gleichzeitigem Kondensationswachstum. Aus Rogers und Yau (1989).



Beobachtete Höhenprofile - Tropfengrößenverteilung

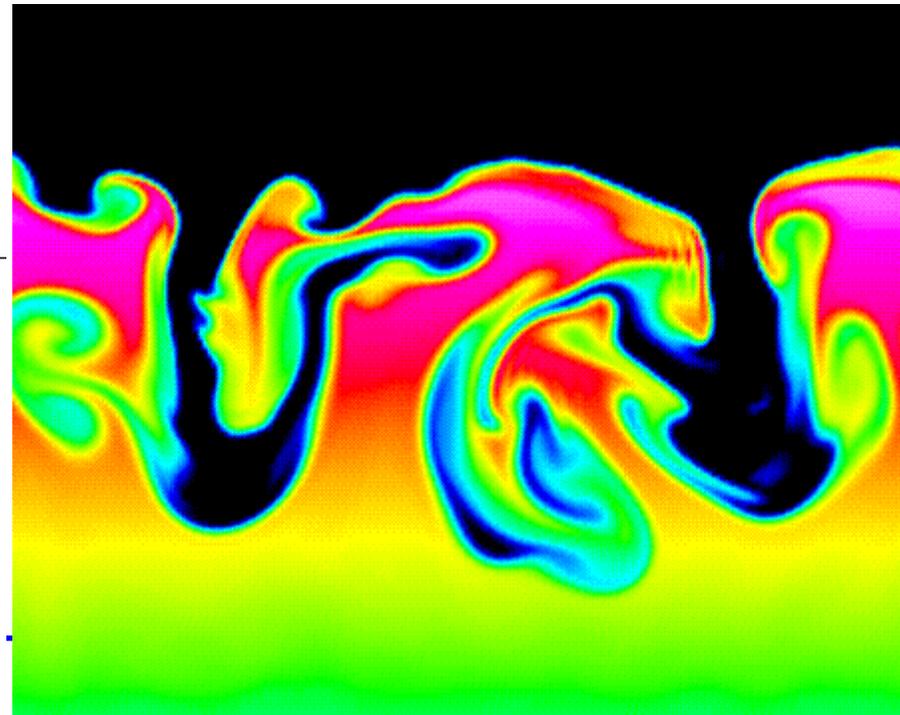
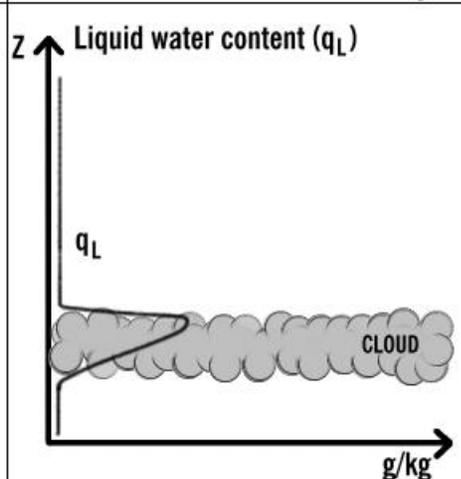
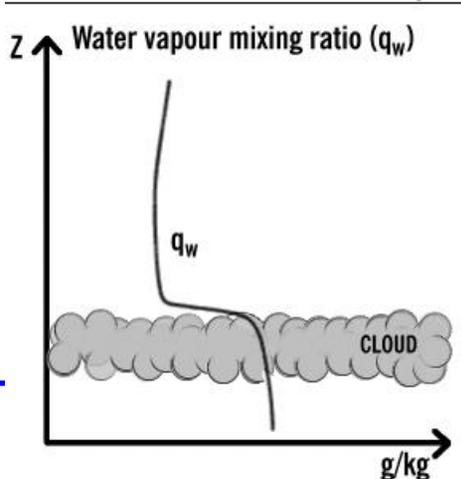
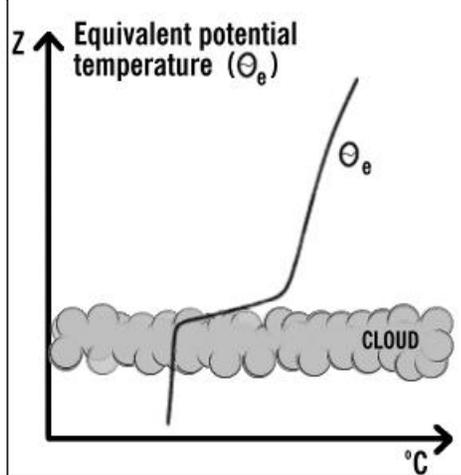
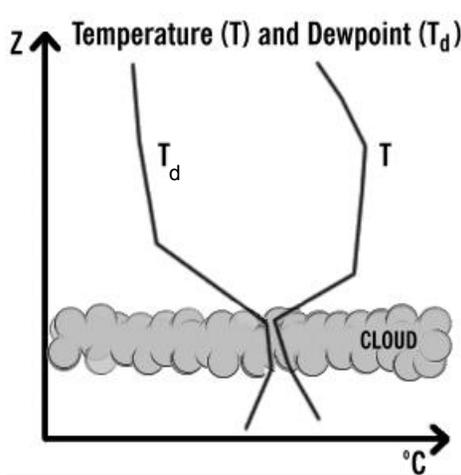


Adapted from Rogers and Yau (1989)



Cloud Top Entrainment

- Instabilität an Wolkenoberkante: trockene Luft oberhalb der Wolke (Fluid 1) gelangt in Inversion und wird mit Wolkenluft (Fluid 2) gemischt
- Mischung kann aufgrund der sich einstellenden Verdunstung dichter als die anderen beiden Fluide sein -> Turbulente Vermischung



Hypothesen für Verbreiterung

- große Wolkentropfen formen sich an sehr großen Kondensationskernen (*giant* ($r > 1 \mu\text{m}$) und *ultra-giant* ($r > 10 \mu\text{m}$)), wahrscheinlich unwichtig wenn wenig CCN, Rolle von Sahara Aerosol ist unklar
- stochastische Kondensation
Mischung von Tropfen verschiedener Herkunft (*homogeneous mixing*)
- Fluktuationen der Übersättigung und Kollisionsraten durch Tropfencluster, die durch Turbulenz entstehen
- verstärkte Kollisionseffizienz durch Trägheit der Tropfen im turbulenten Strom
- Tropfenbildung in der Wolke durch Fluktuationen innerhalb der Wolke in updrafts, Variationen der Vertikalgeschwindigkeit an der Wolkenbasis
- Entrainment und Mischung von Luftpaketen (*inhomogeneous mixing*)



Zusammenfassung 9. Doppelstunde

- Wovon hängt das **Koagulationswachstum** ab?

Kollektionseffizienz = Kollisionseffizienz x Koaleszenzeffizienz

- Vereinfachtes Modell** mit "großem" Tropfen, der durch ein Feld "kleiner Wolkentropfen" fällt, ist die **Radiusänderung** mit der Höhe proportional zur mittleren Koag. effizienz und Flüssigwassergehalt.

$$\rightarrow \frac{dR}{dz} = \frac{\overline{E(R)} LWC}{4 \rho_w} \quad \frac{dR}{dt} = \frac{v(R) LWC \overline{E(R)}}{4 \rho_w}$$

stark beschleunigter Prozess

- Stochastisches Modell:** Mit Koagulationsfunktion als Quellterm für Bilanzgleichung

$$\sigma_{Koag} = \left. \frac{\partial n(r)}{\partial t} \right|_{Koag}$$

- Entstehung von **Niederschlag** auf Zeitskalen ~ 20 min ...

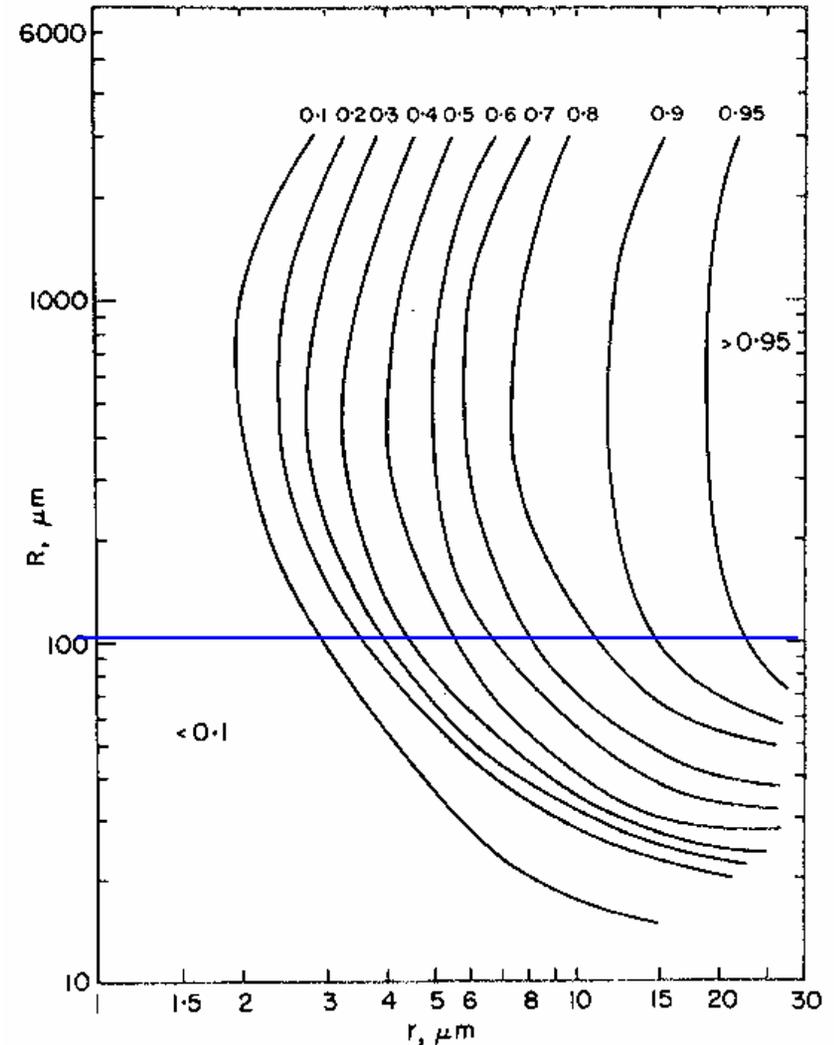


Kollisionseffizienz

Effizienz nimmt mit zunehmenden Radius des großen (R) und des kleinen (r) Tropfens zu

Ist der Kollektortropfen größer als ca. $100\ \mu\text{m}$, nimmt die Effizienz im wesentlichen nur mit der Größe des kleinen Tropfens (r) zu.

Ist der kleinere Tropfen größer als ca. $30\ \mu\text{m}$, ist die Effizienz ca. 1. (Regen)



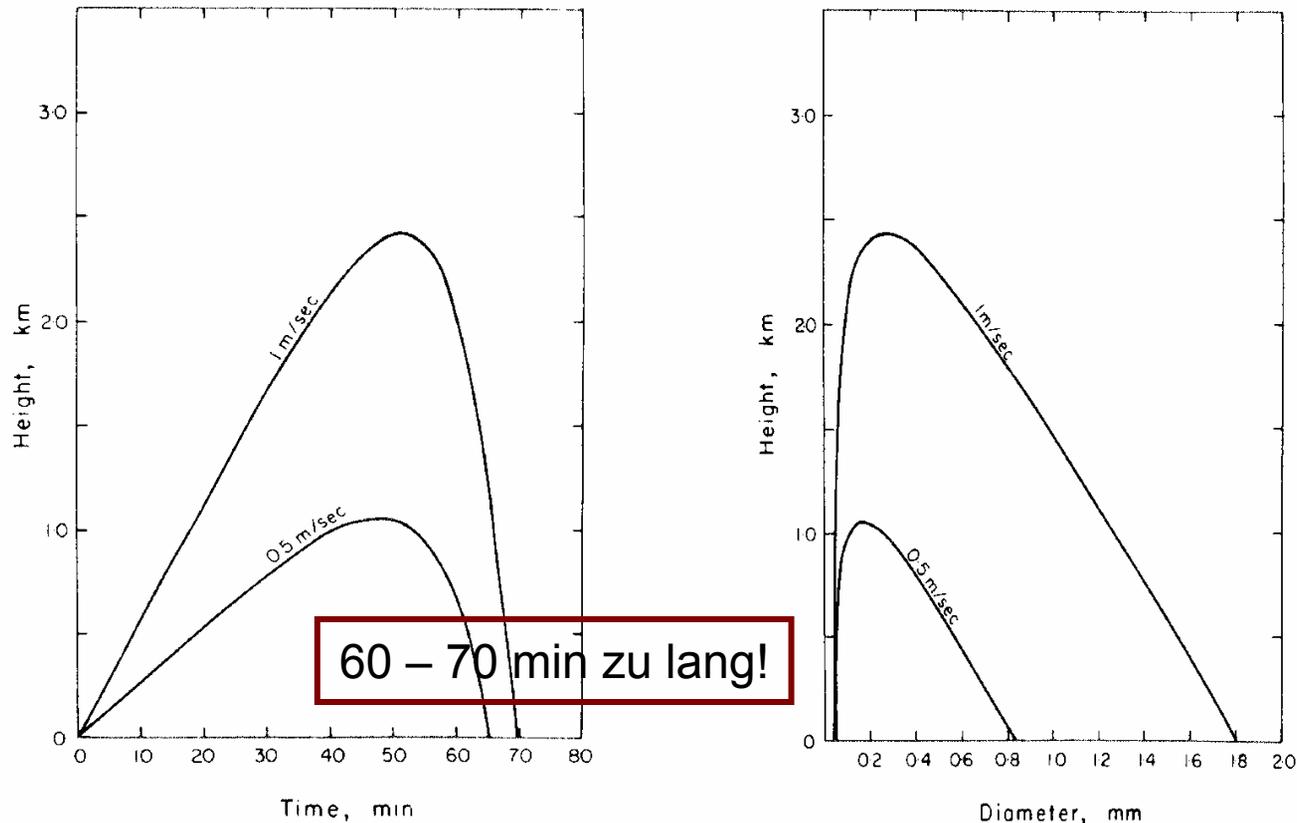
Rogers and Yau (1989)



Bowen-Modell

numerische Lösung von:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\pi}{3} \int_0^{\infty} \frac{R+r}{R} |v(R) - v(r)| n(r) r^3 E_{koag}(R, r) dr$$



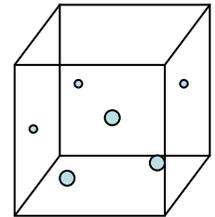
größere Aufwinde → Anwachsen zu größeren Radien → größere Niederschlagspart.



Tropfenpopulationen

Tropfen kommen in großer Anzahl (bis 1000 cm^{-3}) vor

→ zeitliche und räumliche Änderung der Verteilungsfunktion $n(r, t)$ muss beschrieben werden



als innere Koordinate wird meist Tropfenradius oder –masse verwendet

Spektrale Bilanzgleichung

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} + \underbrace{\nabla[n(r) \cdot \vec{v}] + \nabla[n(r) \cdot \vec{v}'_t(r)]}_{\text{Divergenz im Ortsraum}} + \underbrace{\frac{\partial n(r)}{\partial r} \dot{r}}_{\text{Divergenz bzgl. innerer Koordinate}} = \sigma \quad \left. \vphantom{\frac{\partial n(t)}{\partial t}} \right\} \text{Erzeugungs- bzw. Verlustterm}$$

$\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ Radiusänderungsrate eines Einzeltropfen durch Kondensation bzw. Verdunstung



Koagulationsgleichung

auch SCE: Stochastic Coalescence Equation

$$\sigma_{Koag} dr = \left. \frac{\partial n(r)}{\partial t} \right|_{Koag} dr = \frac{1}{2} dr \int_{r'=0}^{r'=r} K(r-r', r') n(r-r') n(r') dr'$$

Gewinn der Tropfen des Radius r durch Koagulation von zwei Tropfen der Radien $r-r'$ und r' mit ($r' < r$)

$$- n(r) dr \int_{R=0}^{R=\infty} K(R, r) n(R) dR$$

Verlust von Tropfen der Masse r durch Koagulation mit einem Tropfen beliebigen Radius R

mit Koagulationsfunktion

$$K(R, r) = E_{koag} \pi (R + r)^2 |v(R) - v(r)|$$

Für Koagulationsfunktion (collection kernel) gilt $K(x,y) = K(y,x)$



Woher kommen die großen Tropfen um Koagulation effizient zu machen?? Einige Hypothesen für Verbreiterung des Tropfenspektrums:

- große Wolkentropfen formen sich an sehr großen Kondensationskernen (*giant* ($r > 1 \mu\text{m}$) und *ultra-giant* ($r > 10 \mu\text{m}$)), wahrscheinlich unwichtig wenn wenig CCN, Rolle von Sahara Aerosol ist unklar
- stochastische Kondensation
Mischung von Tropfen verschiedener Herkunft (*homogeneous mixing*)
- Fluktuationen der Übersättigung und Kollisionsraten durch Tropfencluster, die durch Turbulenz entstehen
- verstärkte Kollisionseffizienz durch Trägheit der Tropfen im turbulenten Strom
- Tropfenbildung in der Wolke durch Fluktuationen innerhalb der Wolke in updrafts, Variationen der Vertikalgeschwindigkeit an der Wolkenbasis
- Entrainment und Mischung von Luftpaketen (*inhomogeneous mixing*)



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Klassifikation von Wolken
- Thermodynamik (Feuchte Maße, Sättigung, atmos. Stabilität)

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eisphase (04.07.)

IV. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag (11.07.)

V. Messung von Wolkenparametern (18.07.)

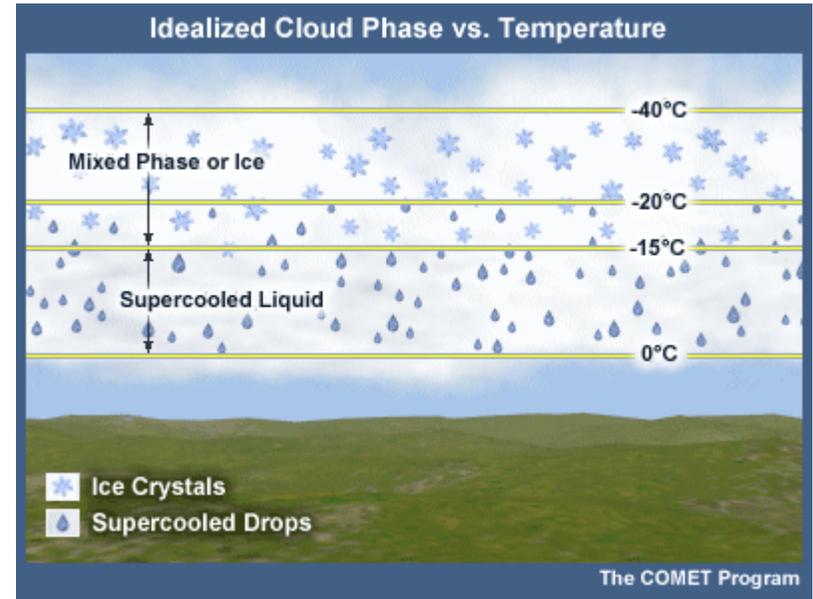
VI. Modellierung von Wolken (25.07.)

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen

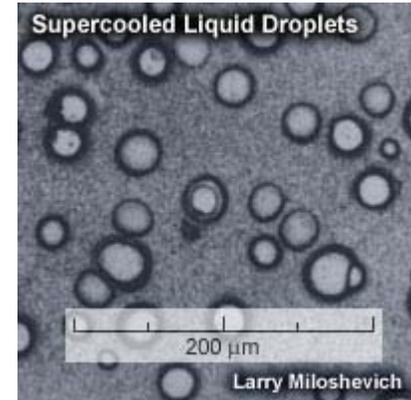


Eiswolken

- Prinzipiell können bei Temperaturen $< 0^\circ \text{C}$ Eispartikel durch Gefrieren von Tropfen oder direkte Deposition entstehen
- In der Praxis wird unterkühltes Wasser bis -40°C beobachtet. Grund ist der Mangel an geeigneten Gefrierkernen
- Eiswolken sind in ihrer Größe und Form
 - Säulen (hohl und ganz)
 - Platten
 - Dendritesehr vielfältig!
- Quelle großer Unsicherheit in NWP und Klimamodellen
- Viele Modelle stellen erst jetzt auf prognostische Eisphase um



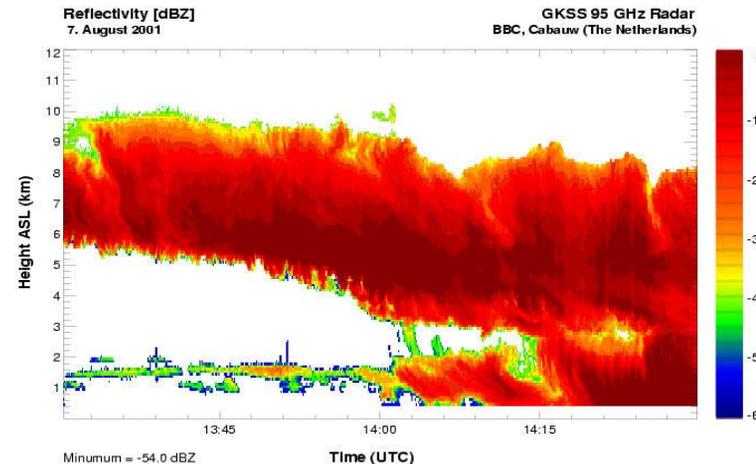
Vereisung von Wolken



- In Mischphasenwolken kann der Übergang von unterkühltem (supercooled) zu Eis schlagartig stattfinden
- Vereisung beginnt meist in den höchsten (kältesten) Teilen der Wolke
- Vereisung schreitet nach unten fort, wobei Eiskristalle größer (und schwerer) werden und in die niedrigeren Bereiche der Wolke fallen

➡ Zahl der Eiskristalloberflächen nimmt zu und Eis wächst durch Wasserdampfdiffusion

- Vereisung kann innerhalb der Wolke initiiert werden oder durch höherliegende Wolken, aus denen Eis in die unten liegende unterkühlte Wolke fällt.
- Dieser „**seeder/feeder Effekt**“ kommt häufig vor, wenn Cirren, Cirro-stratus oder Alto-Wolken niedrigen Stratus/Strato-cumulus "füttern"



Bildung von Eiskristallen

Analogie zu Wassertropfen

Homogene Nukleation

- Eisstrukturen bilden sich in unterkühlten Tropfen (Eis-Embryos)
Frieren eines reinen Wassertropfens ohne eisbildende Kerne
Laborexperimente: Tropfen reinen Wassers mit Radien $< 5 \mu\text{m}$ frieren erst bei Temperaturen $< -40 \text{ }^\circ\text{C}$; größere Tropfen mit Durchmessern von $25 \mu\text{m}$ bei -36°C
- direkte **Deposition**
 - ⇒ extreme Übersättigungen nötig

Heterogene Nukleation

unter Nutzung von eisbildenden Kernen (*ice-forming nuclei* **IN**) wie Mineralien, Bakterien, Ton oder andere. Diese Stoffe wurden auch in Eisbohrkernen am Südpol gefunden. Nur eins von 10^7 Aerosolen ist als Eiskern geeignet.

⇒ auch bei höheren Temperaturen



Bildung von Eiskristallen

Deposition an Eiskeimen

- Für Deposition an Eiskeimen sind eine **hohe Übersättigung** bezüglich Eis und ausreichend **tiefe Temperaturen** notwendig

Homogenes Gefrieren

- Wassertropfen ohne Fremdkörper gefrieren spontan bei Temperaturen um -40°C .
- Fluktuationen der Wassermoleküle können dann stabile eisähnliche Anordnungen bilden, die als Kondensationskern dienen

Heterogenes Gefrieren

- Enthält ein **Wassertröpfchen** geeignete Fremdkörper (Gefrierkerne), so erfolgt die Eisbildung an diesen Kernen. Dieser Vorgang erfolgt schon bei beträchtlich höheren Temperaturen ($< -10^{\circ}\text{C}$)

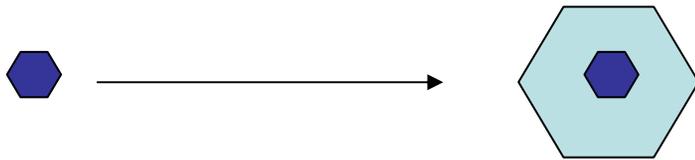
Kontaktgefrieren (*Riming*)

- In diesem Falle ist der Gefrierkern nicht im Tropfen enthalten, sondern kommt von außen in Kontakt mit einem Wassertropfen. Das Gefrieren des Wassertropfen ist so bei noch höheren Temperaturen (**bis -5°C**) möglich.

unterkühltes Wasser gefriert bei Kontakt mit Materie (Flugzeugvereisungen)

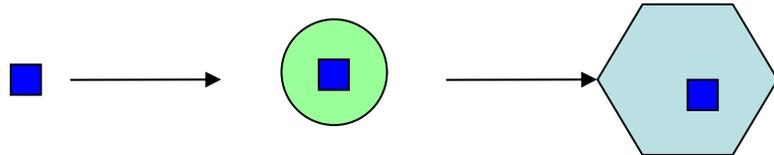


Bildung von Eispartikeln über IN



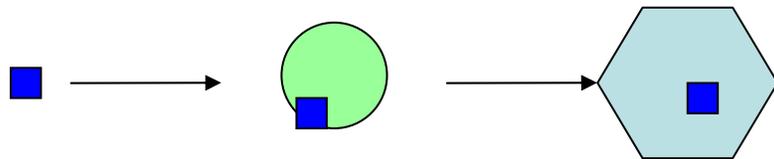
deposition nucleation

Heterogene Deposition in eisübersättigter Dampfumgebung; besonders geeignet sind große hexagonale Kerne



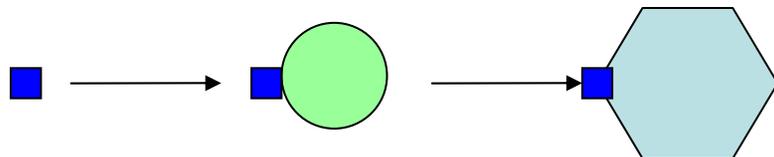
condensation freezing nucleation

Aerosol wirkt zuerst als Kondensations- und dann als Gefrierkern



immersion freezing nucleation

Aerosol wird in den Tropfen eingebaut (kein Kondensationskern) und dient dann als Gefrierkern



contact freezing nucleation

unterkühlter Tropfen friert bei mechanischem Kontakt mit Aerosol



Beispiele für eisbildende Kerne IN

- IN sind genau wie Kondensationskerne (*cloud condensation nuclei* CCN) für Wasserwolken hygroskopisch (ca. 5-10% aller Aerosole sind CCN; davon aber wiederum nur ca. 5-10 % IN)
- IN stellen eine hexagonale Struktur ähnlich zu natürlichem Eis zur Verfügung
- IN werden erst ab bestimmten Minusgraden aktiviert; je kälter die Temperatur desto mehr werden aktiviert.

Substanz	Aktivierungs-Temperatur (°C)	Vorkommen
Blatt-Bakterien	-2.9	absterbende Blätter; häufig
Silberjodid	-4	Nutzung zur Wolkenimpfung
Kaolinite	-9	häufiges Ton-Mineral
Kupfersulfit	-7	Schadstoff
Sodiumchlorid	-8	Seesalz
vulkanische Asche	-13	häufig
aerosolvermiculite	-15	häufiges Ton-Mineral



Wachstum von Eiskristallen

Wasserdampfdiffusion

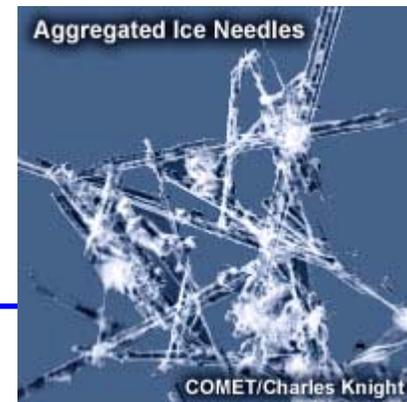
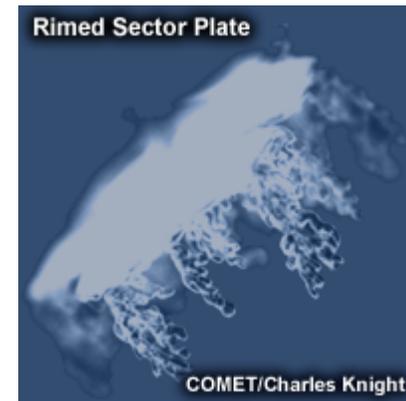
- Wachstumsrate der Eiskristalle hängt von Temperatur und Feuchte ab, optimales Wachstum bei -15°C

Akkretion

- Wachstum von Eiskristallen durch Bereifung (*riming*) mit flüssigen Tropfen
- Kontaktfrieren führt zu bereiftem Eis
- Optimal in gesättigten Schichten von 0 to -10°C (Staudenmaier, 1999)
- Extremes Bereifen verursacht *Graupel* oder „*snow pellets*“

Aggregation

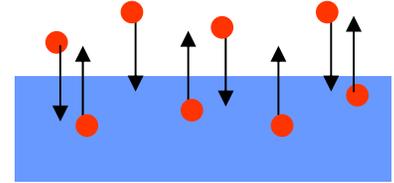
- Kollision und Zusammenwachsen von Eiskristallen
- Zusammenwachsen ist maximal nahe 0°C
- Eiskristalle mit dendritischer Form können auch mechanisch verhaken und große Aggregate bilden



Sättigung über Wasser und Eis

Wasser

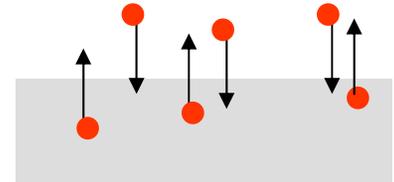
$$e_s = 6.1078 \cdot \exp\left(\frac{17.08085 \cdot \vartheta}{234.175 + \vartheta}\right) \quad [\text{hPa}]$$



Sättigungsdampfdruck über Eis e_i ist niedriger als über einer gleichtemperierten Oberfläche unterkühlten Wassers, da die größeren Anziehungskräfte zwischen den Molekülen im Eiskristall diese stärker binden und ein Gleichgewicht bei niedrigerem Dampfdruck bewirken

Eis

$$e_i = 6.1078 \cdot \exp\left(\frac{17.84362 \cdot \vartheta}{245.425 + \vartheta}\right) \quad [\text{hPa}]$$



Das Verhältnis der Sättigungsdampfdrücke von Eis und Wasser über einer ebenen Oberfläche ist

$$\frac{e_s(T)}{e_i(T)} \approx \left(\frac{273}{T}\right) \quad \longrightarrow$$

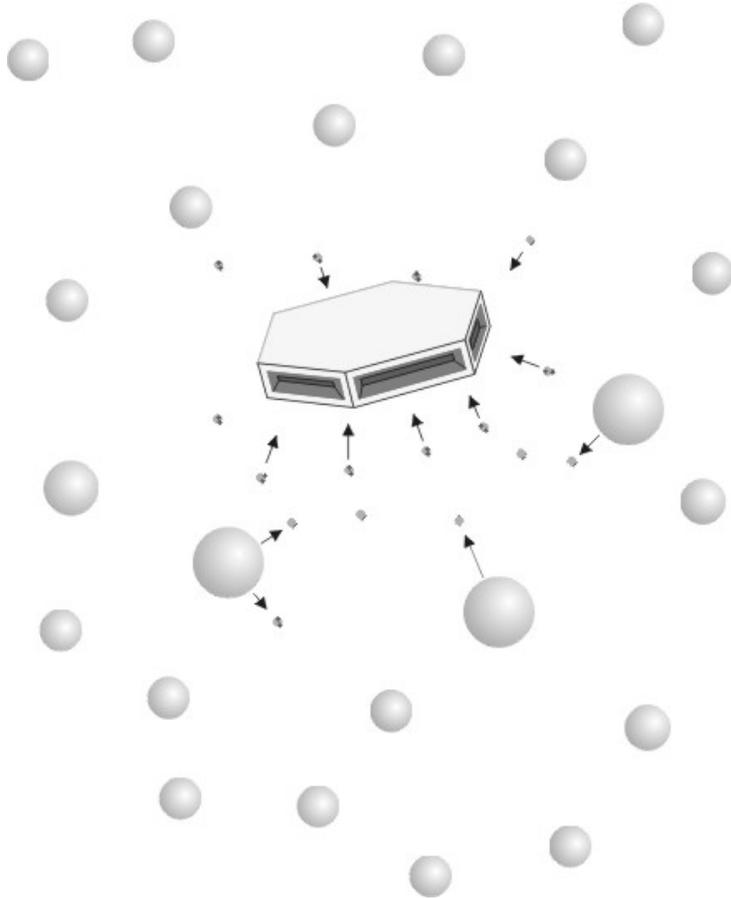
Bergeron-Findeisen Prozess

z.B. $T = -25^\circ\text{C}$ $e_s = 80.9 \text{ Pa}$ $e_i = 63.3 \text{ Pa}$

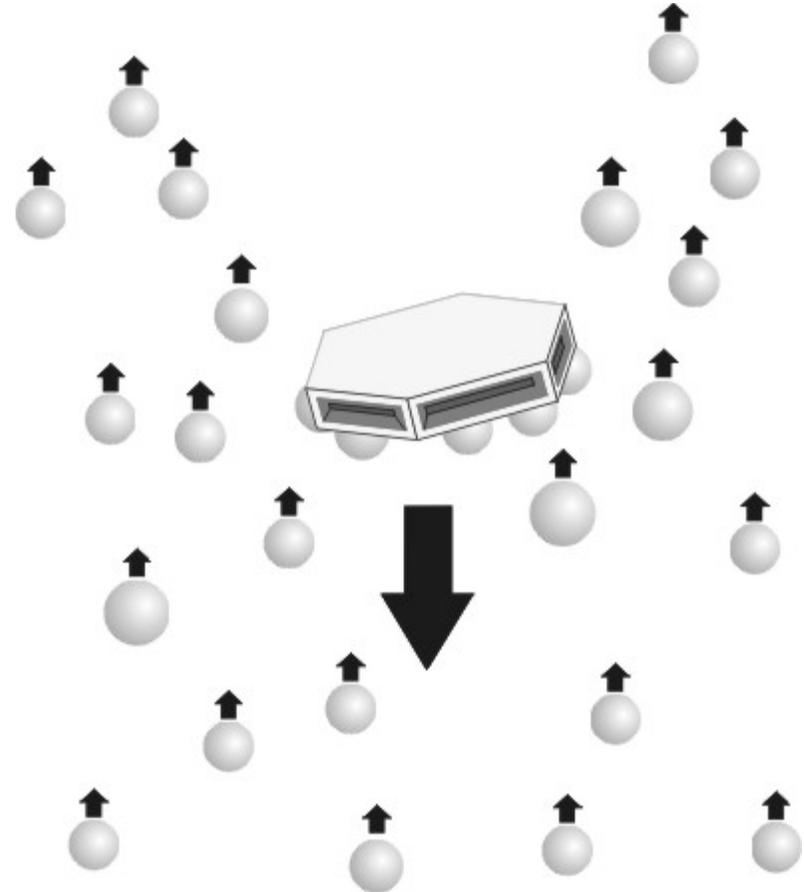


Wachstum von Eiskristallen

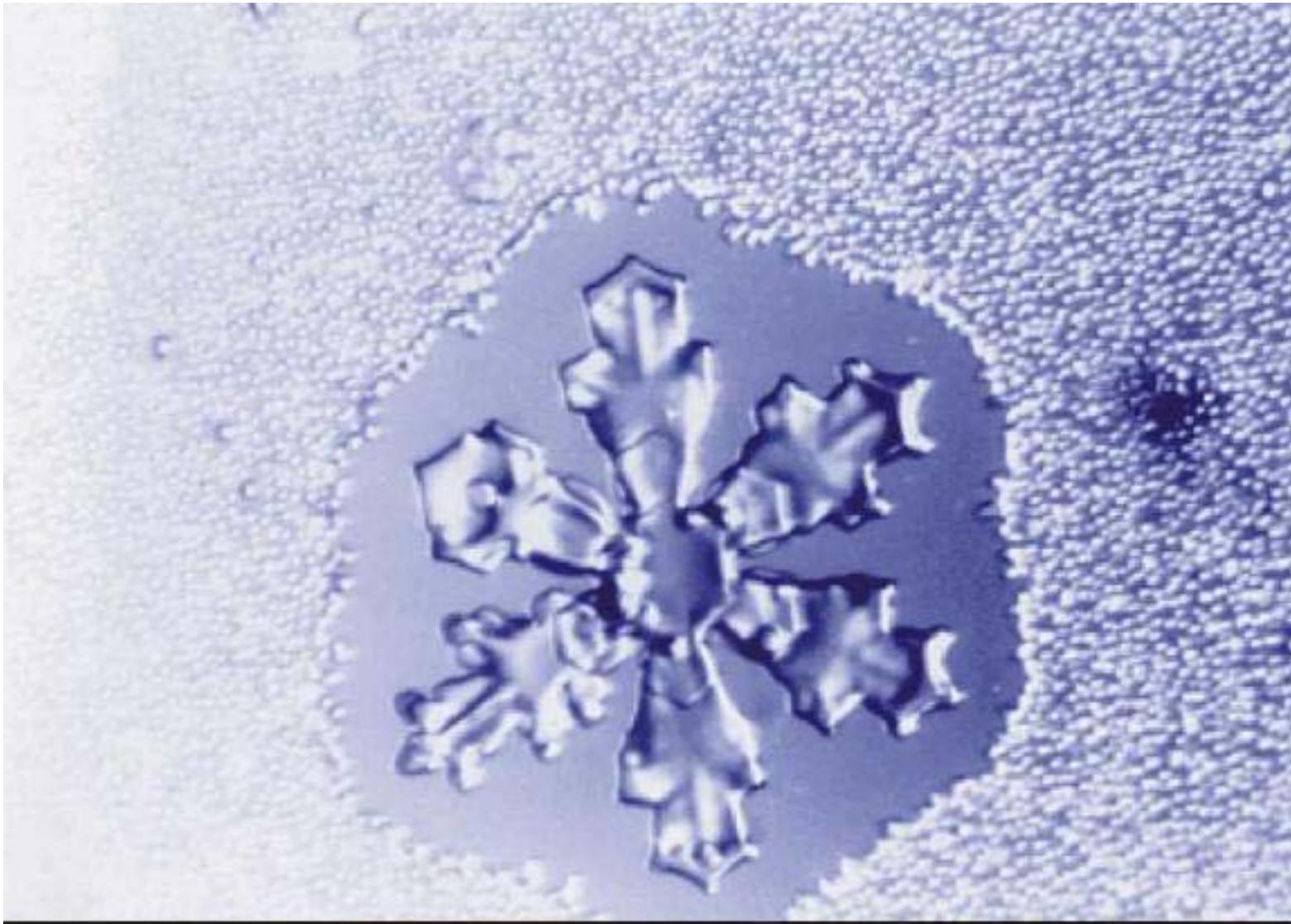
Wasserdampf-Deposition



Kollektion: Tropfenanlagerung



Bergeron - Findeisen Prozess



Korrektur Sättigungsdampfdruck

Auch bei Eiskristallen muss die Änderung des Sättigungsdampfdrucks durch die **gekrümmte Oberfläche** an berücksichtigt werden. Diese hängt auf Grund der komplexen Form vom jeweiligen Position **j** an der Oberfläche ab!

$$e_{ij} = e_{i\infty} \exp\left(\frac{2\sigma_j}{R_v T h_j \rho_i}\right)$$

ρ_i Dichte von reinem Eis [kg m^{-3}]

h_j Abstand vom Kristallzentrum [m]

σ_j Oberflächenspannung an der Grenze Eis-Wasserdampf [kg m^{-2}]

$\sim 100 \text{ g m}^{-2}$ (abhängig von Kristallform)

größer als an der Grenzfläche Wasser-Wasserdampf $\sigma_w \sim 76 \text{ g m}^{-2}$



Diffusionswachstum

Analog zu Wassertropfen wachsen Eiskristalle durch Aufnahme von Wasserdampf aus der Umgebung

- D_i Diffusionskoeffizient für Eis [m^2s^{-1}]
- C Geometrieparameter

(Analogon zur Kapazität \rightarrow Potential um eine Ladung) **Sättigungsdichte am Kristallrand**

Wasser

$$\frac{dM}{dt} = 4 \pi r D (\rho_u - \rho_r)$$

Eis

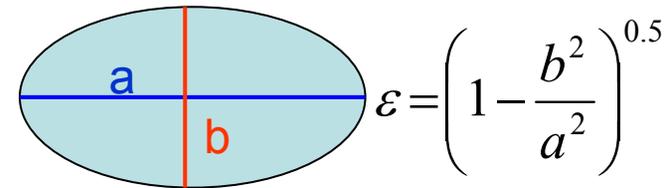
$$\frac{dM}{dt} = 4 \pi C D_i (\rho_u - \rho_r)$$

Kugel $C = r$

kreisförmige Scheibe $C = 2r / \pi$

abgeplattetes Sphäroid (Platte) $C = \frac{a \varepsilon}{\arcsin \varepsilon}$

prolates Sphäroid (Nadel) $C = \frac{A}{\ln[(a + A)/b]}$



$$A = (a^2 - b^2)^{0.5}$$



Diffusionswachstum

Bei Deposition wird dem Eiskristall Wärme zugeführt, die an die Umgebung abgeführt wird.

Dadurch stellt sich Dampfdichte am Kristallrand ein (ρ_r).

→ Balance aus Sublimationswärme und Wasserdampfdiffusion

K Wärmeleitfähigkeit [$\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$]

L_s Sublimationswärme [$\text{K kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]

$$\frac{\rho_u - \rho_r}{T_r - T_u} = \frac{K}{L_s D}$$

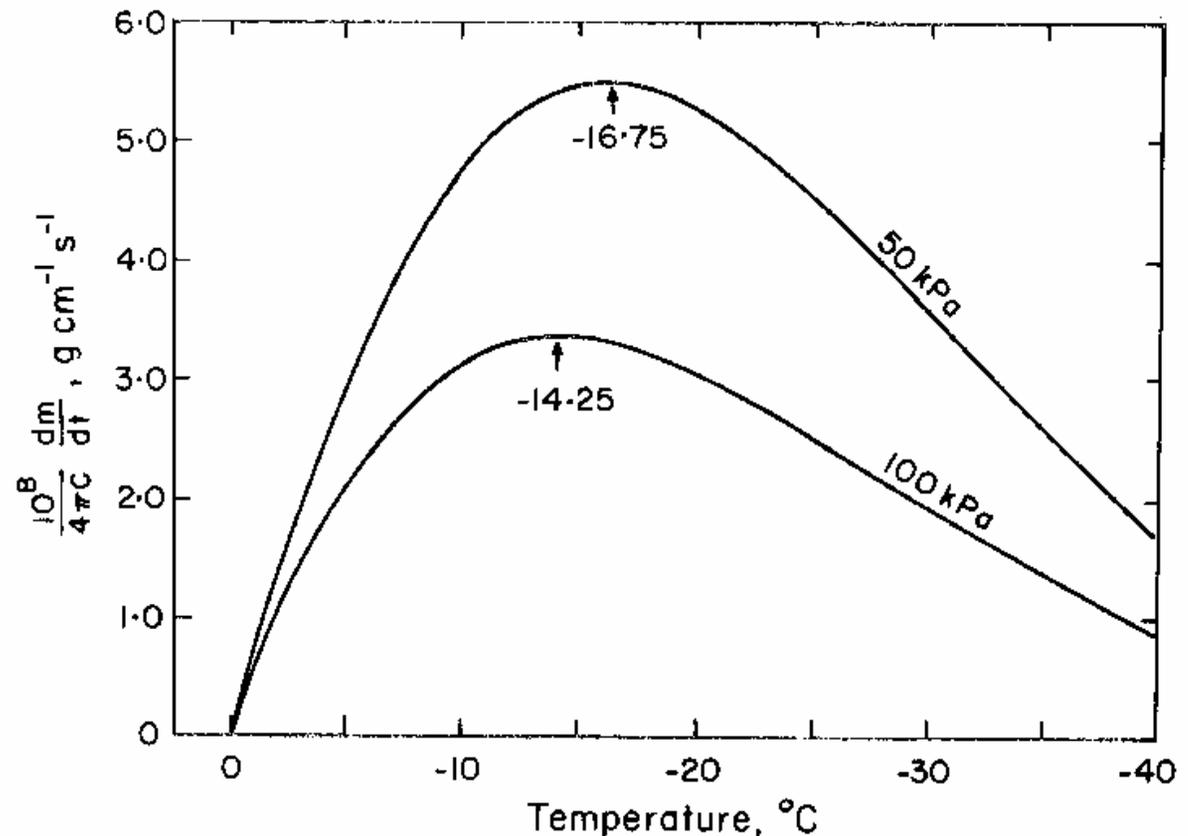
Analog zum Tropfenwachstum ergibt sich aus der Clausis-Clapeyron Gleichung das **Massenwachstum** des Eiskristalls

$$\frac{dM}{dt} = \frac{4\pi C(S_i - 1)}{\left[\left(\frac{L_s}{R_v T} - 1 \right) \frac{L_s}{KT} + \frac{R_v T}{e_i(T)D} \right]}$$

Diffusionswachstum

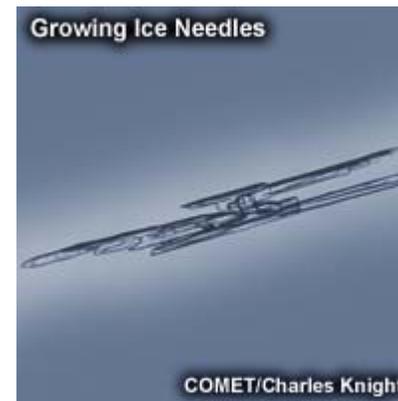
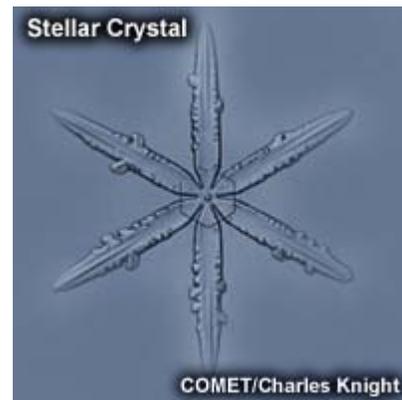
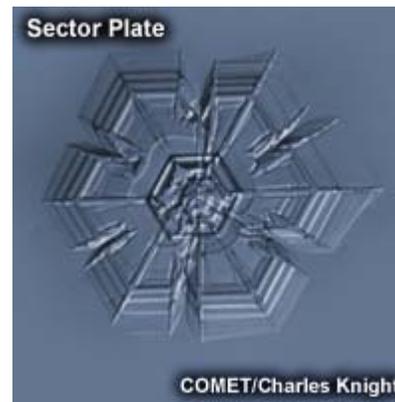
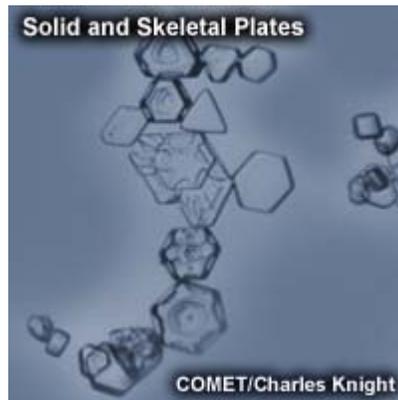
Normierte Wachstumsrate von Eiskristallen bei zwei verschiedenen Drücken als Funktion der Temperatur (Rogers und Yau, 1989)

Wachstumsrate
maximal bei $\sim -15^\circ$



Hexagonale Form

- Grundstruktur von Eiskristallen ist hexagonal sowohl für bei kalten Temperaturen gebildete hohle Säulen oder bei warmen Temperaturen gebildete Dendriten
- Hexagonale Konfiguration maximiert anziehende Kräfte und minimiert die abstoßenden



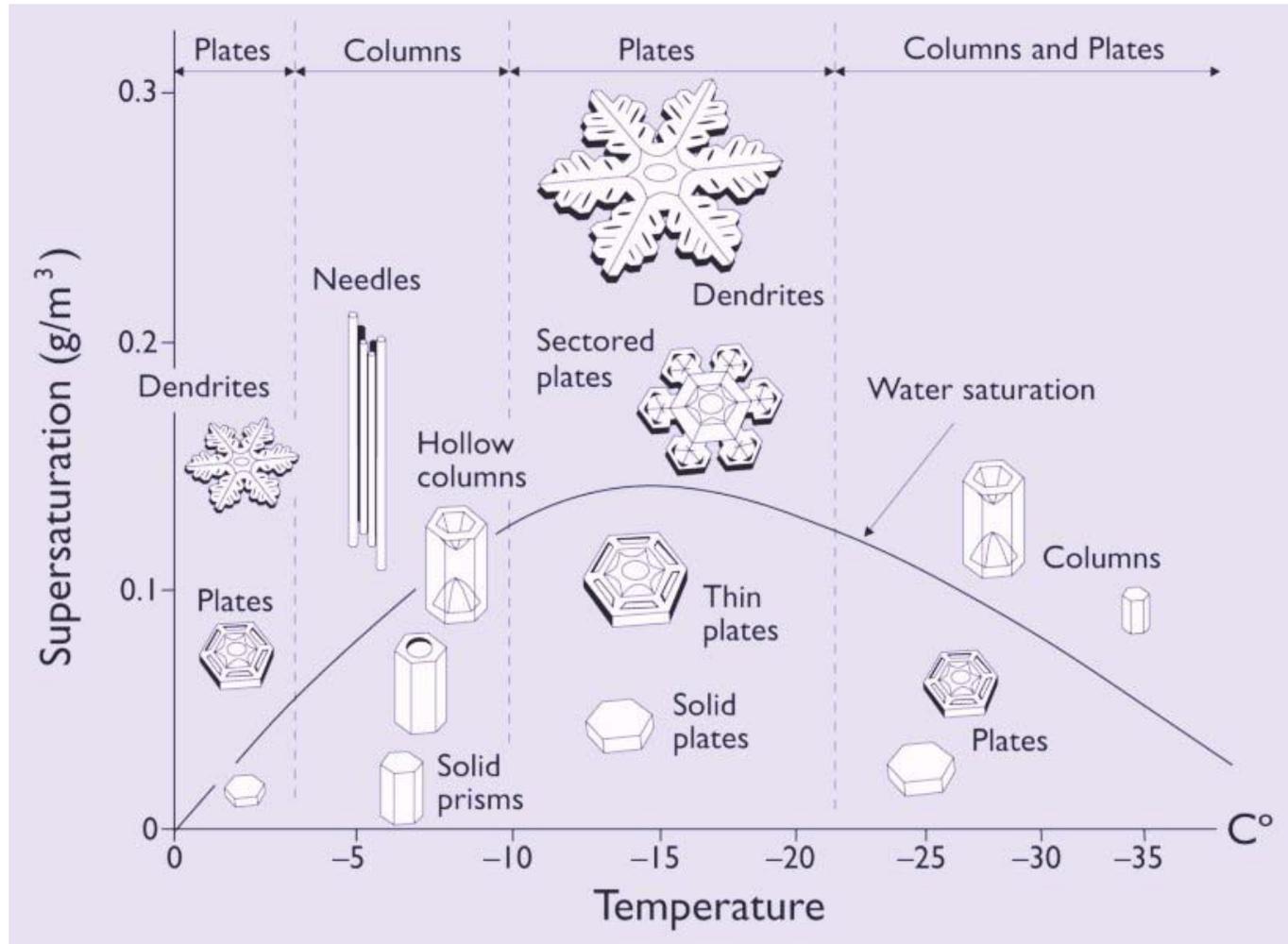
Unterschiede in Eismikrophysik

- langsame und gleichförmige, schichtförmige Wasserdampfablagerung (also nicht bei allzu hoher Feuchte und großskaliger Hebung) produziert hexagonale Eiskristalle, vorwiegend hohle und feste Säuen (Halos).
- Wachstum durch Aggregation bei Konvektion, große turbulent umströmte Kristalle produzieren irreguläre Kristallformen und räumliche Strukturen
- bei -15°C ist in wasserdampfgesättigter Luft am meisten Feuchte in Bezug auf Eis verfügbar
 ⇒ Wachstum von großen Dendriten
- molekular-kinetische Theorien notwendig zur Beschreibung des Entstehens der unterschiedlichen Eisformen

verfügbare Feuchte, Gefrierkerne, Temperatur und atmosphärische Dynamik bestimmen die Form von Eiskristallen



Eisformen



Magano-Lee Klassifikation (1966)

	N1a Elementary needle		C1f Hollow column		P2b Stellar crystal with sectorlike ends
	N1b Bundle of elementary needles		C1g Solid thick plate		P2c Dendritic crystal with plates at ends
	N1c Elementary sheath		C1h Thick plate of skeleton form		P2d Dendritic crystal with sectorlike ends
	N1d Bundle of elementary sheaths		C1i Scroll		P2e Plate with simple extensions
	N1e Long solid column		C2a Combination of bullets		P2f Plate with dendritic extensions
	N2a Combination of needles		C2b Combination of columns		P3a Two-branched crystal
	N2b Combination of sheaths		P1a Hexagonal plate		P3b Three branched crystal
	N2c Combination of long solid columns		P1b Crystal with sectorlike branches		P3c Four-branched crystal
	C1a Pyramid		P1c Crystal with broad branches		P4a Broad branch crystal with 12 branches
	C1b Cup		P1d Stellar crystal		P4b Dendritic crystal with 12 branches
	C1c Solid bullet		P1e Ordinary dendritic crystal		P5 Malformed crystal
	C1d Solid bullet		P1f Fernlike crystal		C1d Solid bullet
	C1e Solid column		P2a Stellar crystal with plates at ends		P6e Plate with spatial plates

	P6b Plate with spatial dendrites		CP3d Plate with scrolls at ends		R3c Graupellike snow with nonrimed extensions
	P6c Stellar crystal with spatial plates		S1 Side plans		R4a Hexagonal graupel
	P6d Stellar crystal with spatial dendrites		S2 Scalelike side planes		R4b Lump graupel
	P7a Radiating assemblage of plates		S3 Combination of side planes, bullets and columns		R4c Conelike graupel
	P7b Radiating assemblage of dendrites		R1a Rimmed needle crystal		I1 Ice particle
	CP1a Column with plates		R1b Rimmed columnar crystal		I2 Rimmed particle
	CP1b Column with dendrites		R1c Rimmed plate or sector		I3a Broken branch
	CP1c Multiple capped column		R1d Rimmed stellar crystal		I3b Rimmed broken branch
	CP2a Bullet with plates		R2a Densely rimmed plate or sector		I4 Miscellaneous
	CP2b Bullet with dendrites		R2b Densely rimmed stellar crystal		G1 Minute column
	CP3a Stellar crystal with needles		R2c Stellar crystal with rimmed spatial branches		G2 Germ of skeleton form
	CP3b Stellar crystal with columns		R3a Graupellike snow of hexagonal type		G3 Minute hexagonal plate
	CP3c Stellar crystal with scrolls at ends		R3b Graupellike snow of lump type		G4 Minute stellar crystal
					G5 Minute assemblage of plates
					G6 Irregular germ.

Zusammenhang Masse und Größe

Je nach Form des Eiskristalls variiert der Zusammenhang von Masse und Größe

$$M = a D^b$$

D – maximale lineare Dimension des Kristalls in cm

M – Masse des Kristalls in g

Kristalltyp	a	b
Graupel	$6.5 \cdot 10^{-2}$	3
dünne hexagonale Platte	$1.9 \cdot 10^{-2}$	3
sternenförmiges Kristall	$9.4 \cdot 10^{-4}$	2
planarer Dendrit	$3.9 \cdot 10^{-4}$	2
Nadel	$2.9 \cdot 10^{-5}$	1

Wichtig für Massenwachstum, Fernerkundung, ...



Weiteres Wachstum durch Aggregation

- Zusammenklumpen von Eiskristallen zu Schneeflocken (Verhaken, Anfrieren)
- Kollisionsrate abhängig von Fallgeschwindigkeit
Graupel (Aggregate gefrorener Tropfen) fällt am schnellsten und hängt relativ stark vom Durchmesser D (in cm) ab (D umgibt gerade Partikel)



$$v_t(\text{Graupel}) = 343 D^{0.6} \text{ [cm / s]}$$

- Schneeflocken und bereifte Strukturen fallen mit ~ 1 m/s
Wenn D der Durchmesser des geschmolzenen Teilchens ist, gilt

$$v_t(\text{Schnee}) = k D^n$$

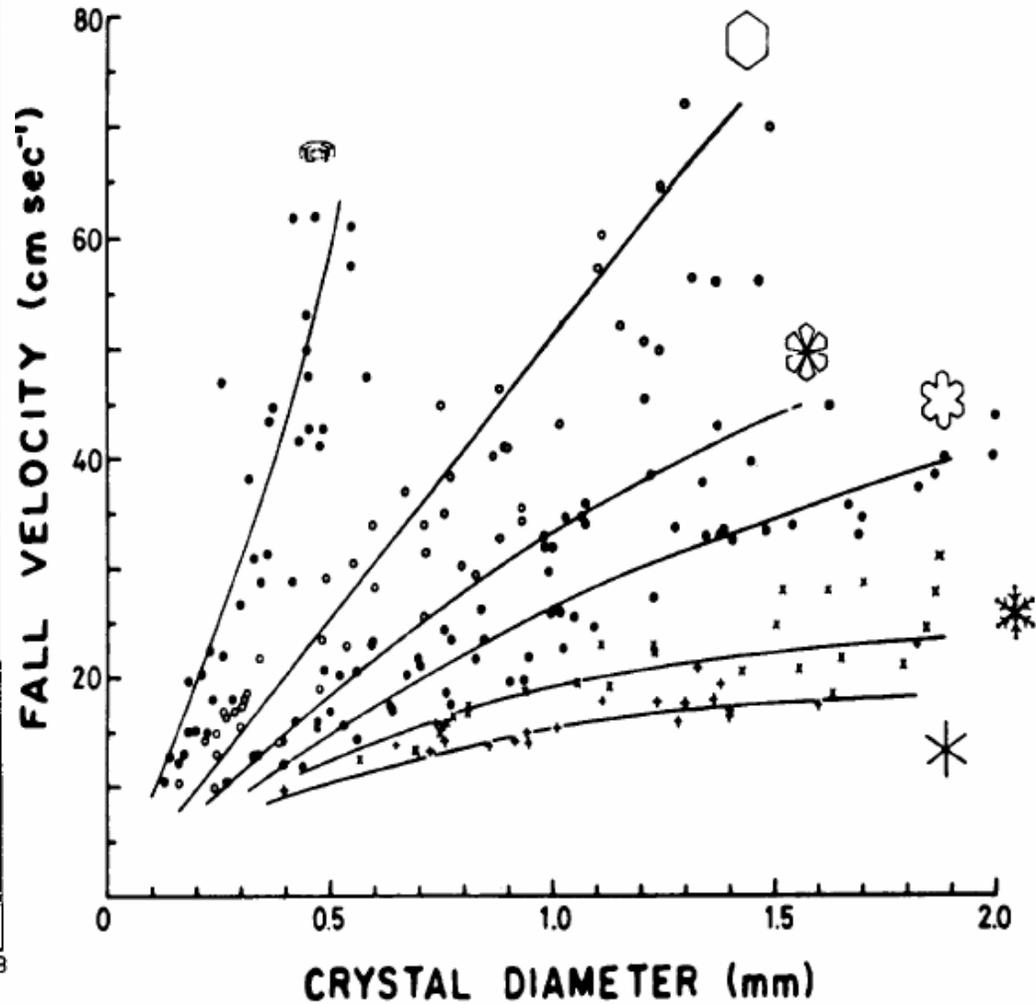
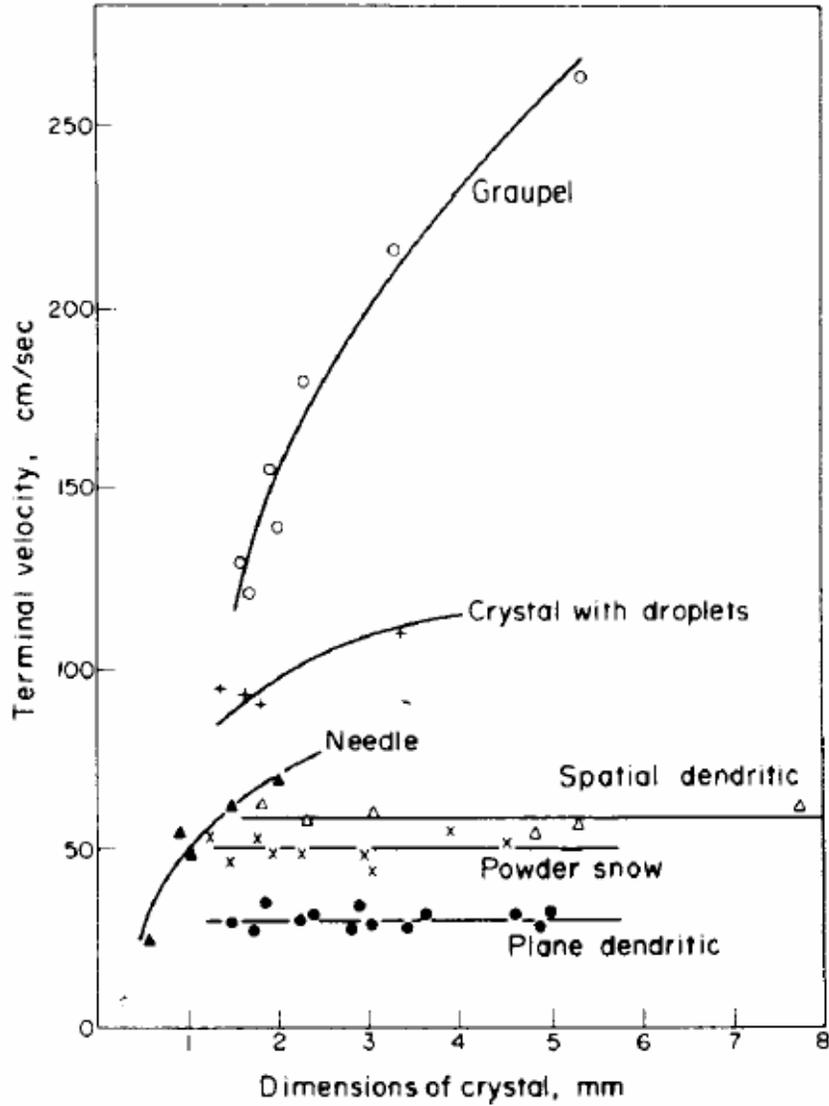
Dendrit $k \sim 160$ $n = 0.3$

Säulen+Platten $k \sim 234$ $n = 0.3$



Fallgeschwindigkeit

aus Pruppacher & Klett



Wachstum durch Aggregation

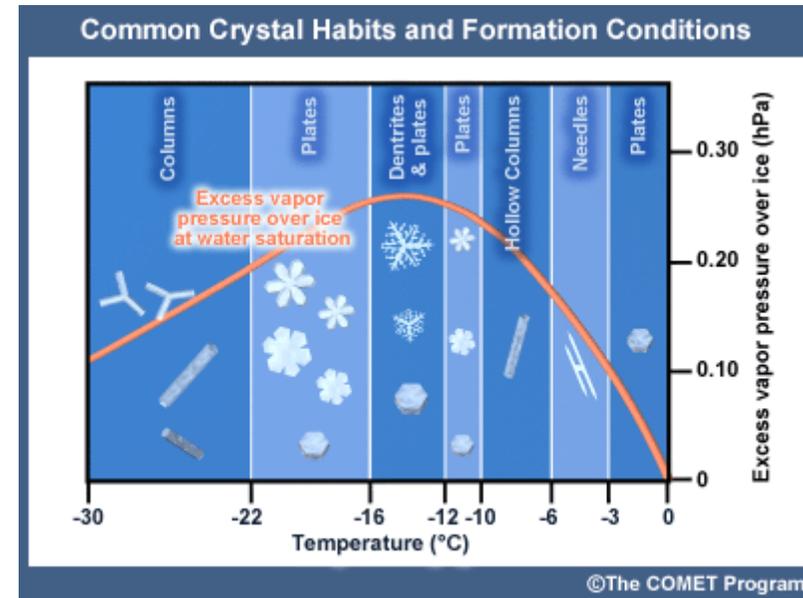
Kollektionseffizienz = Kollisionseffizienz x Koaleszenzeffizienz

- **Kollisionseffizienz** aufgrund der geringeren Fallgeschwindigkeiten wahrscheinlich größer als bei Wassertropfen
- Bei Kollision von Eiskristallen und unterkühlten Tropfen ist die **Koaleszenzeffizienz** wahrscheinlich 1.
- Bei Koaleszenz von Eiskristallen sind die Effizienzen höher bei höheren Temperaturen und vor allem für Dendrite (Verhaken!)
- Beobachtungen: Signifikante Aggregation nur bei Temperaturen $> -10^{\circ}\text{C}$
- Diffusionswachstum für Eis schneller als für Wasser
→ leichter Niederschlag (Entstehung ohne Aggregation)



Zusammenfassung 10. Doppelstunde

- Bei welchen Temperaturen werden **unterkühlte Wassertropfen** beobachtet?
- Wie kommt es zur **Vereisung** einer Mischwolke?
- Was ist der **Seeder/Feeder** Effekt?
- Welche Partikel dienen als **Gefrierkerne**, wie häufig sind sie und wann werden sie aktiviert?
- Welche Arten der **Eispartikelbildung** gibt es?
- Was bezeichnen **Akkretion** und **Aggregation**?
- Bei welchen Bedingungen entstehen Dendrite und wann hexagonale Platten?
- Was muss bei der Beschreibung des Eiskristallwachstums durch Deposition (im Gegensatz zu Wolkentropfen) berücksichtigt werden?



Bildung von Eiskristallen

Deposition an Eiskeimen

- Für Deposition an Eiskeimen sind eine **hohe Übersättigung** bezüglich Eis und ausreichend **tiefe Temperaturen** notwendig

Homogenes Gefrieren

- Wassertropfen ohne Fremdkörper gefrieren spontan bei Temperaturen um -40°C .
- Fluktuationen der Wassermoleküle können dann stabile eisähnliche Anordnungen bilden, die als Kondensationskern dienen

Heterogenes Gefrieren

- Enthält ein **Wassertröpfchen** geeignete Fremdkörper (Gefrierkerne), so erfolgt die Eisbildung an diesen Kernen. Dieser Vorgang erfolgt schon bei beträchtlich höheren Temperaturen ($< -10^{\circ}\text{C}$)

Kontaktgefrieren (*Riming*)

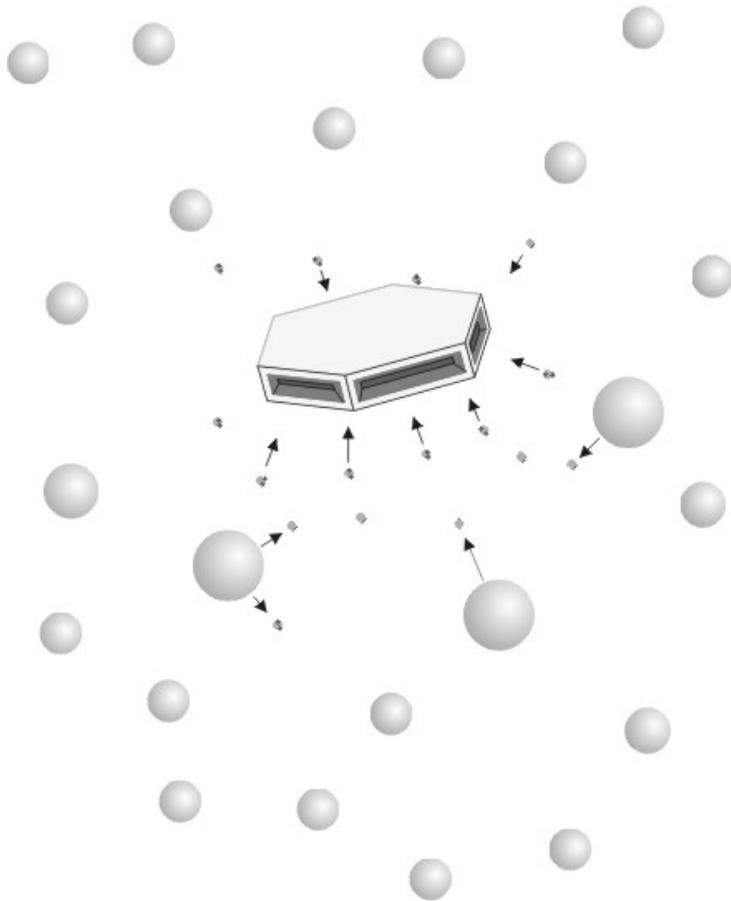
- In diesem Falle ist der Gefrierkern nicht im Tropfen enthalten, sondern kommt von außen in Kontakt mit einem Wassertropfen. Das Gefrieren des Wassertropfen ist so bei noch höheren Temperaturen (**bis -5°C**) möglich.

unterkühltes Wasser gefriert bei Kontakt mit Materie (Flugzeugvereisungen)

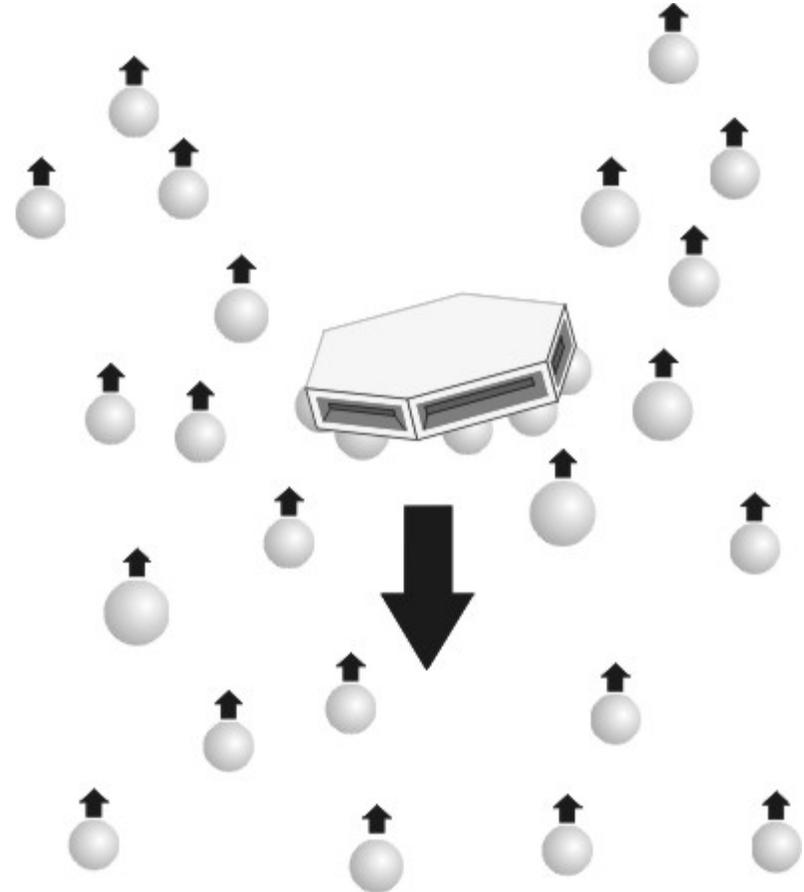


Wachstum von Eiskristallen

Wasserdampf-Deposition



Kollektion: Tropfenanlagerung



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Klassifikation von Wolken
- Thermodynamik (Feuchte Maße, Sättigung, atmos. Stabilität)

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eisphase II (11.07.)

IV. Niederschlag

- *warmer und kalter Niederschlag* (11.07.)

V. Messung von Wolkenparametern (18.07)

VI. Modellierung von Wolken (25.07.)

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Eismultiplikation

Warum werden oft wesentlich höhere Konzentrationen von Eispartikeln (typisch sind 0.01 bis 100 pro Liter) als von Gefrierkernen festgestellt?

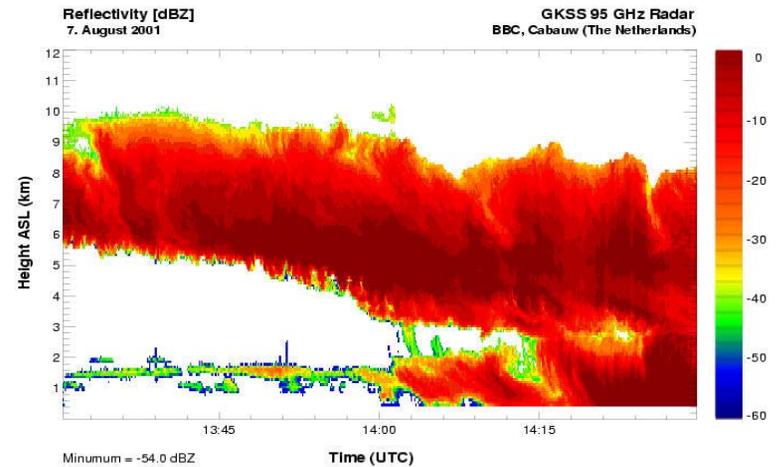
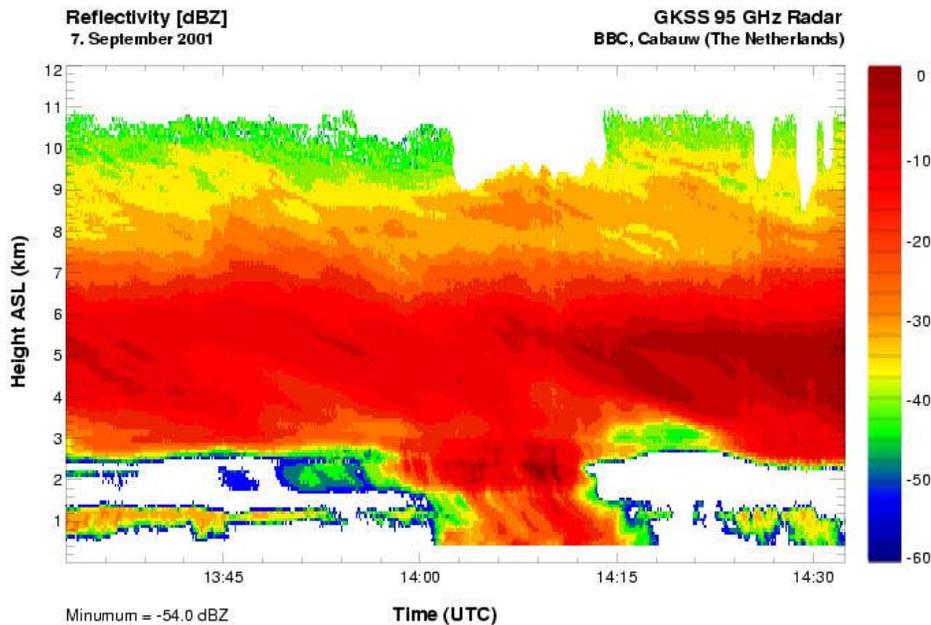
Gesucht sind also Prozesse, die ausgehend von stabilen Eiskristallen viele neue Eiskerne erzeugen

- Zerbrechen von Eiskristallen (*fracture*)
Zusammenstoßen von fragilen Dendriten mit schnell fallenden Graupelpartikeln
- Absplittern winziger Partikel beim Bereifen von Eispartikeln (*rime splintering*)
bei Temperaturen zwischen -3 und -8 °C, Tropfen größer als 25µm



Beispiele zu Eiswolken

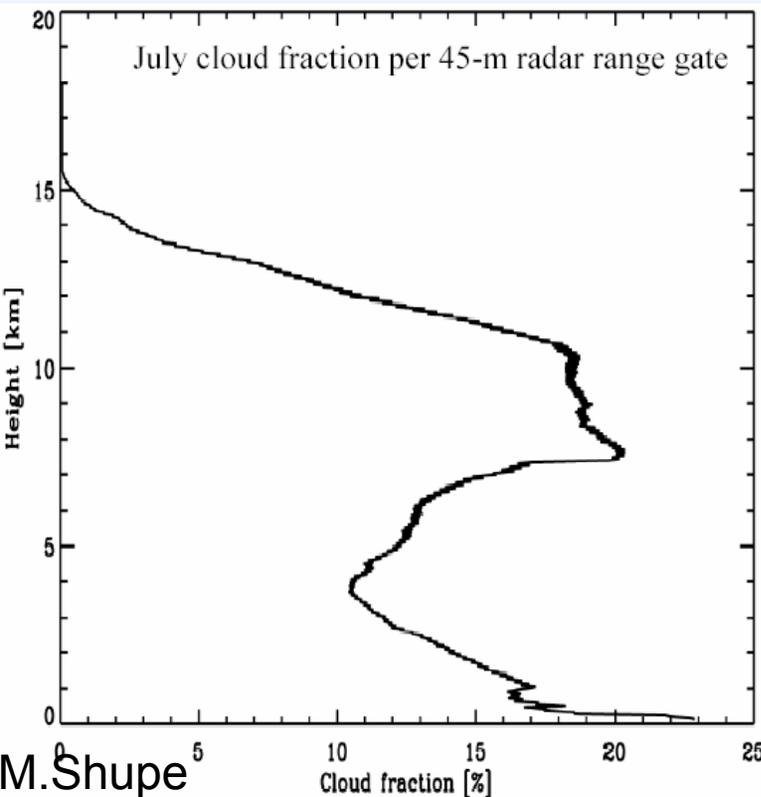
- Leewolken
- frontale Cirrus-Schirme
- Kondensstreifen
- tropischer Cirrus
- "subvisible cirrus"



CRYSTAL-FACE Kampagne 2002

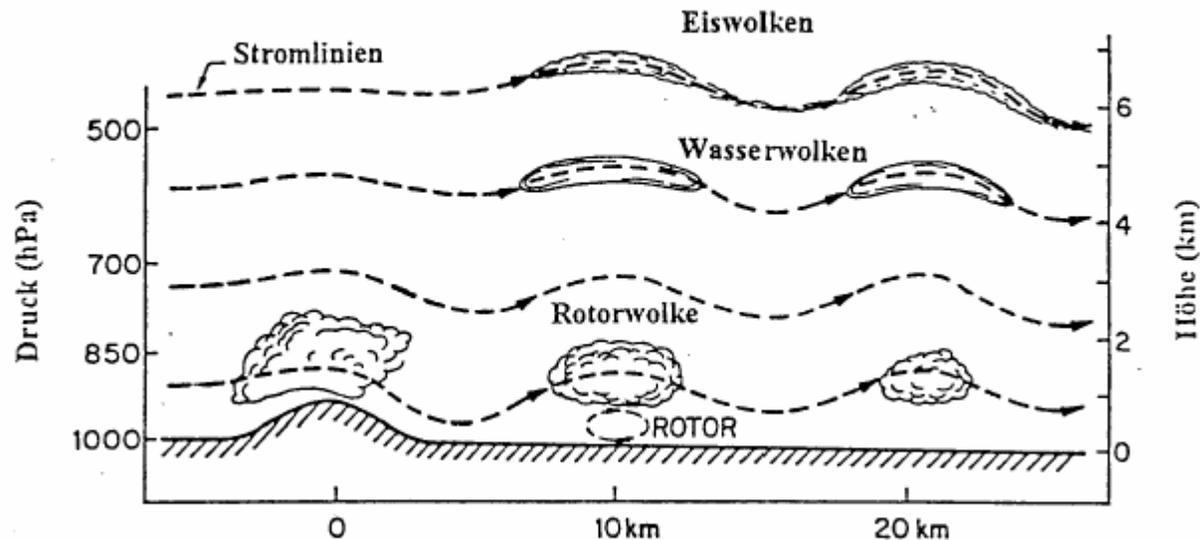
Großangelegte Messkampagne zur Untersuchung tropischen Cirrus

- Bedeutung im Wasser- und Energiehaushalt
- mikrophysikalische Eigenschaften
- Bildungsmechanismen
- Rückkopplung bei Klimaänderung



Wolkenbildung im Lee

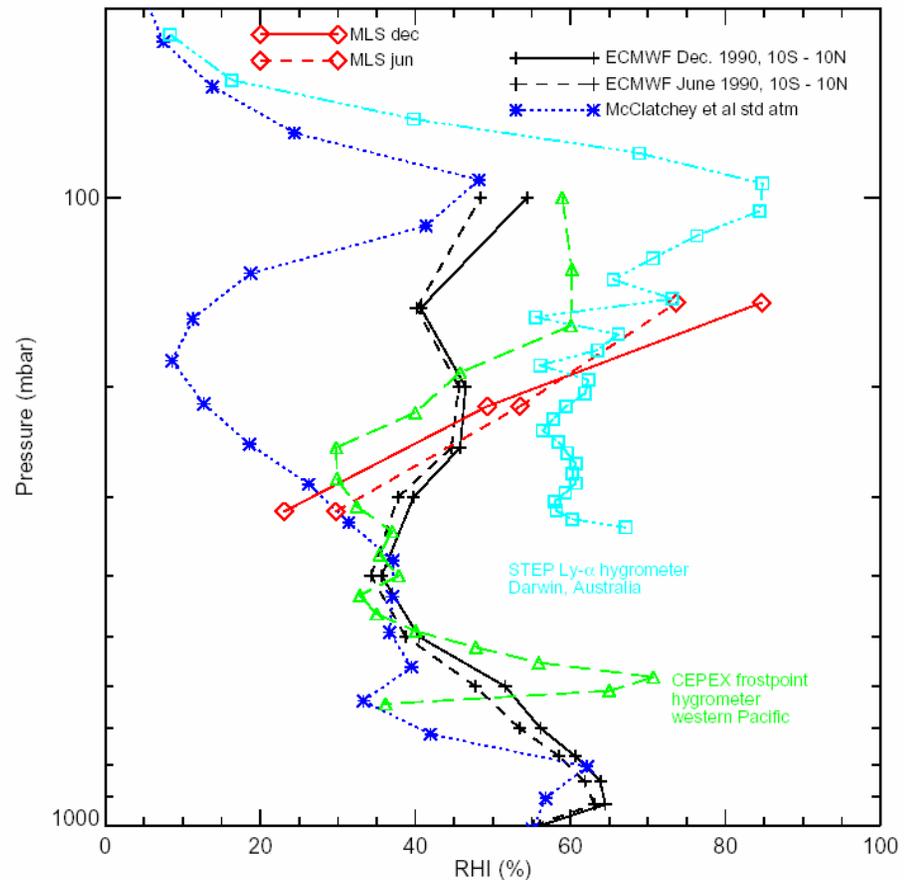
Durch Wellen, die sich z.B. bei Gebirgsüberströmung ausbilden, können **Aufwinde von einigen m/s** entstehen. Dadurch kann es in kurzer Zeit zu Anhebungen bis 1 km (Abkühlungen bis ca. 10 K) und entsprechender Übersättigung kommen.



Bei frontalen Zirkus-Schirmen, die durch Hebung an Kalt- oder Warmfronten entstehen sind die Geschwindigkeiten in der Größenordnung von cm/s.

Subvisible Cirrus

- optische Dicke im Sichtbaren von 0.03 bis 0.05; geringe Teilchenzahl ($\sim 25 \text{ l}^{-1}$)
- Wolken sind nahezu transparent im Sichtbaren aber nicht im Langwelligen
- Reduzieren die terrestrische Ausstrahlung im Langwelligen um ein paar Wm^{-2}
- Wolken sind so dünn, dass sie nicht von üblichen bodengebundenen Messgeräten detektiert werden, jedoch von Satelliten
- Entstehen wahrscheinlich durch Ausströmung an Cumulonimben, sich auflösenden Kondensstreifen oder aus langsamer, großskaliger Hebung
- wichtiges Kriterium für die Entstehung ist die verfügbare Feuchte der oberen Troposphäre / unteren Stratosphäre (UTLS) (nur unzureichend bekannt)

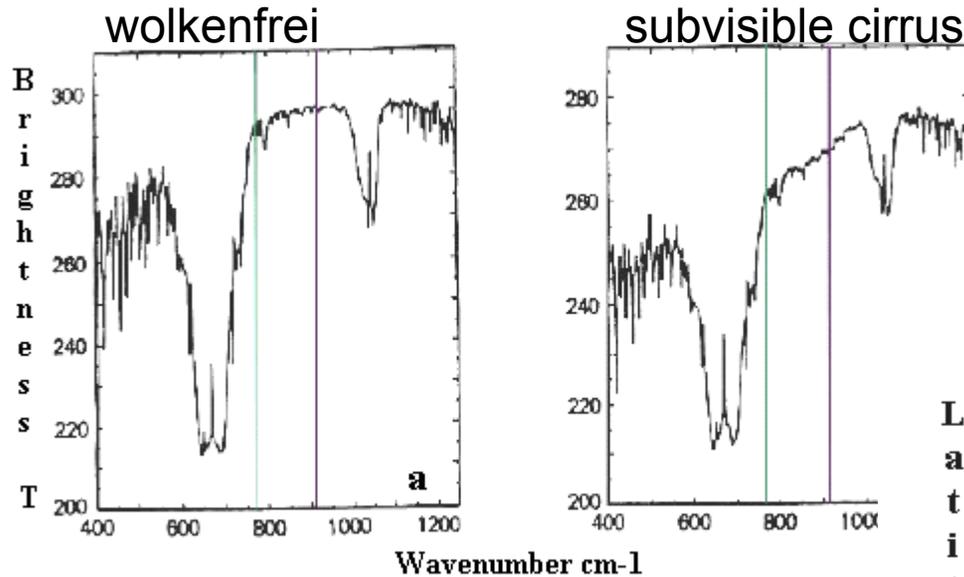


Jensen et al. [1999]



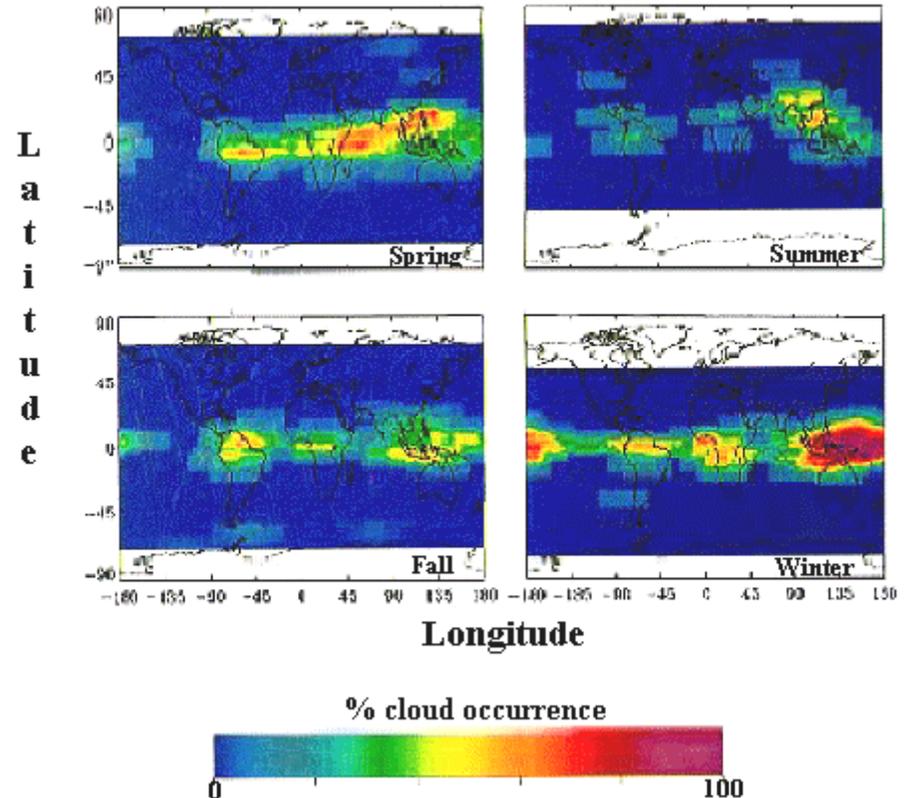
Subvisible Cirrus

<http://ucsu.colorado.edu/~fortint/Definition.html>

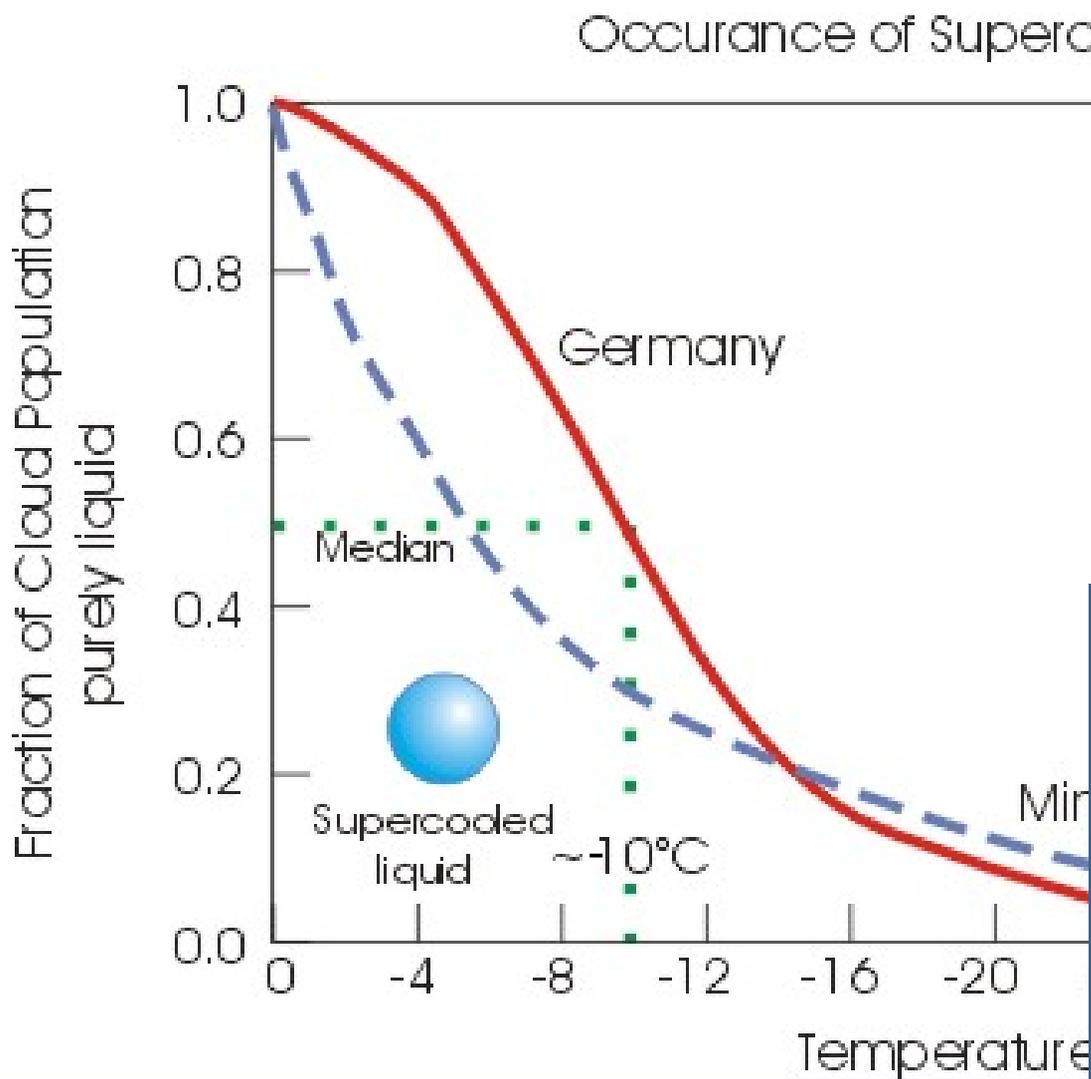


Extinktion hat spektrale Abhängigkeit
 Differenz der Helligkeitstemperaturen dT
 zwischen 770 cm^{-1} ($13 \mu\text{m}$) und
 910 cm^{-1} ($10 \mu\text{m}$)

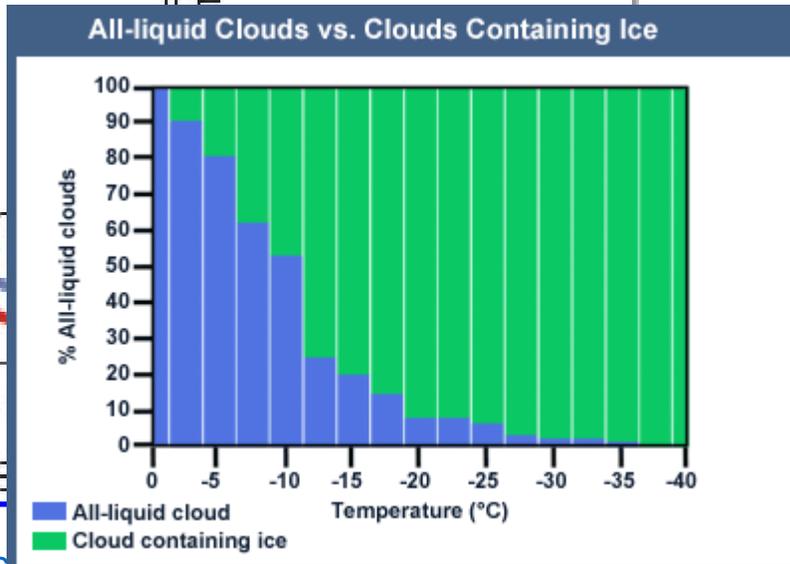
- wolkenfreie Bedingungen $dT \sim 5 \text{ K}$
- subvisible cirrus $dT > 5 \text{ K}$
- optisch dicke Wolke dT sehr klein



Unterkühltes Wasser

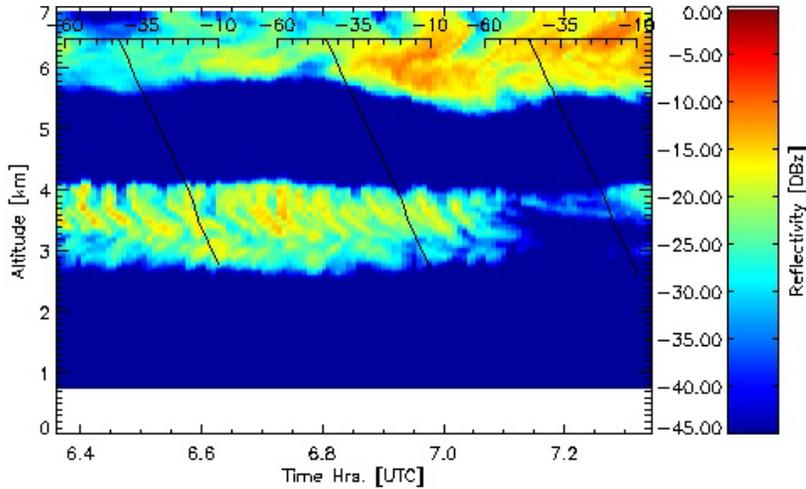


Ist bereits ab 0 °C alles Wasser in der Eisphase ändert sich die **Strahlungsbilanz** um 16.9 Wm⁻² im Vergleich zu dem üblichen Wert von -35°C [Lohmann und Feichter, 1997]

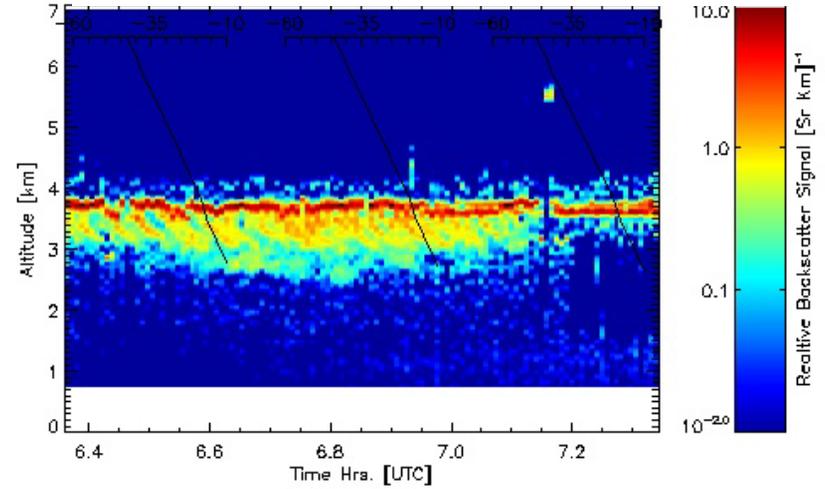


Supercooled water layer

Radarreflektivitätsfaktor $\sim D^6$

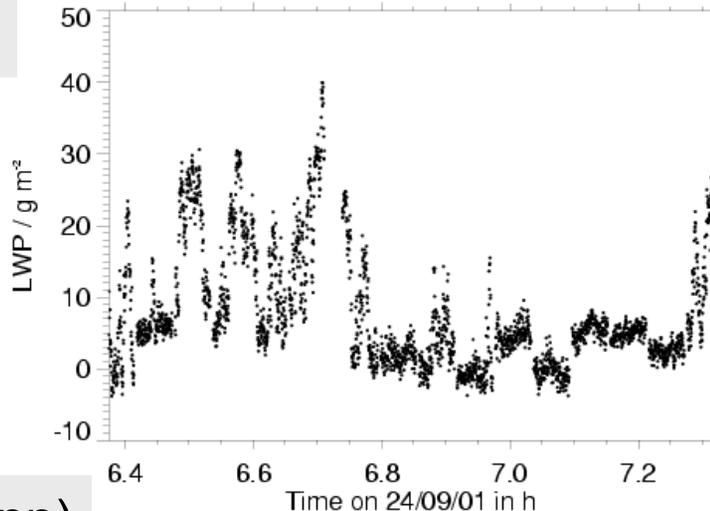


Ceilometer Rückstreuung $\sim D^2$



MIRACLE (GKSS)

Passives Mikro-
wellensignal $\sim D^3$

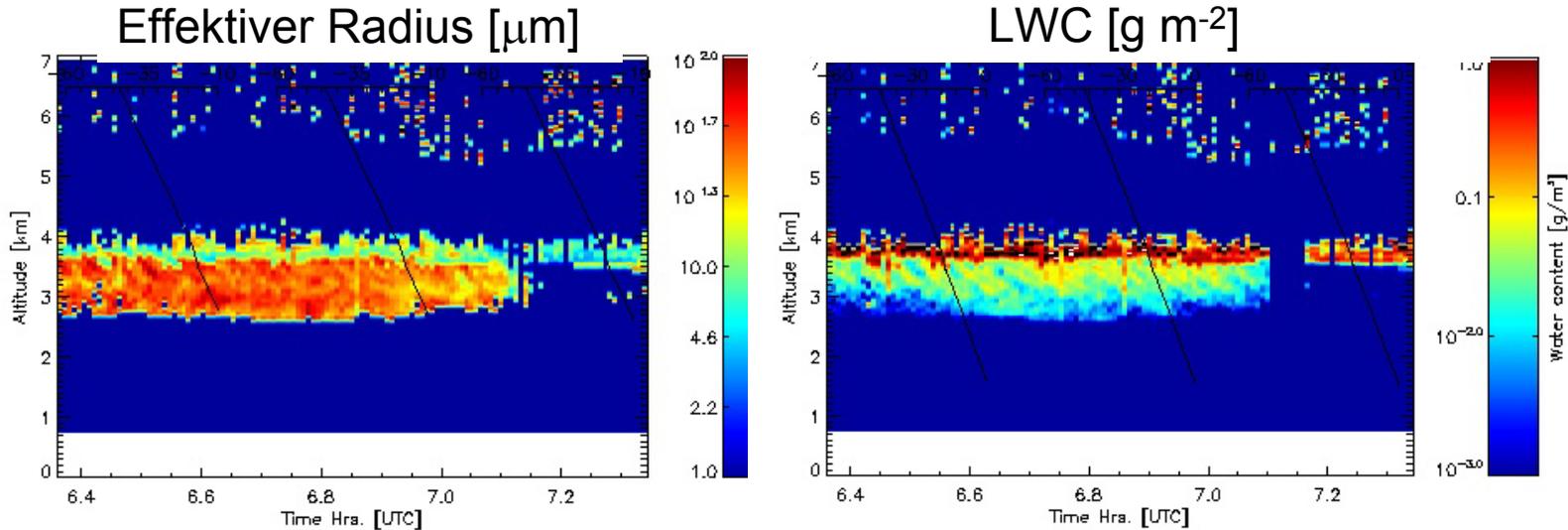


CT75K (KNMI)

Cabauw
24 September 2001

MICCY (UBonn)

Supercooled Water



Lidar/radar Algorithmus nach Donovan and van Lammeren [2002]
Ergebnisse von Hannelore Bloemink, KNMI

unterkühlte (-20°C) Wasserschicht
mit Tropfen von $\sim 5 \mu\text{m}$ an Wolkenobergrenze
und ausfallenden Eiskristallen mit $\sim 50 \mu\text{m}$ Größe

ungefähr 60×60 km horizontale Ausdehnung



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

- Bedeutung und Definition von Wolken
- Größenverteilungen von Wolkenpartikeln
- Klassifikation von Wolken
- Thermodynamik (Feuchte Maße, Sättigung, atmos. Stabilität)

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eisphase II (11.07.)

IV. Niederschlag

- *warmer und kalter Niederschlag* (11.07.)

V. Messung von Wolkenparametern (18.07)

VI. Modellierung von Wolken (25.07.)

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Niederschlagsbildung

Wolkentropfen sind sehr klein (ca. 10 μm) und treten in großen Populationen (bis 1000 pro cm^3) auf, Populationen sind sehr stabil und zeigen wenig Wechselwirkungen; meist allgemeines Wachstum durch Diffusion

Niederschlag entsteht, wenn Populationen instabil werden, Niederschlagspartikel sind so groß, dass Sie beim Fallen nicht komplett verdunsten

- direkte Kollision und Koaleszenz von Tropfen

Warmer Regen

- Wechselwirkung von Wassertropfen und Eiskristallen
Eiskristalle wachsen auf Kosten der Wassertropfen

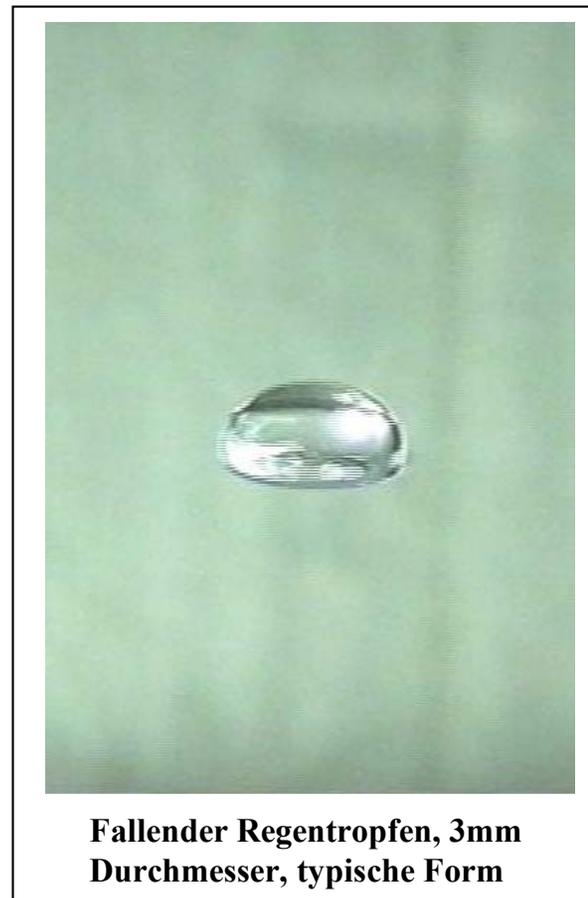
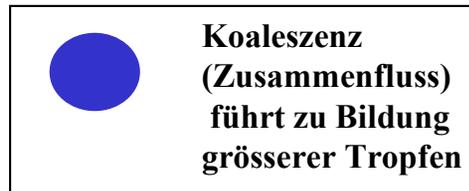
Kalter Regen

Wachstumsprozesse führen zur Niederschlagsbildung ausgehend von Kondensationskernen innerhalb von 20 min



Bildung von *warmem* Regen

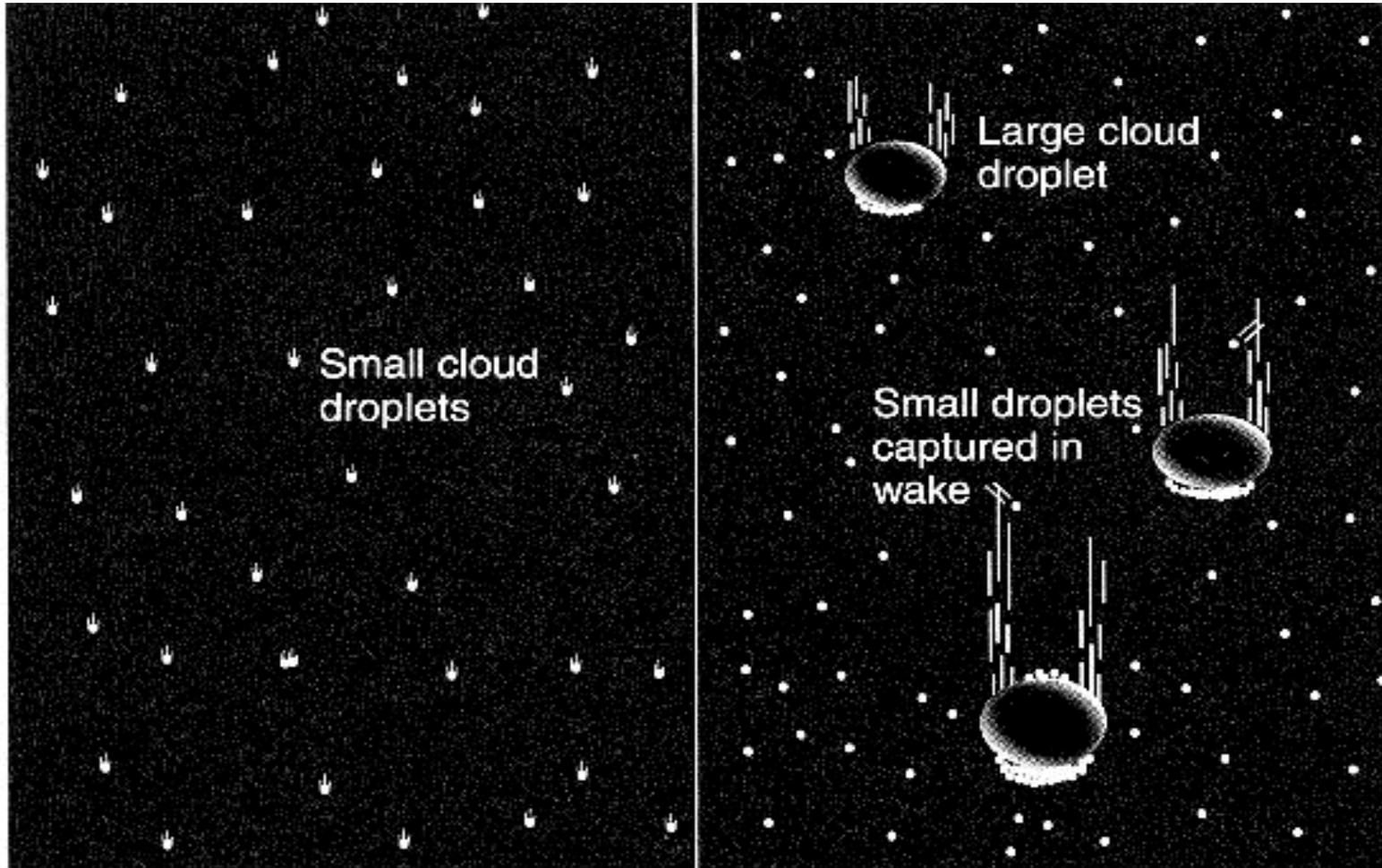
Zur Entstehung von Regen:



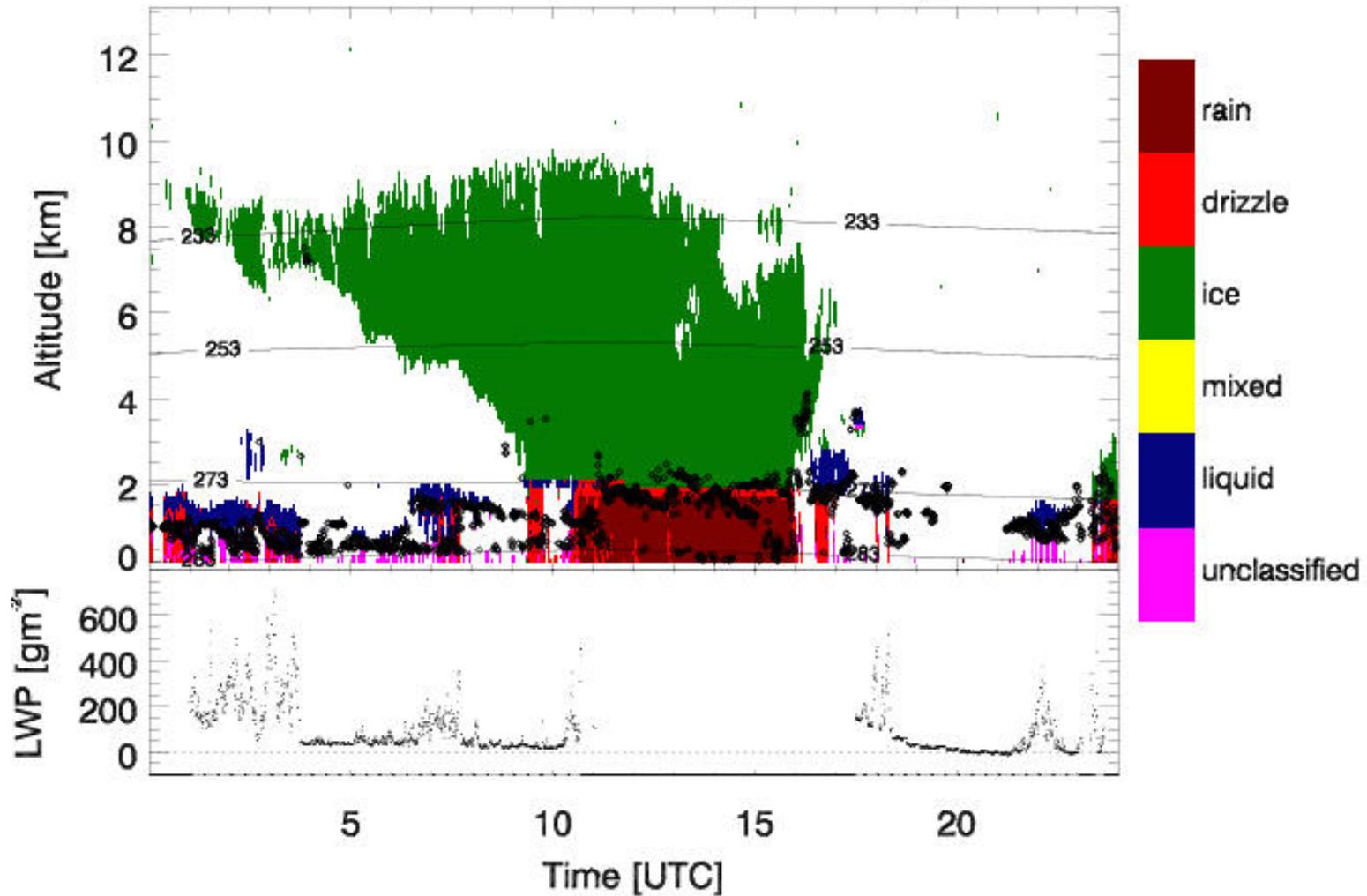
Sind nur Tropfen kleiner als $\sim 18 \mu\text{m}$ vorhanden, kommt es aufgrund der Aerodynamik fast nie zu Kollisionen

"Ausreißer" setzen Prozess in Gange

Koagulationswachstum



Entstehung von *kaltem* Regen



Entstehung von *kaltem* Regen

Sind zumindest Teile der Wasserwolke oberhalb des Gefrierniveaus (freezing level) kann es zur Niederschlagsbildung kommen

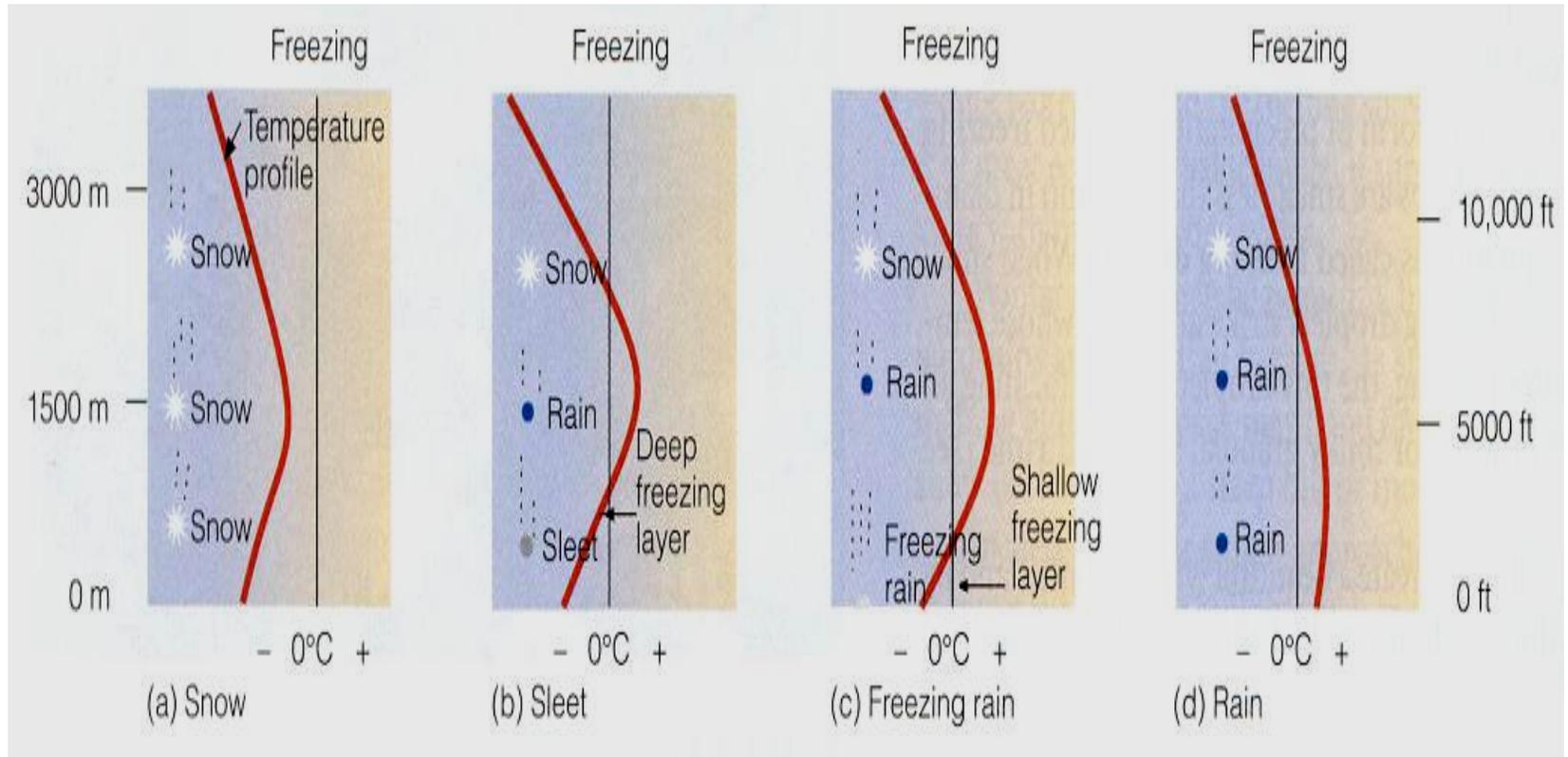
- Eis wächst auf Kosten des unterkühlten Wassers
- Eiskristalle fallen schneller als Wolkentropfen
- Wachstum durch "Riming"
(Einfangen von Wassertröpfchen durch Kollision)
- Wachstum durch Aggregation
(Eispartikel verbinden sich durch Verhaken oder Anfrieren)

Eispartikel, die in der Mitte oder im oberen Bereich der Wolke geformt werden, können

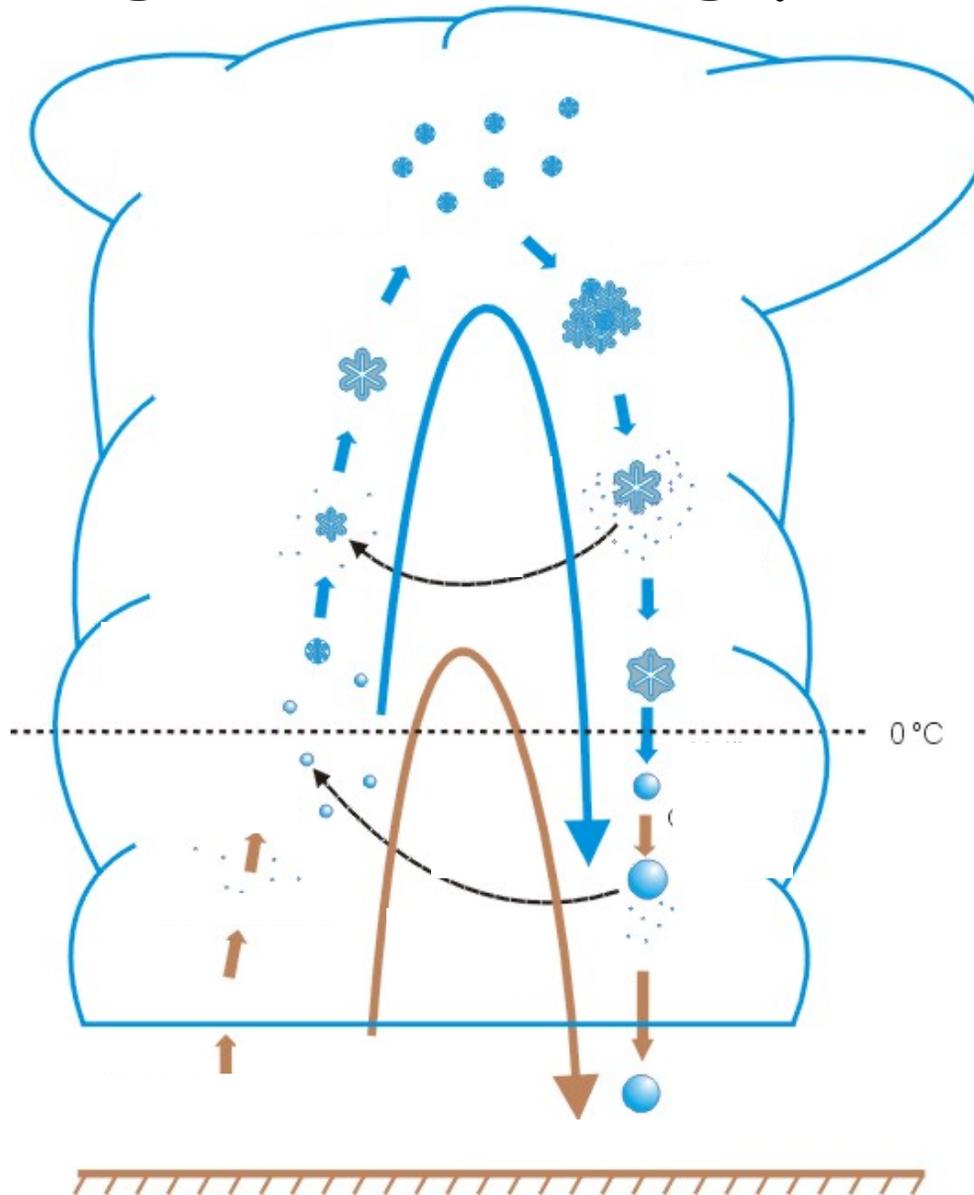
- als Eispartikel zu Boden fallen
- Schmelzen und den Boden als Regen erreichen
- Schmelzen und den Boden als Regen erreichen und dort wieder gefrieren
- Schmelzen, Wiedergefrieren und den Boden als Graupel erreichen



Niederschlagstypen



Übung - Niederschlagsprozesse



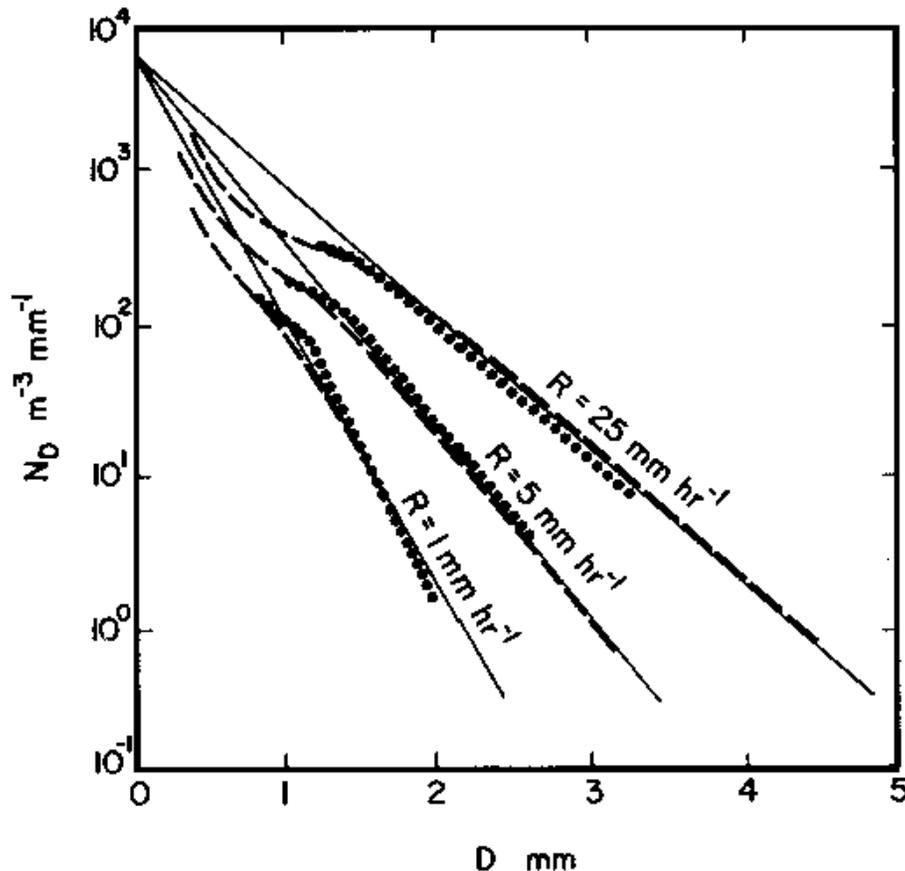
Entstehung von Hagel

- Hagel hat einen Durchmesser von mindestens 5 mm
- Hagelsteine haben einen deutlich erkennbaren Kern, um den dann das Wachstum zwiebelartig stattfindet (glasklare wechseln sich mit undurchsichtigen Schichten ab)
- Zur Entstehung von Hagel werden starke Aufwinde (bis 50 m/s) benötigt.
- Eispartikel zirkulieren mehrmals über die Dicke von Cumulonimben
- In den niedrigen, warmen Wolkenregionen wird Wasser gesammelt, das im oberen, kalten Teil friert (nasses und trockenes Wachstum wechseln sich ab)
- Jeder Zyklus fügt eine Eisschicht hinzu

Im Gegensatz dazu wird Graupel durch Bereifung gebildet, was viel Lufteinschlüsse bedingt und zu einer geringeren Materialdichte führt



Tropfengrößenverteilung von Regen



Beim ihrem Fall nach unten räumen Niederschlagspartikel Wolkentropfen aus dem Weg (Akkretion) und kollidieren auch untereinander

- Regentropfen
- Schneeflocken
- Hagel

Meist 2-Parameterverteilung; z.B. die empirische Parametrisierung als Funktion der Regenrate nach Marshall & Palmer 1948

$$N(D) = N_0 e^{-\Lambda D}$$

$$\Lambda = 41 R^{-0.21}$$

$$N_0 = 0.08 \text{ cm}^{-4}$$



Modifizierte Gamma Verteilung

$$N(D) = N_o D^\mu \exp(-\Lambda D)$$

N_o – Achsenabschnitt

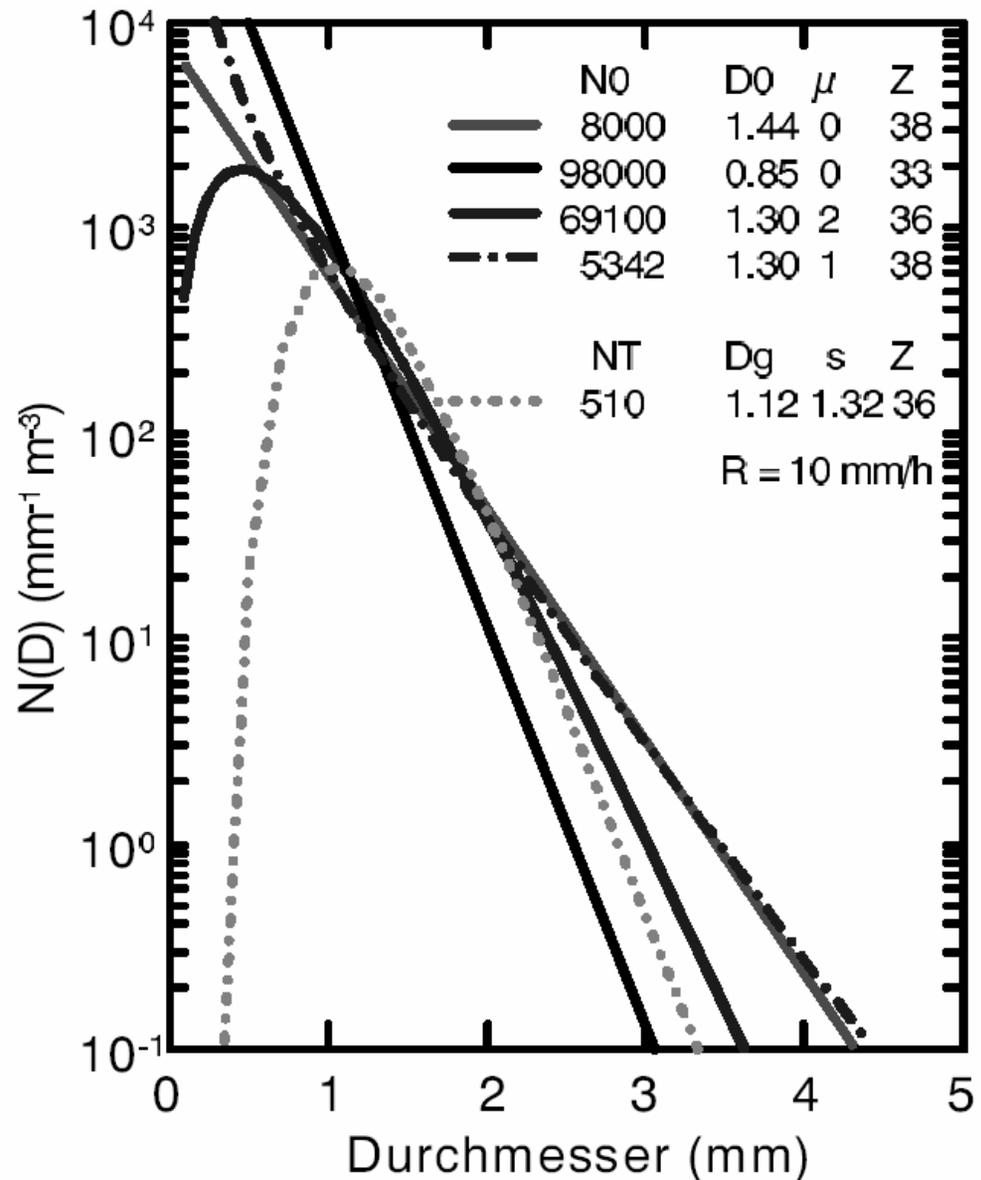
Λ – Steigung

μ – Dispersion

3-Parameter-Verteilung

Exponentialverteilung hat $\mu=0$

gemessene Verteilungen können stark von Parametrisierten abweichen



nach Martin Hagen

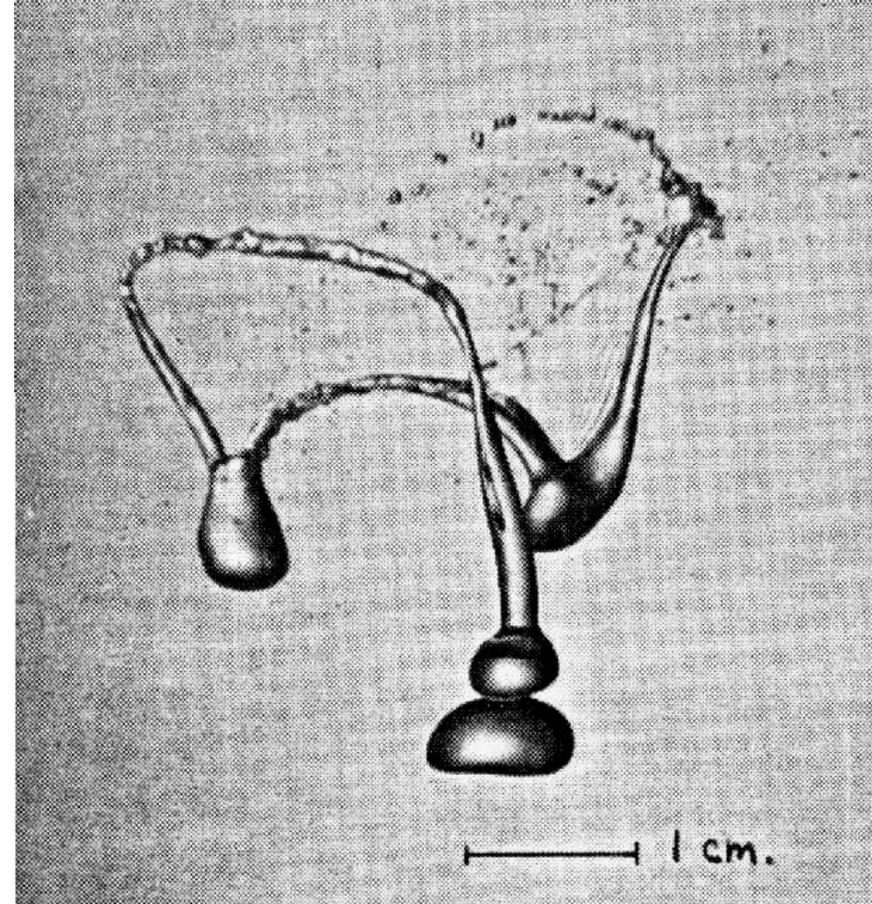


Auseinanderbrechen von Tropfen

exponentielle Verteilung wird zum Teil durch Aufbrechen der Tropfen erklärt

Tropfen zerplatzt aufgrund hydrodynamischer Instabilitäten

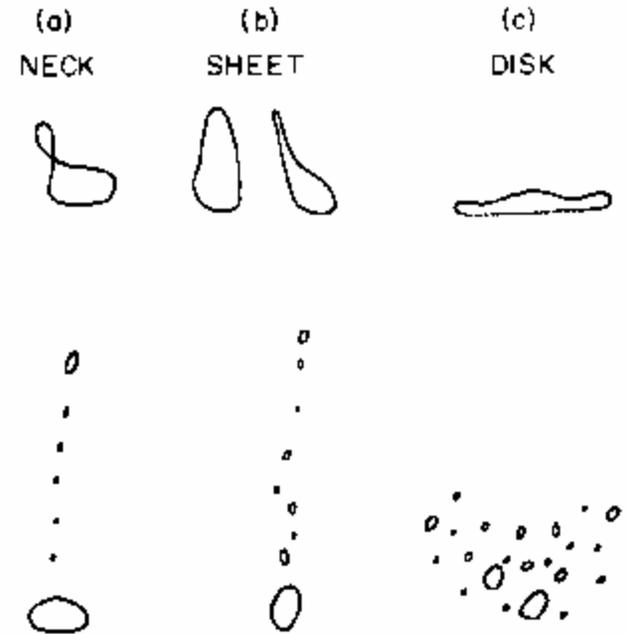
- aufgrund seiner Größe, wenn die Oberflächenspannung nicht mehr ausreicht, um die druckbedingte Abplattung der Tropfen zu halten
- nach Kollision mit anderen Partikeln
- anderen kleiner Störungen



Auseinanderbrechen von Tropfen

Wichtig ist an welcher Stelle sich die kollidierenden Tropfen treffen.

- a) streifender Kontakt zwischen 2 Tropfen mit verbindender Nacken (*neck*), der dann in kleinere zerfällt; Ursprungstropfen bleiben erhalten (allerdings kleiner)
- b) beim Zusammenstoß eines kleinen und eines großen Tropfens wird ein Teil des großen Tropfen weggerissen; Rotation um Auftreffpunkt, Abreißen und Auseinanderfallen in kleine Tropfen (*sheet*)
- c) kleiner Tropfen kollidiert zentral auf großen Tropfen, zeitweise Koaleszenz, Ausbreitung einer Scheibe, Zerplatzen in mittelgroße Tropfen (*disk*)



aus Rogers and Yau [1989]



Formulierung des Break-up: spontanes Zerplatzen

- Beschreibung der Wahrscheinlichkeit, dass bei *break-up* Tropfen in einem bestimmten Größenbereich entstehen
- Hall [1989]: ab einem bestimmten Grenzradius zerplatzen alle Tropfen spontan

Diejenigen Tropfen, die sich bei einer Kollision nicht miteinander verbinden (Koaleszenz) zerplatzen!

$$\left. \frac{\partial n(r, t)}{\partial t} \right|_{breakup} = \int_0^{\infty} Q(r^3, r'^3) P(r'^3) n(r'^3, t) dr'^3 - n(r^3, t) P(r^3)$$

- r'** Radius des zerplatzen Tropfens
P(r³) Wahrscheinlichkeit des spontanen Zerplatzens $P(r > 6 \text{ mm}) = 1$
Q(r³) Verteilungsfunktion, die angibt wie viel Wasser eines zerplatzenden Tropfens mit r' auf einen Tropfen mit r entfällt



Zusammenfassung 11. Doppelstunde

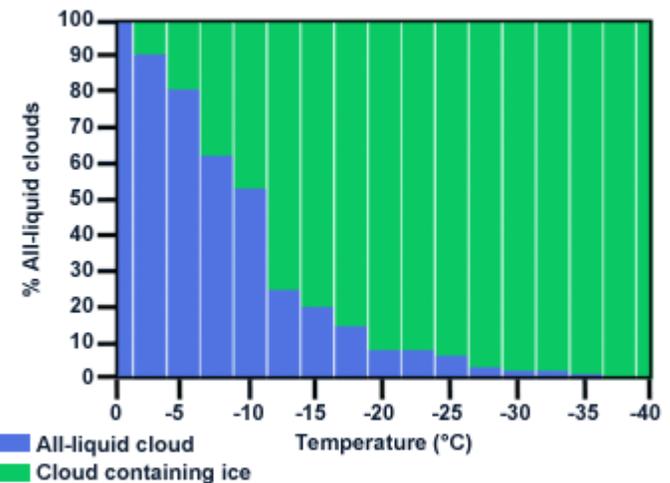
- Welche Bedeutung hat **sub-visual cirrus** und wie kann man ihn gut identifizieren?
- Welche Relevanz hat die **Phase von Wolken unterhalb von 0°C**?
- Wovon hängt die **Marshall-Palmer Verteilung** für Regentropfen ab?
- Was unterscheidet die **Gamma-** von der **Marshall-Palmer Verteilung**? $N(D) = N_0 D^\mu \exp(-\Lambda D)$
- Was ist der Unterschied zwischen **warmem und kaltem Regen**?
- Welche **mikrophysikalischen Prozesse** sind bei kaltem Regen relevant?
- Wie entsteht **Hagel**?
- Wann und wieso findet **break-up** statt?

$$N(D) = N_0 e^{-\Lambda D}$$

$$\Lambda = 41 R^{-0.21}$$

$$N_0 = 0.08 \text{ cm}^{-4}$$

All-liquid Clouds vs. Clouds Containing Ice



The COMET® Program



Formulierung des Break-up: spontanes Zerplatzen

- Beschreibung der Wahrscheinlichkeit, dass bei *break-up* Tropfen in einem bestimmten Größenbereich entstehen
- Hall [1989]: ab einem bestimmten Grenzradius zerplatzen alle Tropfen spontan

Diejenigen Tropfen, die sich bei einer Kollision nicht miteinander verbinden (Koaleszenz) zerplatzen!

$$\left. \frac{\partial n(r, t)}{\partial t} \right|_{breakup} = \int_0^{\infty} Q(r^3, r'^3) P(r'^3) n(r'^3, t) dr'^3 - n(r^3, t) P(r^3)$$

- r'** Radius des zerplatzten Tropfens
P(r³) Wahrscheinlichkeit des spontanen Zerplatzens $P(r > 6 \text{ mm}) = 1$
Q(r³) Verteilungsfunktion, die angibt wie viel Wasser eines zerplatzenden Tropfens mit r' auf einen Tropfen mit r entfällt



Entwicklung der DSD

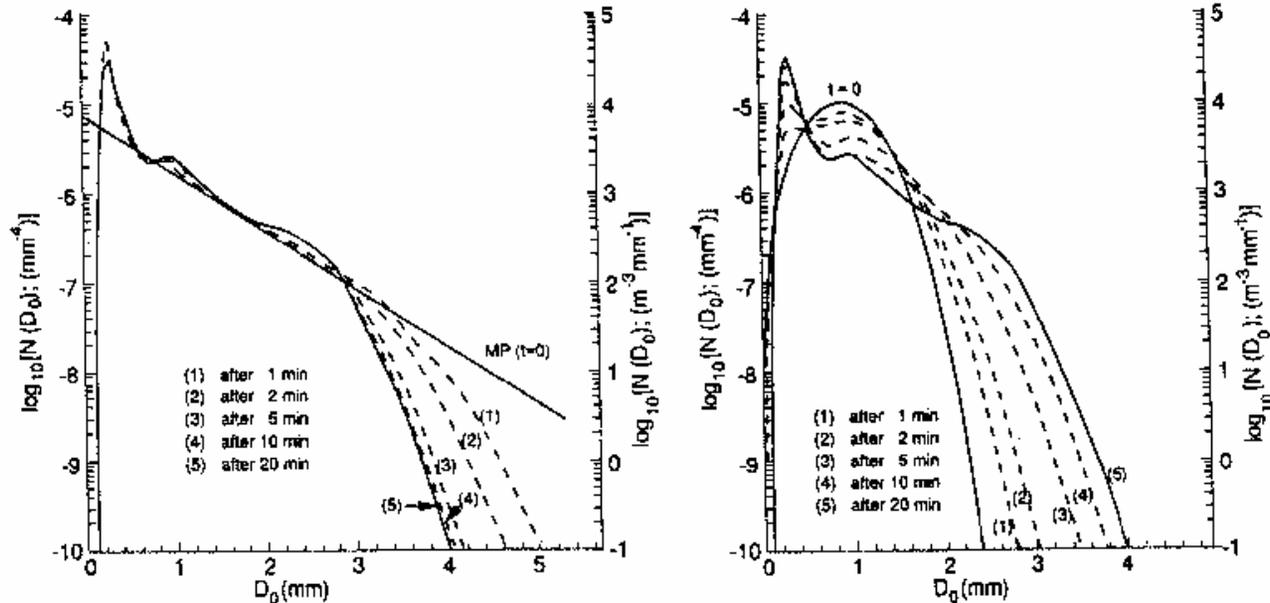


Abbildung 5.8: Zeitliche Veränderung zweier unterschiedlicher Initialverteilungen (links; Marshall-Palmer Verteilung, rechts: Gamma-Verteilung) durch stochastische Koaleszenz und kollisionsinduziertes Zerplatzen. Aus Pruppacher und Klett (1997).

$$\frac{\partial}{\partial t} n(r, t) dr = \sigma_{koag}(r, t) + \sigma_{break-up}(r, t)$$

nach gewisser Zeit stellt sich eine Gleichgewichtsverteilung ein



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eisphase II

IV. Niederschlag

- *warmer* und *kalter* Niederschlag

V. Messung von Wolken & Niederschlag (18.07)

- Niederschlag: Radarmeteorologie
- Wolken: Integrierte Fernerkundung

I. Modellierung von Wolken (25.07.)

- spektrale Modelle
- Wolkenparameterisierungen in NWP und Klimamodellen



Niederschlagsmessung - Pluviometer

Klassischer Regensammler, z.B. Regenmesser nach Hellmann mit

- Auffangtrichter (200 cm²) in 1m Höhe
- eingebautem Messgefäß mit Schwimmer und selbsttätiger Abhebevorrichtung
- Registriervorrichtung mit Trommeluhrwerk

Niederschlagsmessung beim DWD

- ca. 4500 Niederschlagsstationen
- Üblicherweise einmal tägliche Erfassung (Laien)
- längste Zeitreihe seit 1876, im Mittel seit 1937, „flächendeckend“ jedoch erst seit 1969



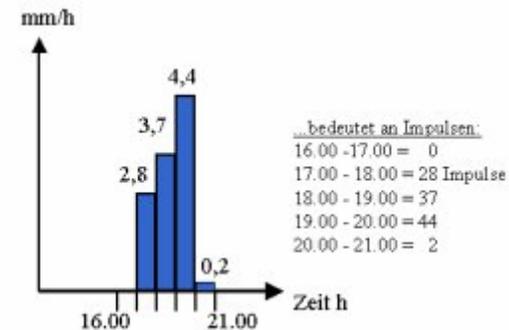
<http://www.th-friedrichs.com/>



Niederschlagsmessung - Pluviograph

Aufzeichnung des Niederschlagsverlaufs, z.B. Niederschlagswaage

- auch für feste Niederschläge,
- hochauflösendes elektronisches Wägesystem (früher: mechanisch)
- Auflösung bis zu 0.01 mm, das Gewicht des im Auffangbehälter befindlichen Niederschlages, Hagel, Schnee wird von einer elektronischen Wägezelle erfasst



Probleme der klassischen Niederschlagsmessungen:

- kein internationaler Standard
- Messfehler (Windfehler, Haftwasser, Verdunstungsfehler, Haftwasser)
- räumliche Auflösung (Gebietsniederschlag, Starkniederschlag)

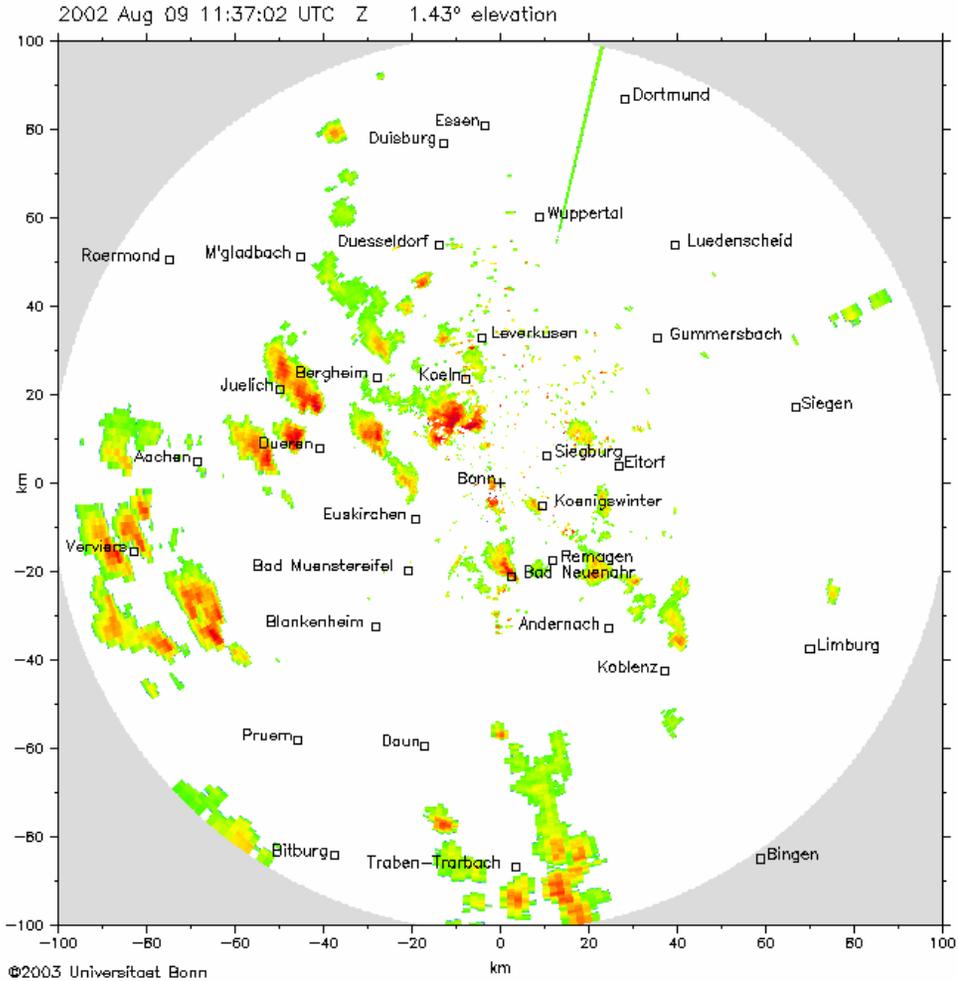
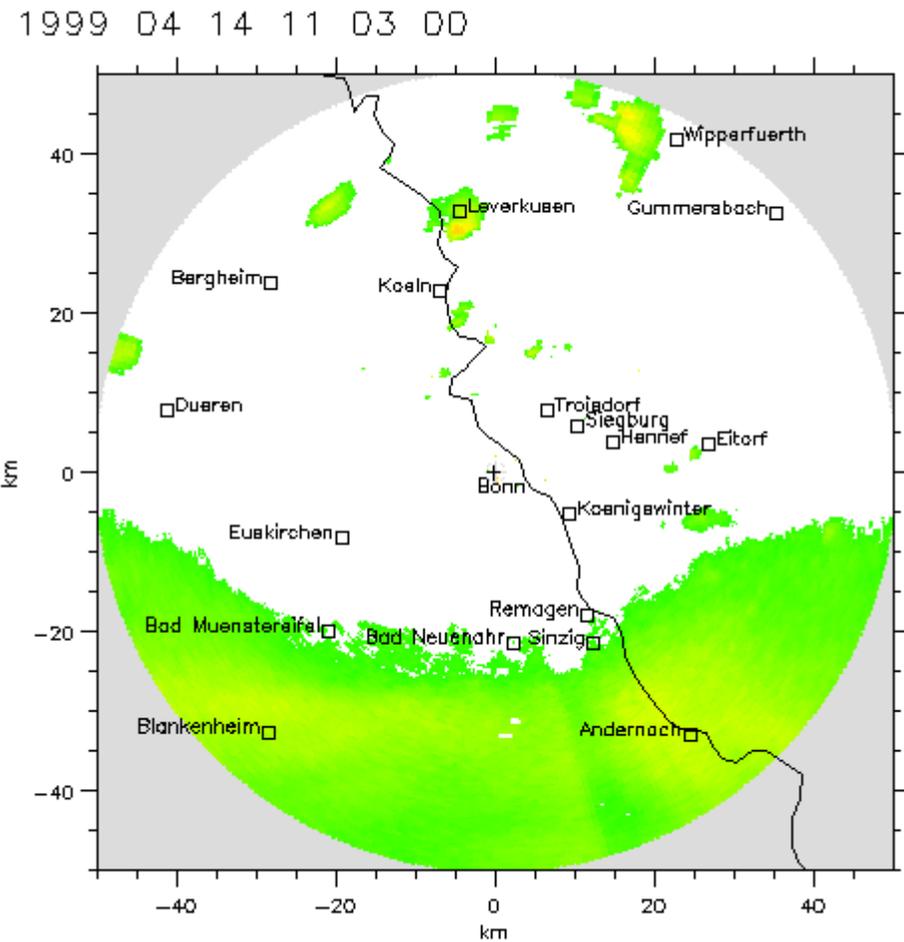
<http://www.th-friedrichs.com/>



Niederschlagsprozess

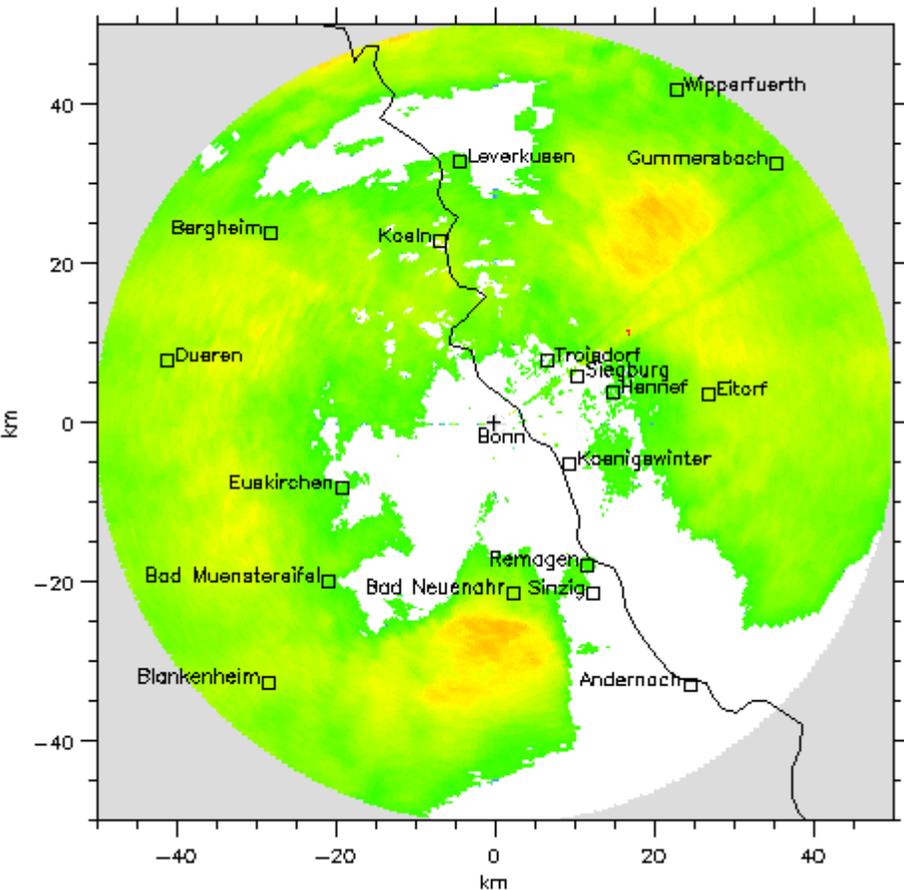
stratiform

konvektiv

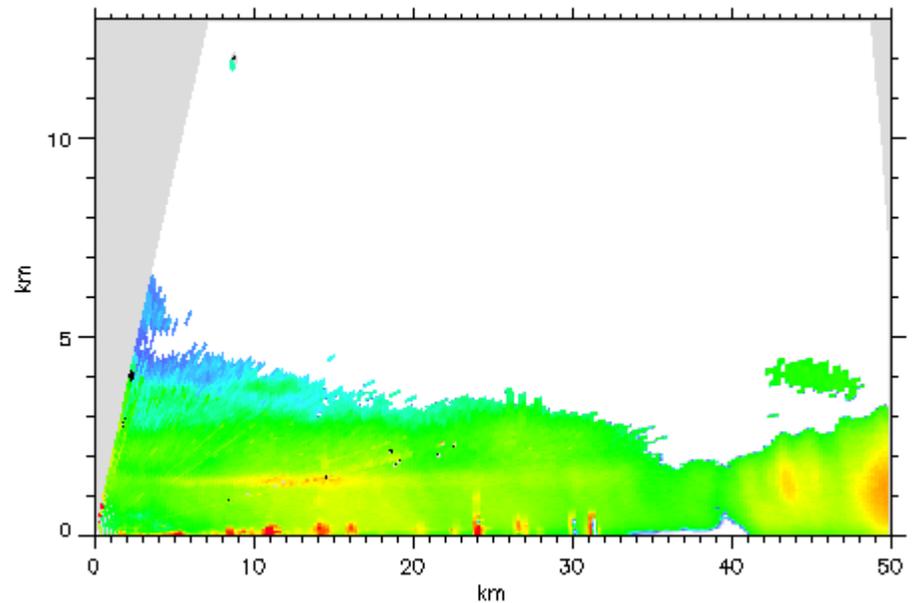


Frontaler Niederschlag

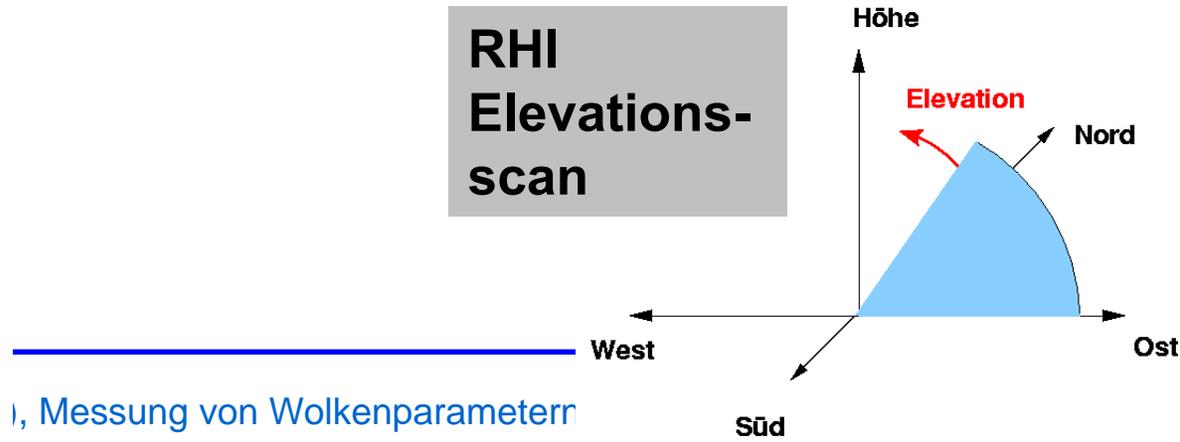
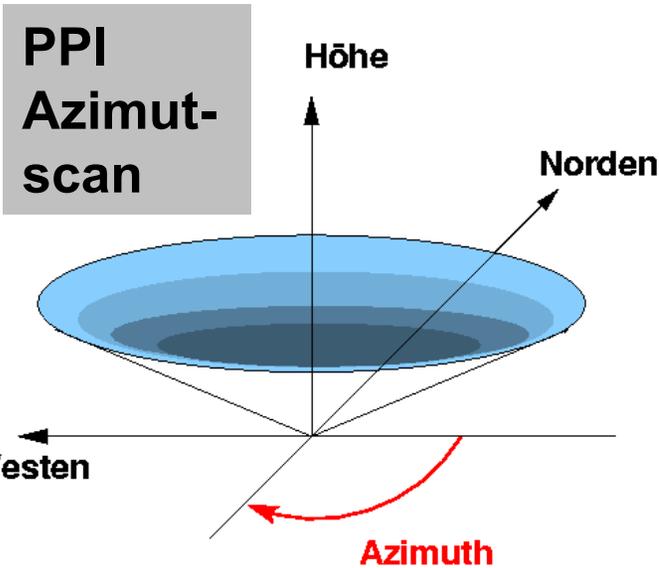
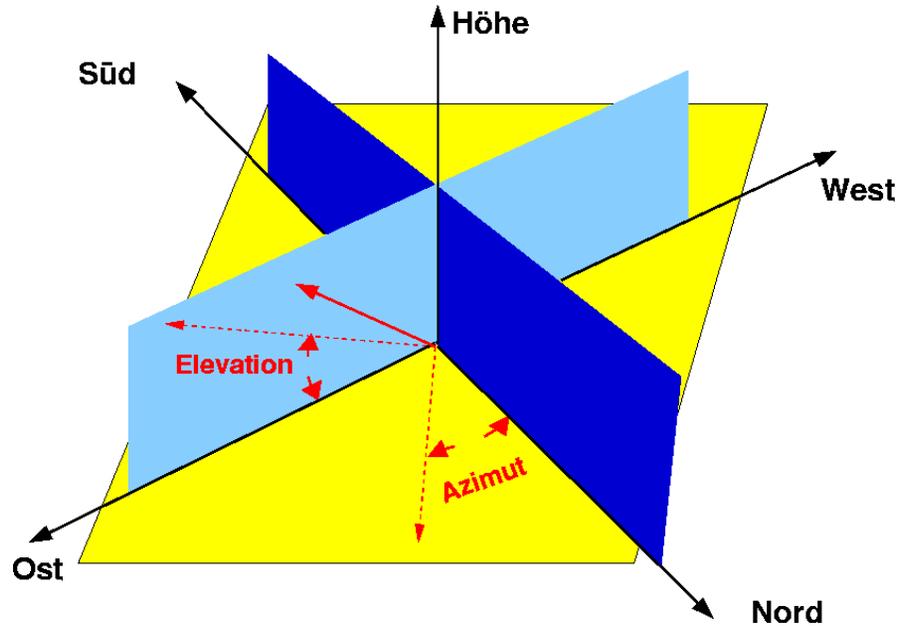
2000 03 03 10 41 12



2000 03 03 10 43 03

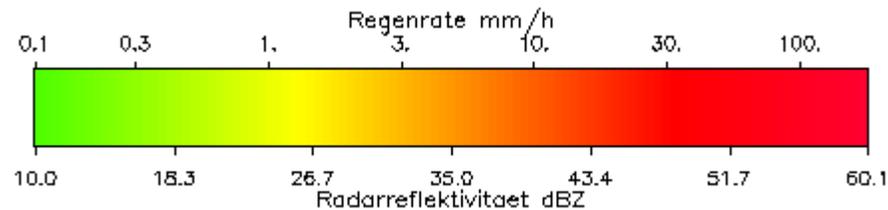
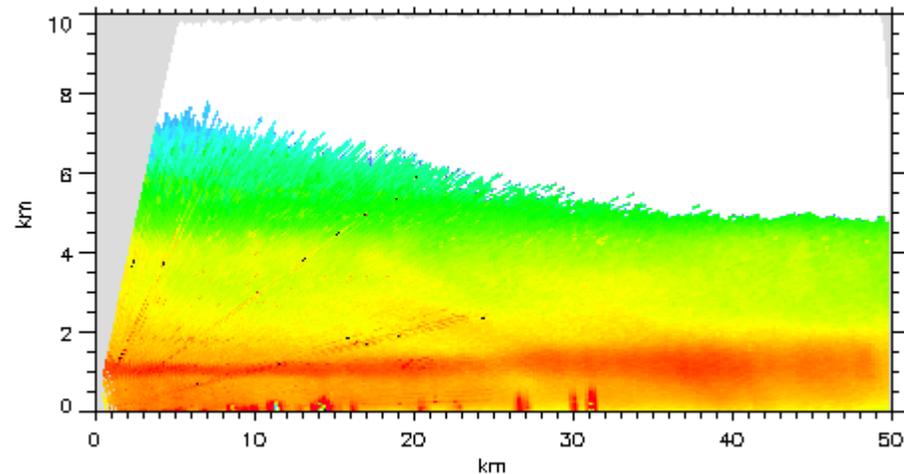
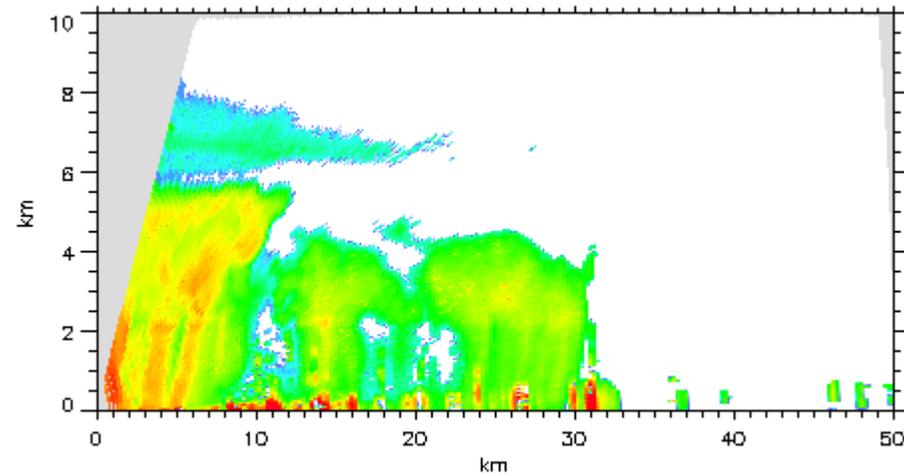


Messgeometrie Radar

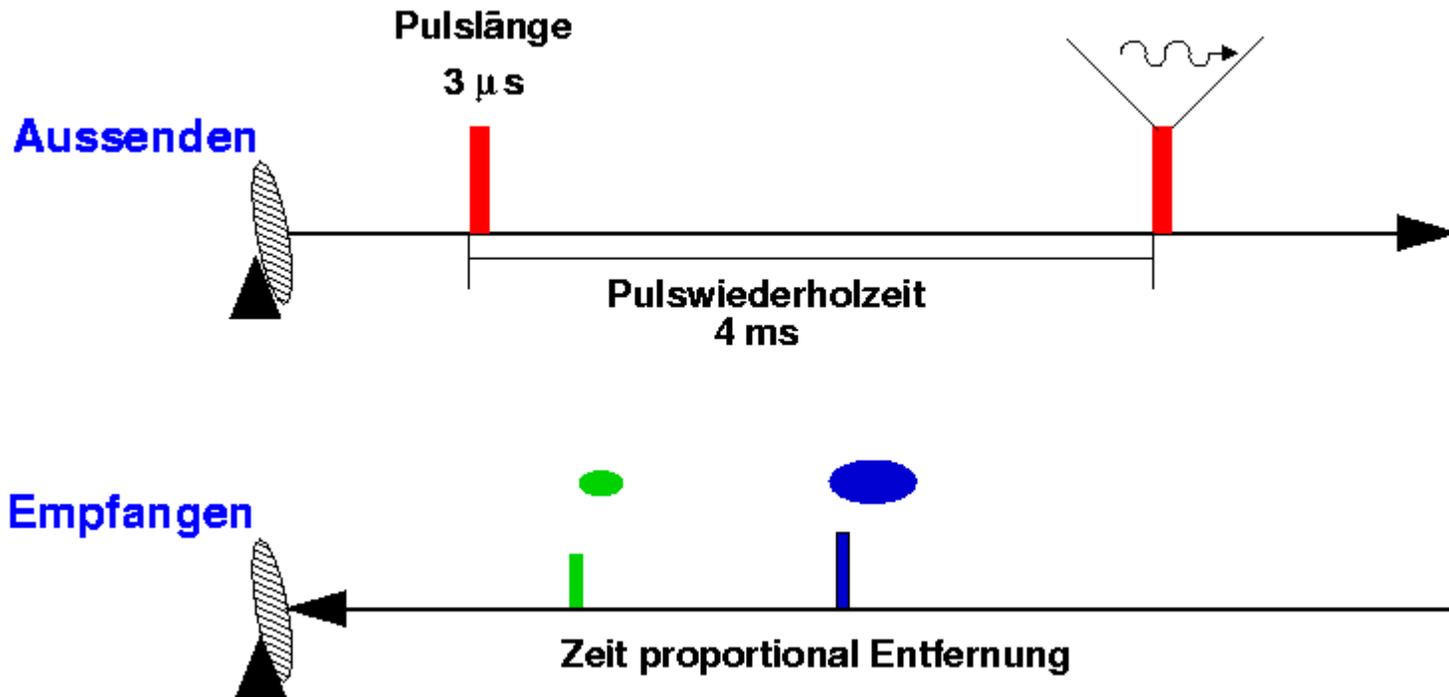


Messbeispiel RHI: Bonner Radar

1998 10 27 06 13 58



Messprinzip: gepulstes Radar



Entfernungsauflösung:

$$\Delta x = 0.5 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \text{ s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 450 \text{ m}$$



Aufbau eines Radarsystems

Transmit/Receive Schalter
schützt den Empfänger vor hohen Leistungen, schnelles, zuverlässiges Schalten!

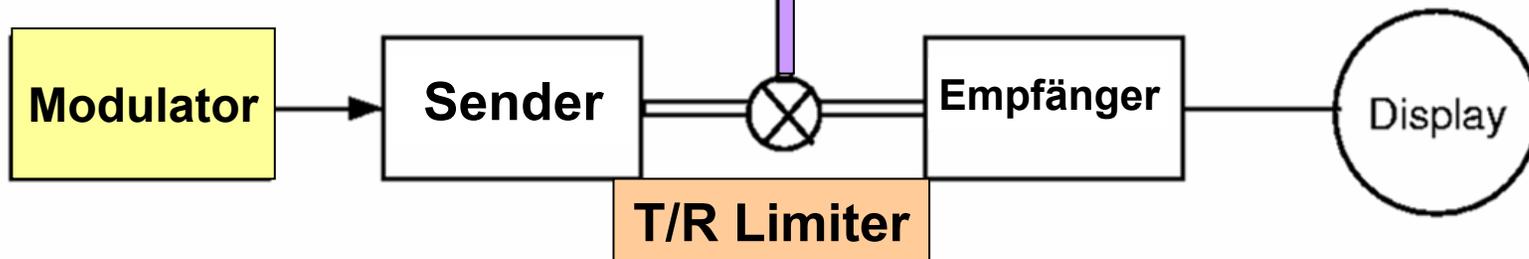
legt Sende- bzw. Empfangscharakteristik fest

steuert Zeitpunkt des Aussendens

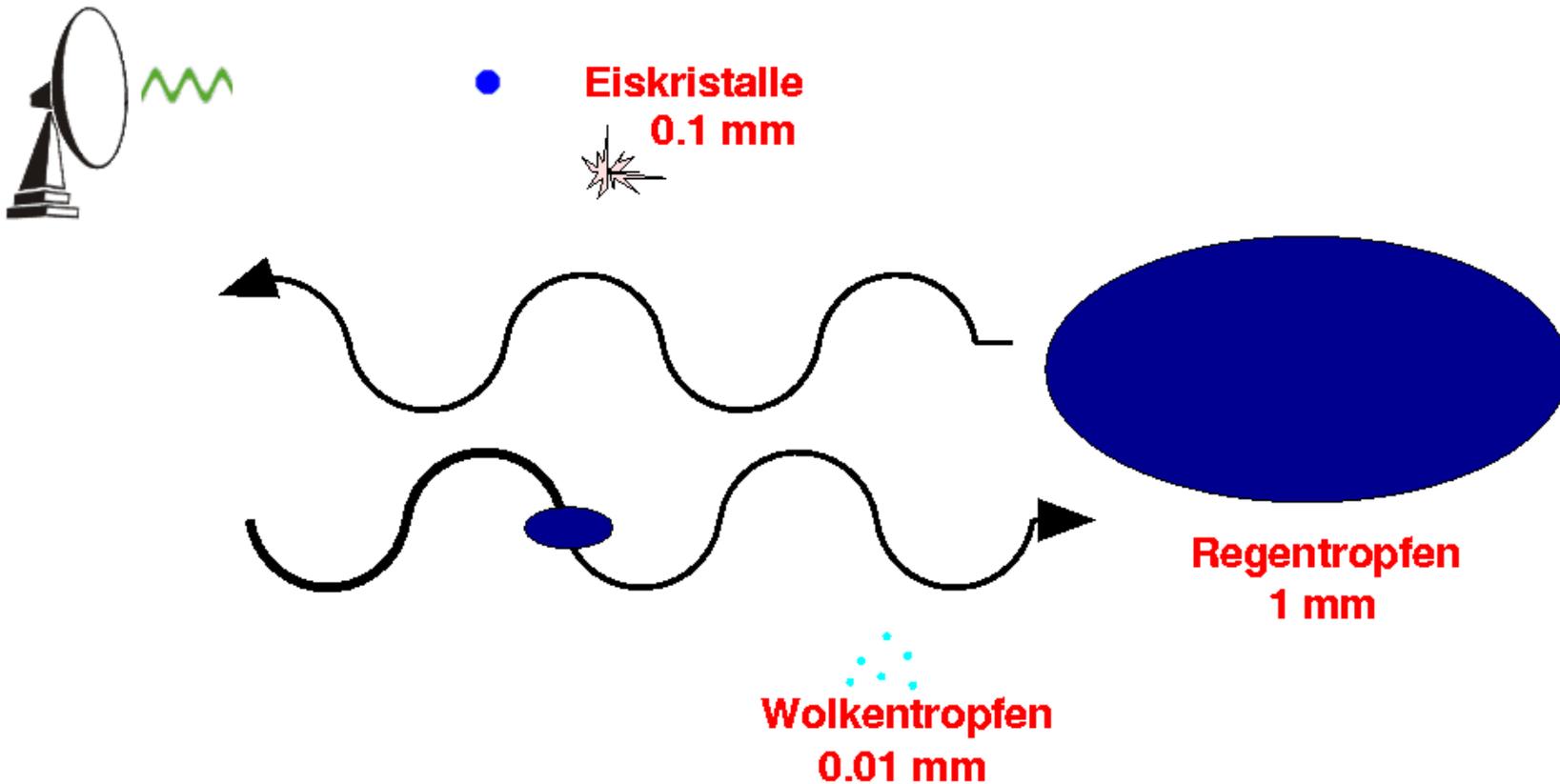
- Pulslänge τ (0.1-10 μ s)
- Pulswiederholungsfrequenz **PRF** (100-3000 Hz)

Hohlleiter

- rechteckiges Rohr zur verlustarmen Wellenleitung
- Dämpfung muss gemessen werden



Messprinzip: Rückstreuung



Verhältnis von Wellenlänge λ zu Teilchengrösse r bestimmt “Rückstreuung”
Rayleigh-Regime $\lambda \gg r$



Radarreflektivität η

Bezug zwischen Radarmessung und Rückstreuungseigenschaften

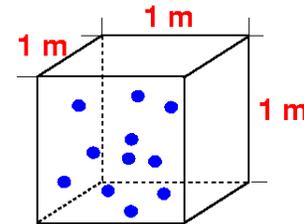
Rückstreuquerschnitt eines Partikels mit dem Durchmesser D nach der **Rayleigh-Theorie**

$$\sigma(D) = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right|^2 D^6 \quad D < \frac{\lambda}{16}$$

ε - Dielektrizitätskonstante

Summation über alle Teilchen im Einheitsvolumen ($V_e = 1 \text{ m}^3$)

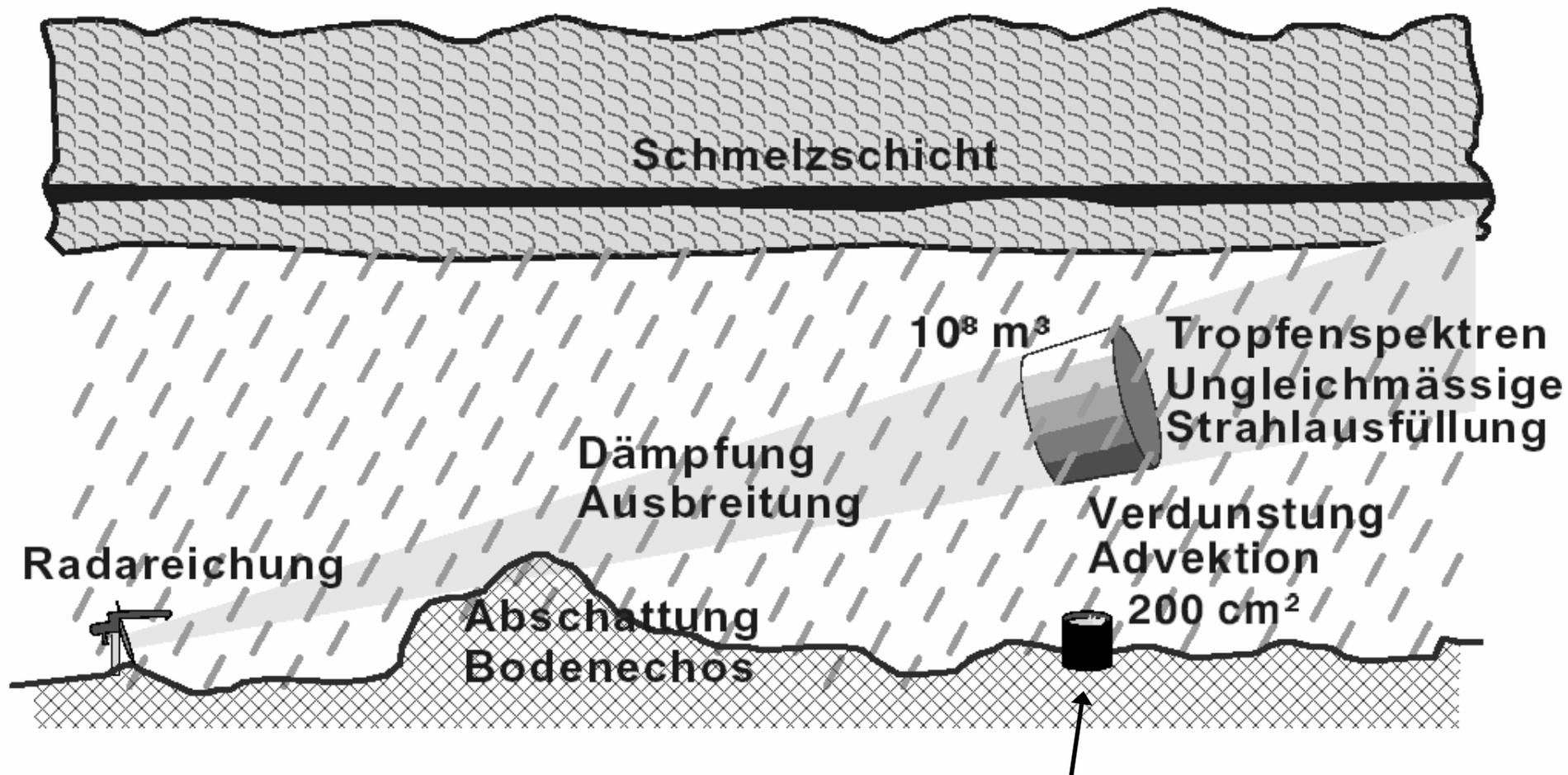
$$\eta \equiv \frac{\sum_{V_e} \sigma(D)}{V_e} \quad [m^2 / m^3] \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right|^2 \underbrace{\frac{\sum D^6}{V_e}}$$



Radarreflektivitätsfaktor: $Z = \int_0^{\infty} N(D) D^6 dD \quad [mm^6/m^3]$



Probleme der Niederschlagsmessung mit Radar



Repäsentivität von Bodenmessern für Flächenniederschlag ist gering



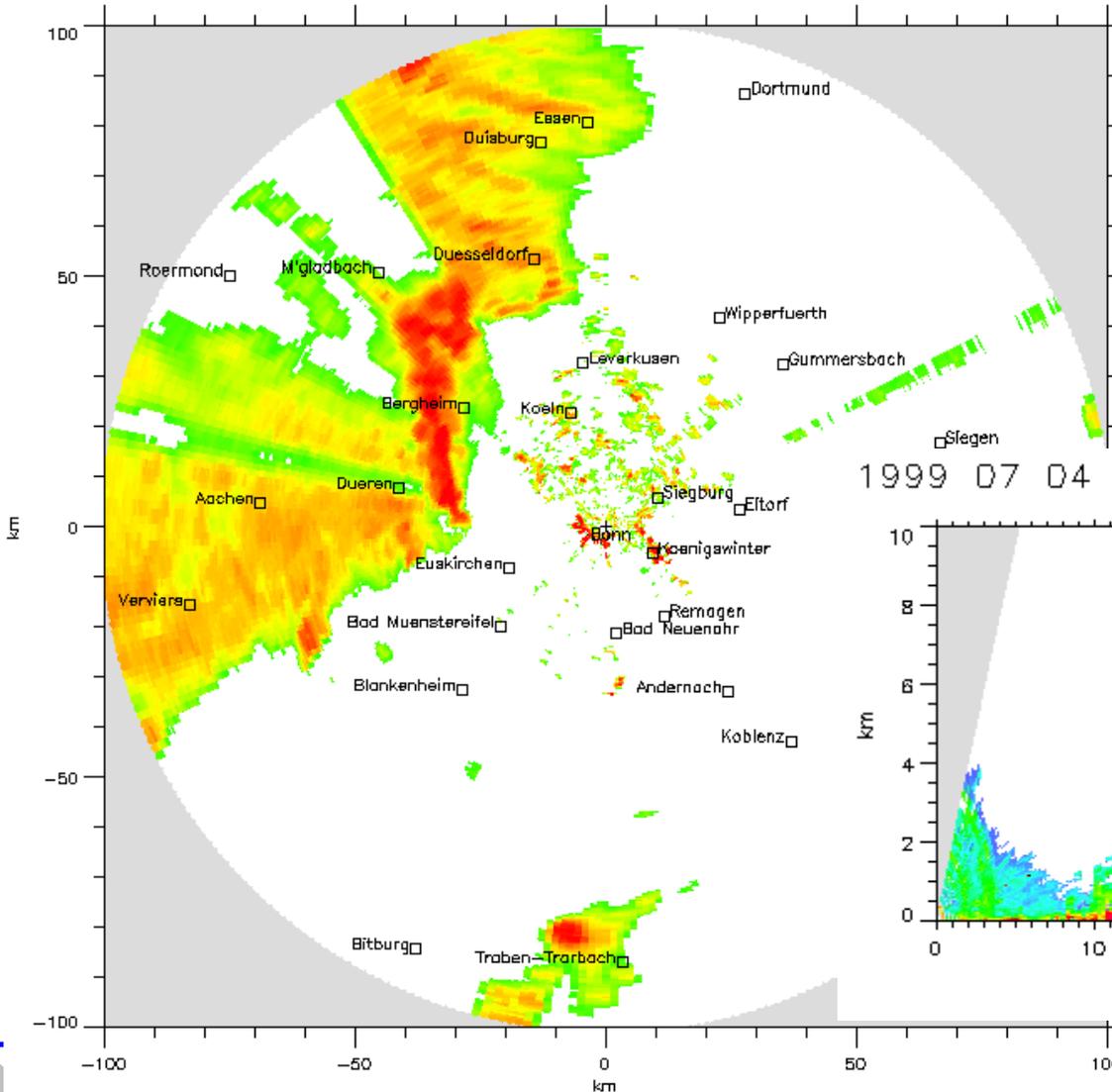
Probleme der Niederschlagsmessung mit Radar

- **Fehler in der Messung des Radarreflektivitätsfaktors Z**
 - Radareichung
 - Dämpfungseffekte insbesondere hinter Gewitterzellen
 - Festziele (clear-air scatter), bzw. ungenügende Korrektur
 - Abschattung durch Orographie
 - Annahme von Rayleigh-Rückstreuung (Hagel!)
 - Inhomogenitäten im Rückstrevolumen
- **Fehler in der Konversion von Z in Regenrate R**
 - Annahme der Tropfengrößenverteilung und Fallgeschwindigkeit (Marshall-Palmer Verteilung nur Idealfall)
- **Übertragung von Messung in der Höhe zum Boden**
 - Anomale Ausbreitung
 - Radarstrahl ist oberhalb des Niederschlagsgebietes
 - Messungen in der Schmelzzone (Brightband)
 - Verdunstung unterhalb des Radarstrahls
 - Unterschätzung des Niederschlags, wenn niedriger Nebel oder Stratus den Niederschlag verstärkt



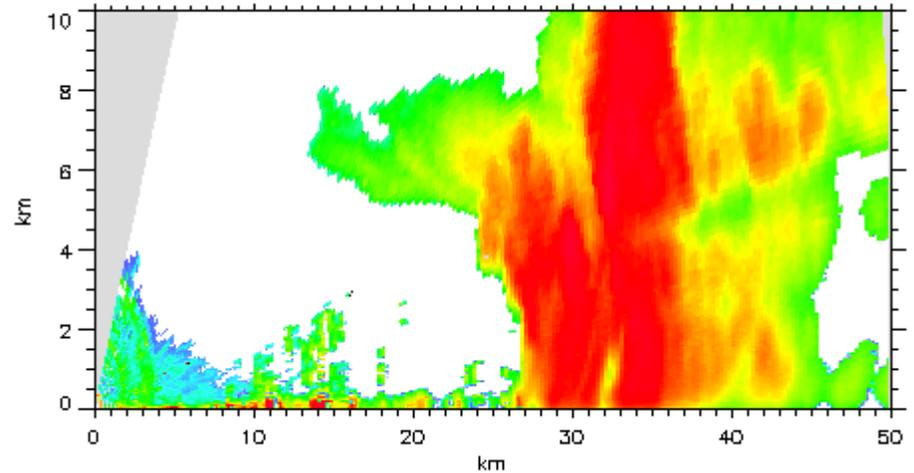
Dämpfung

1999 07 04 23 11 57

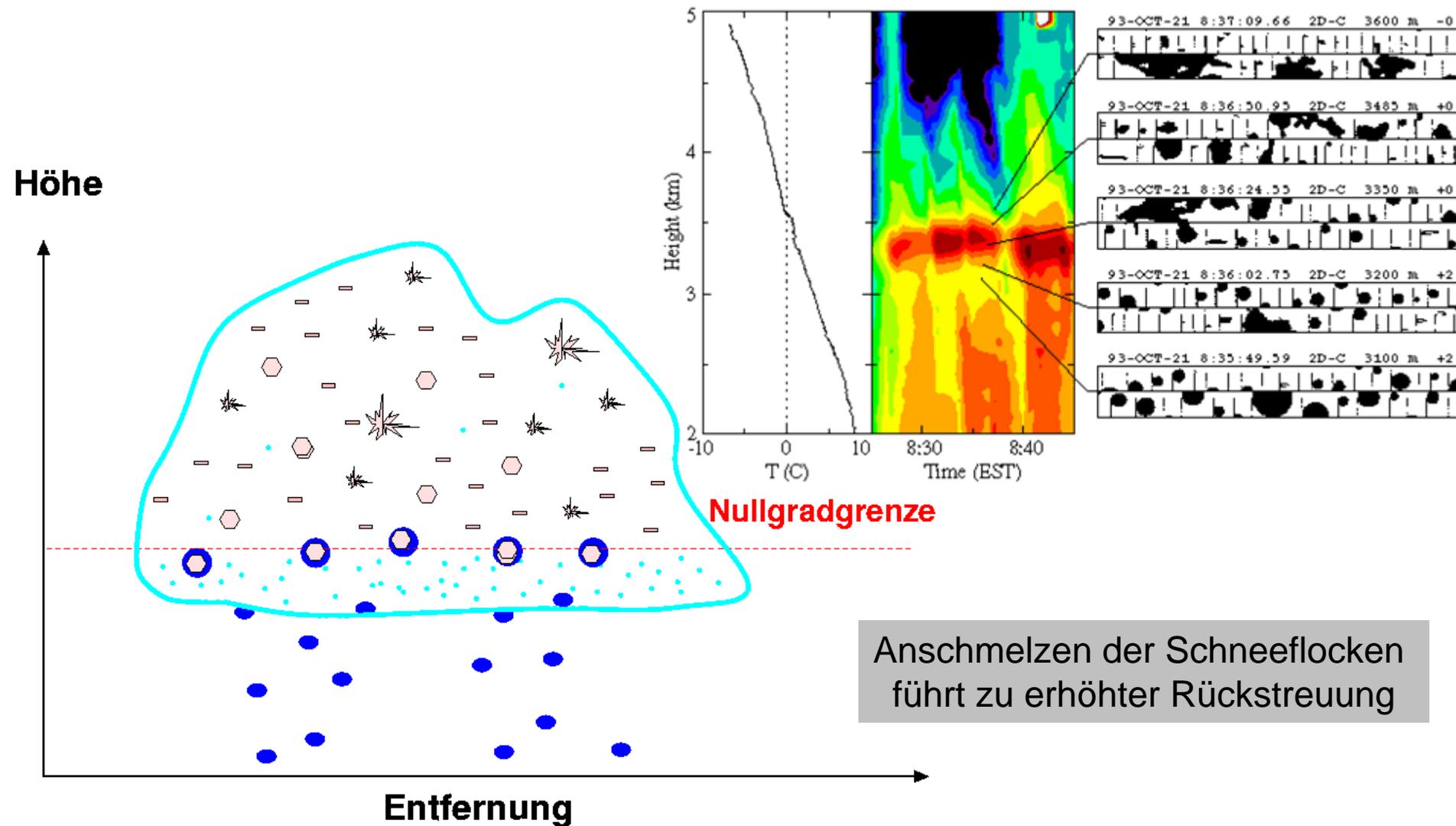


$$P_r = \frac{C}{r^2} \eta \cdot \exp\left(-2 \int_0^r \sigma_e(r') dr'\right)$$

1999 07 04 23 32 58



Das helle Band (Bright Band)



In-Situ Wolkenmessungen

PMS Sensoren messen
Tröpfchengrößenverteilung

- **FSSP**: Laserstrahl registriert jedes einzelne Teilchen, Vorwärtsstreuung als Größenmaß ($0.5 - 50 \mu\text{m } \varnothing$)
- **OAP**: Schatten des Laserlichtes über 32 Detektordioden zählt Teilchen und bestimmt deren Größe ($25 - 800 \mu\text{m}$, $200 - 6400 \mu\text{m}$; je nach Ausführung)



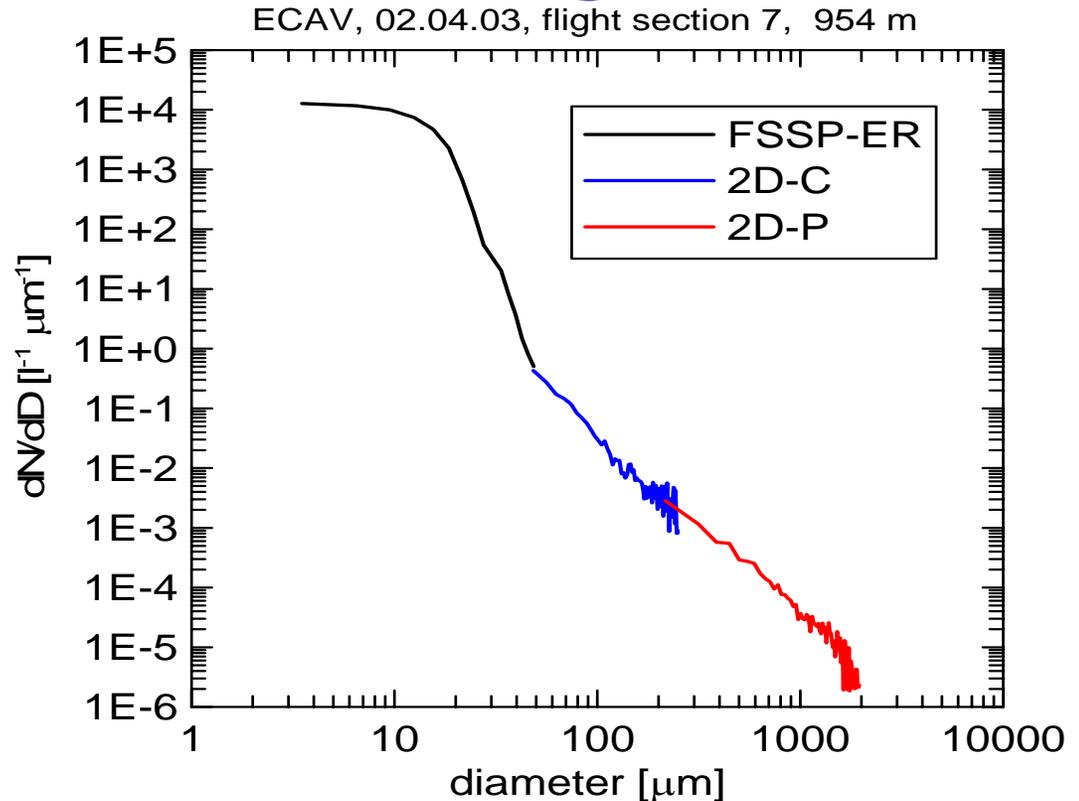
Nevezorov Sensor misst Flüssig-/Eiswasserdichte: zwei „heiße Drähte“ fangen Tropfen/Eiskristalle ein und ermitteln über die Energie, die zur Verdunstung notwendig ist die Massendichte



In-Situ Wolkenmessungen

PMS Sensoren messen
Tröpfchengrößenverteilung

- **FSSP**: Laserstrahl registriert jedes einzelne Teilchen, Vorwärtsstreuung als Größenmaß (0.5 – 50 μm \emptyset)
- **OAP**: Schatten des Laserlichtes über 32 Detektordioden zählt Teilchen und bestimmt deren Größe (25 – 800 μm , 200 – 6400 μm ; je nach Ausführung)



Nezvorov Sensor misst Flüssig-/Eiswasserdichte:
zwei „heiße Drähte“ fangen Tropfen/Eiskristalle ein
und ermitteln über die Energie, die zur
Verdunstung notwendig ist die Massendichte



In-Situ Wolkenmessungen

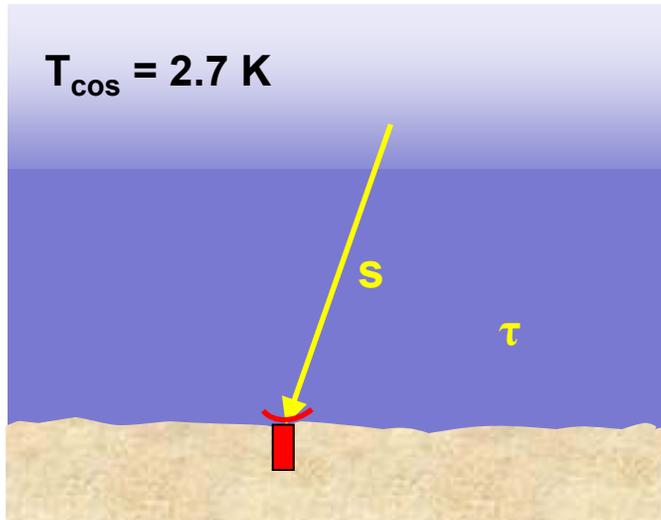


Nachteile:

- extrem teuer (nicht für Routinemessungen geeignet)
- keine Vertikalprofile
- Genauigkeiten



Bodengebundener Mikrowellenempfänger



Emission von

- atmosphärischen Gasen
- Hydrometeoren

$$\tau = \int_0^{\infty} \alpha(s) ds$$

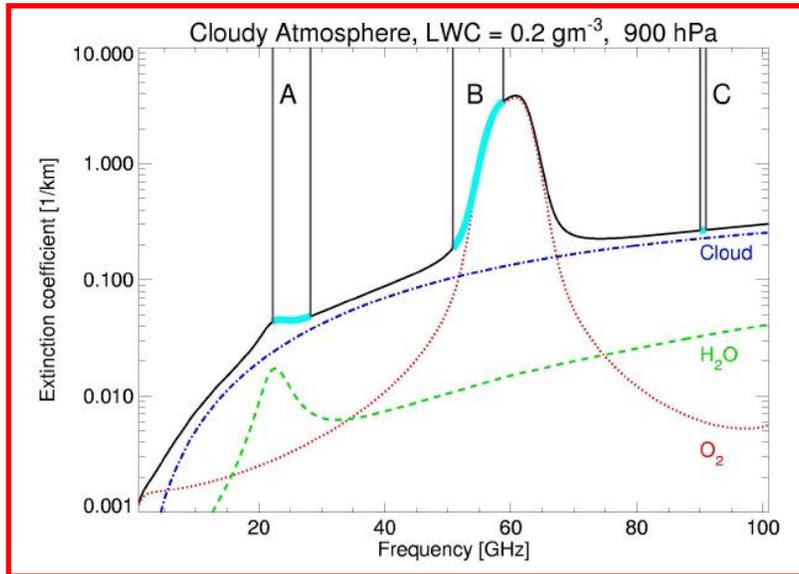
- τ optische Dicke
 α Absorptionskoeffizient [km^{-1}]
 $B(T)$ Schwarzkörperstrahlung [$\text{W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$]
 I Strahldichte bei Frequenz ν

$$I_{\nu} = B_{\nu}(T_{\text{cos}}) \exp(-\tau) + \int_0^{\infty} B_{\nu}(T(s)) \alpha(s) \exp\left(-\int_0^s \alpha(s') ds'\right) ds,$$

Strahlungstransportoperator (STO)

Konvertierung in Helligkeitstemperatur **TB** mittels Planck-Funktion

Fernerkundung mit Mikrowellen



TBs sind eindeutig bestimmt durch T, q, p und LWC

$$\text{TB} = \text{STO}(\text{T}, \text{q}, \text{LWC})$$

aber: komplexes, unterbestimmtes
Inversionsproblem

Vereinfachung des STO:

Linearisierung und **Diskretisierung**

$$\text{TB} = \text{TB}_0 + \mathbf{K}_J \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$$

mit $\mathbf{x} = (\text{T}, \text{q}, \text{LWC})$

- trotzdem ein vieldeutiges Problem
- \mathbf{K}_J ist schlecht konditioniert



**weitere
Zwangsbedingungen nötig**

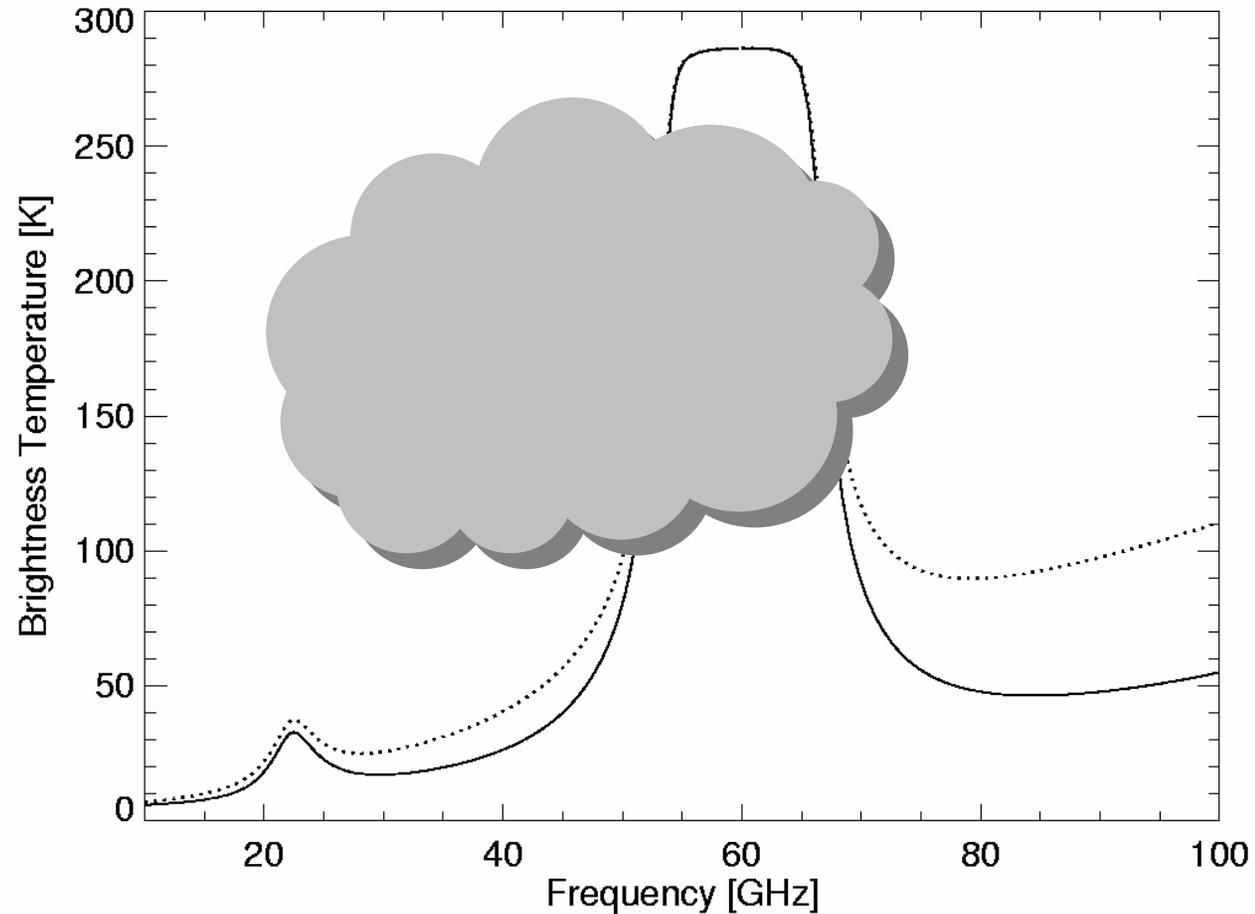
Bestimmung des Flüssigwasserpfads (LWP)

Temperaturprofile
Wasserdampfprofile

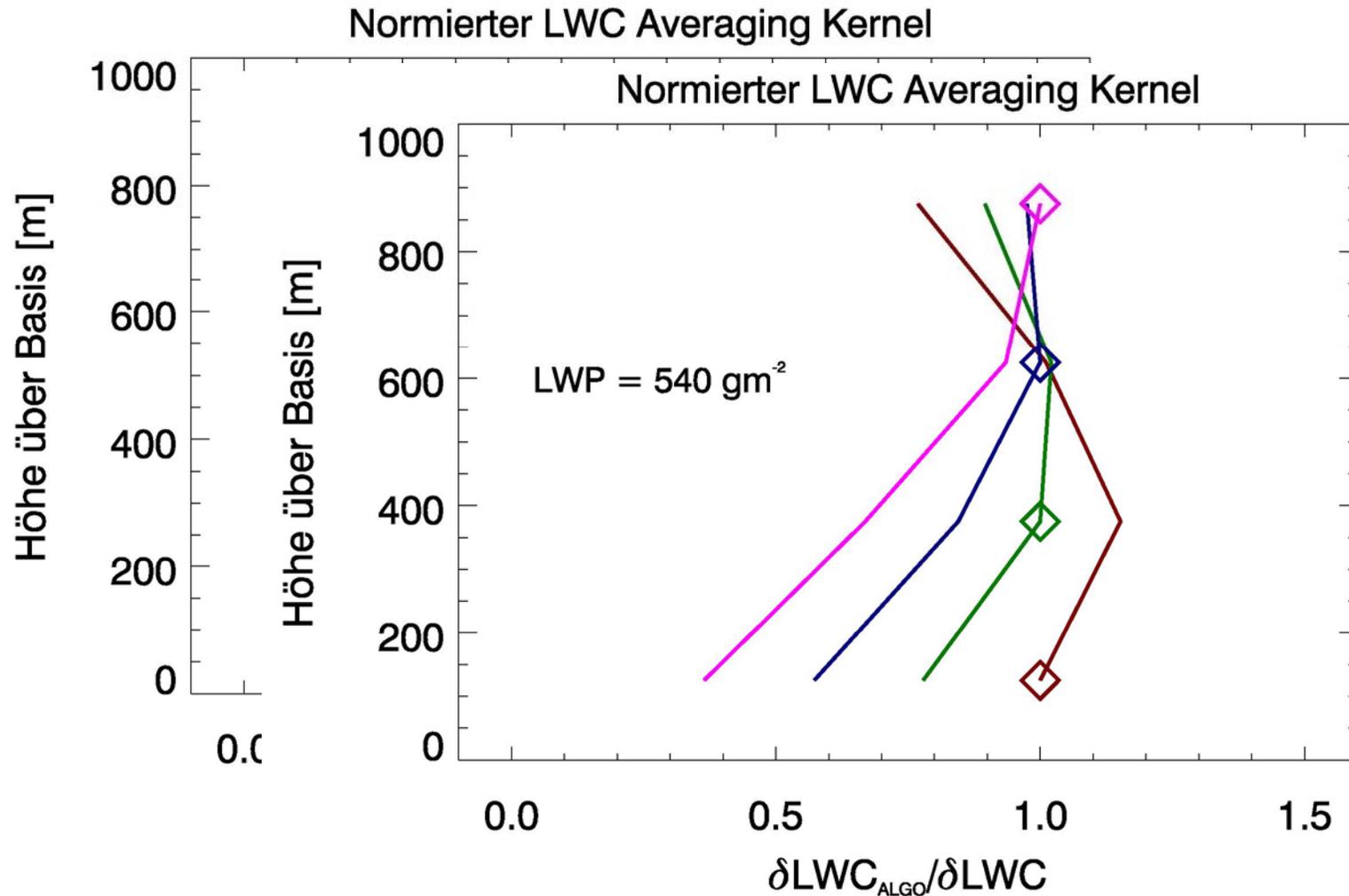
LWP=250 gm⁻²

ν /GHz	31	36	90
ΔTB /K	9	12	50

$$\text{LWP} = a - b \cdot T_{24} + c \cdot T_{31}$$



LWC-Profil aus Mikrowellendaten



Hier für Frequenzen im Bereich 20-30 GHz und 50-60 GHz



Bodengebundene Fernerkundung von Wolken durch Sensor Synergie

95 GHz **Wolkenradar** MIRACLE (GKSS)

- Rückstreuung der Wassertropfen $\sim D^6$
- Probleme: Tropfenspektrum, Dämpfung



Mikrowellenradiometer HATPRO

- Eigenemission der Wassertropfen $\sim D^3$
- Probleme: vertikale Auflösung, Gasabsorption



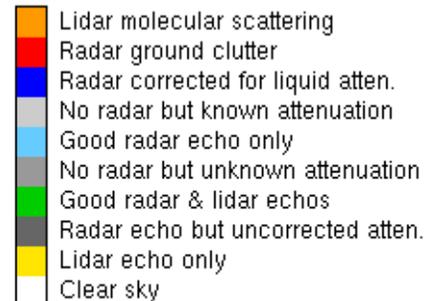
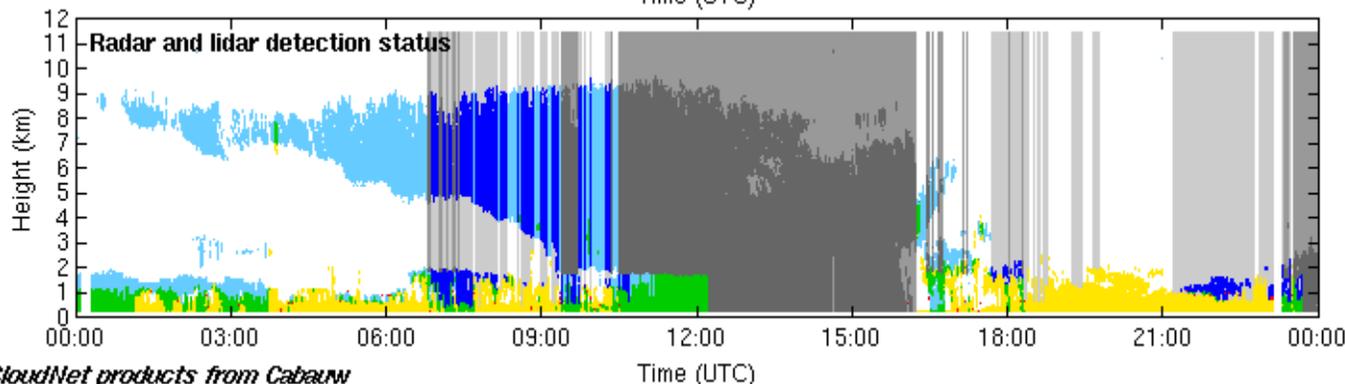
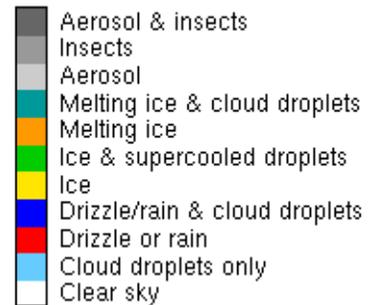
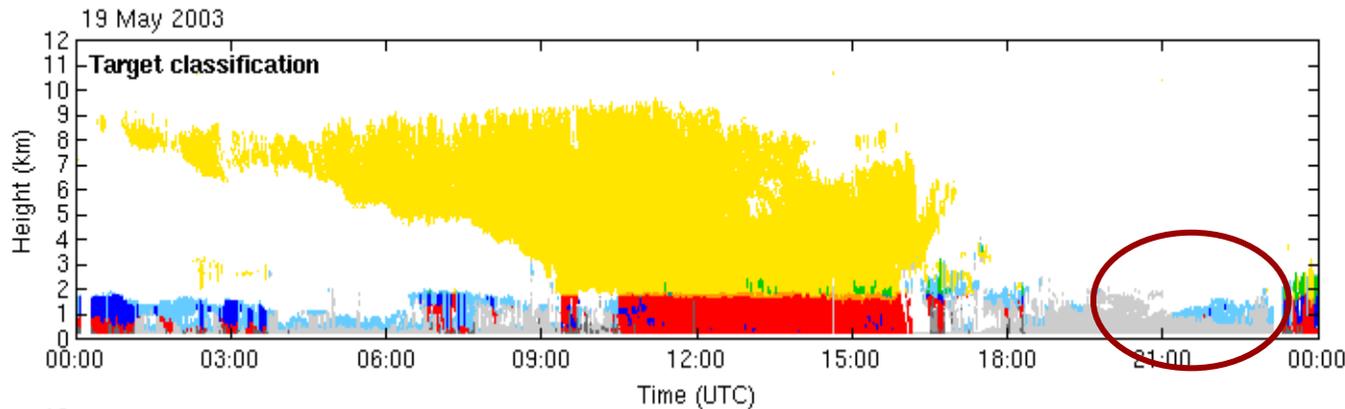
Laser Ceilometer

- Extinktion von Aerosol und Wassertropfen $\sim D^2$
- Probleme: Konvertierung Rückstreuung zu Extinktion
starke Absorption



CloudNet Target Classification

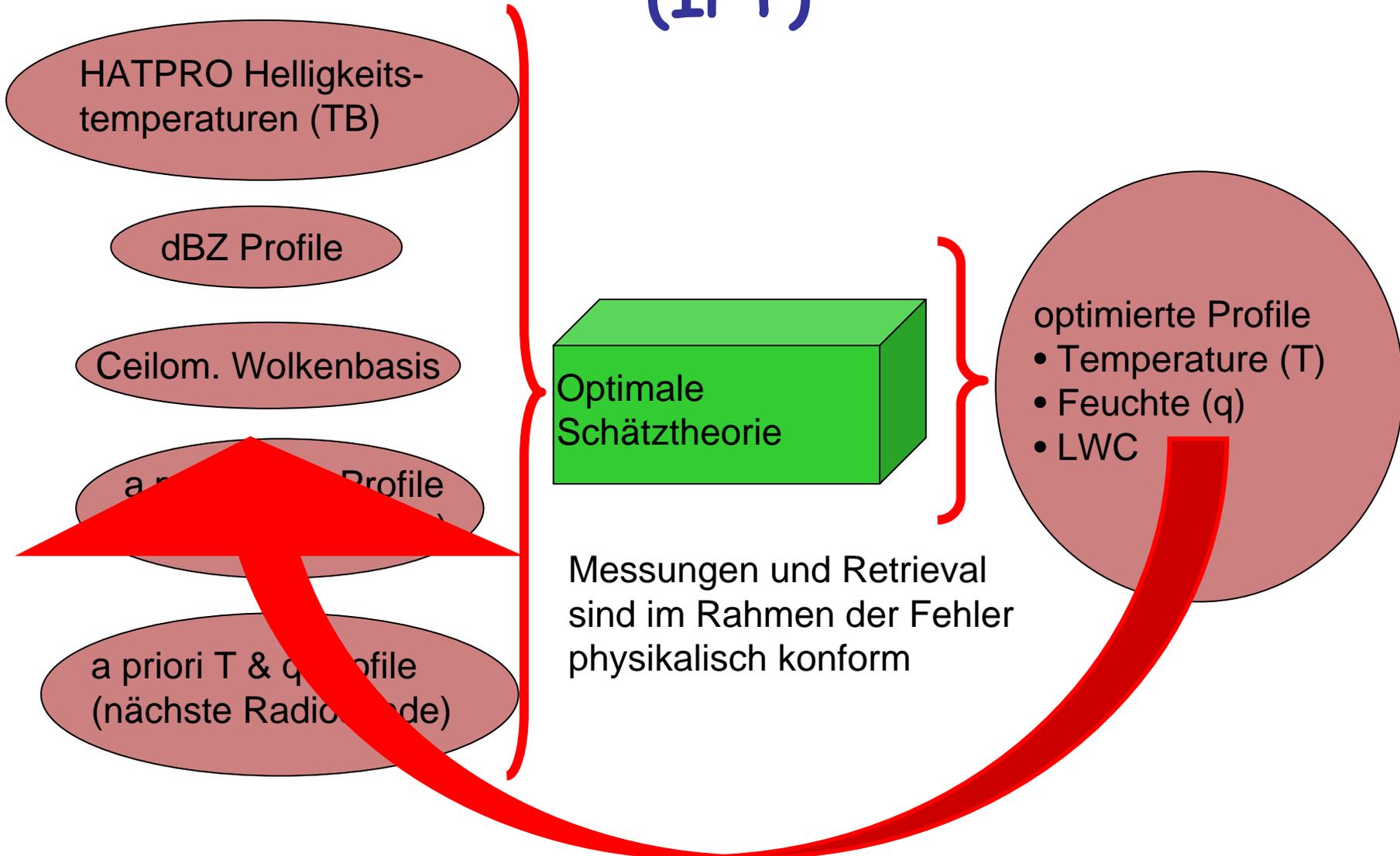
(R.Hogan, E.O'Connor University of Reading, UK)



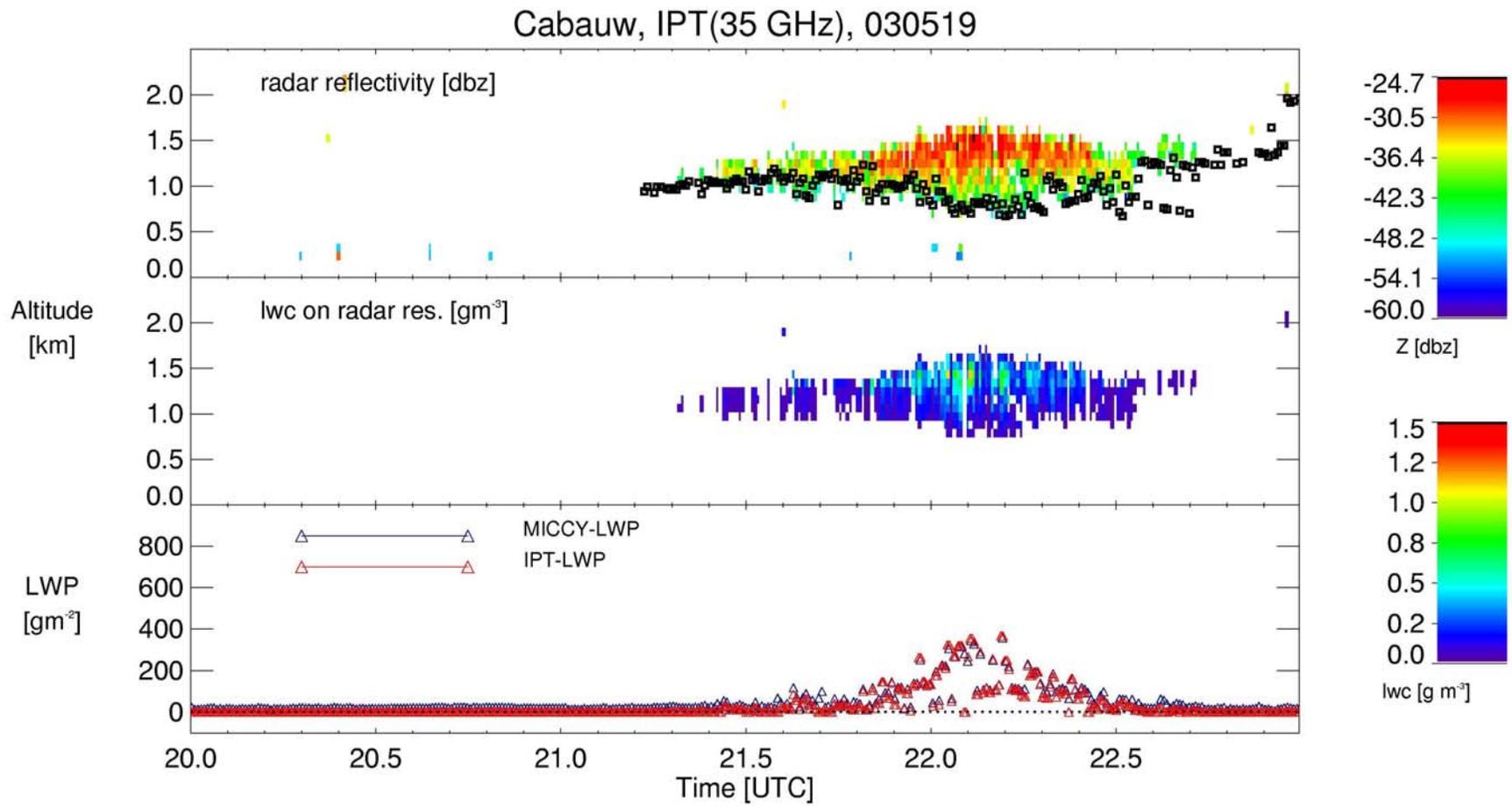
CloudNet products from Cabauw



Integriertes Fernerkundungsverfahren (IPT)

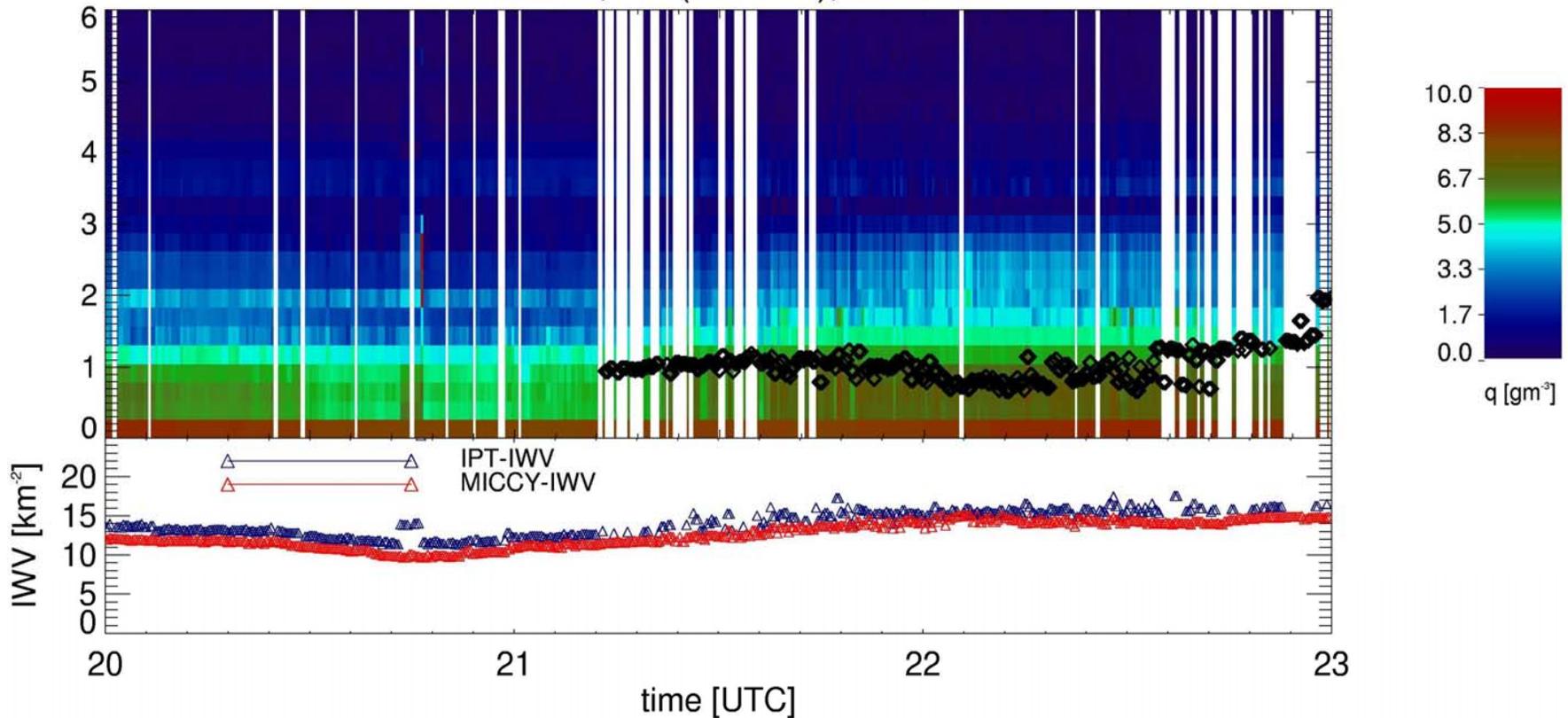


IPT retrieval: May 19, 2003

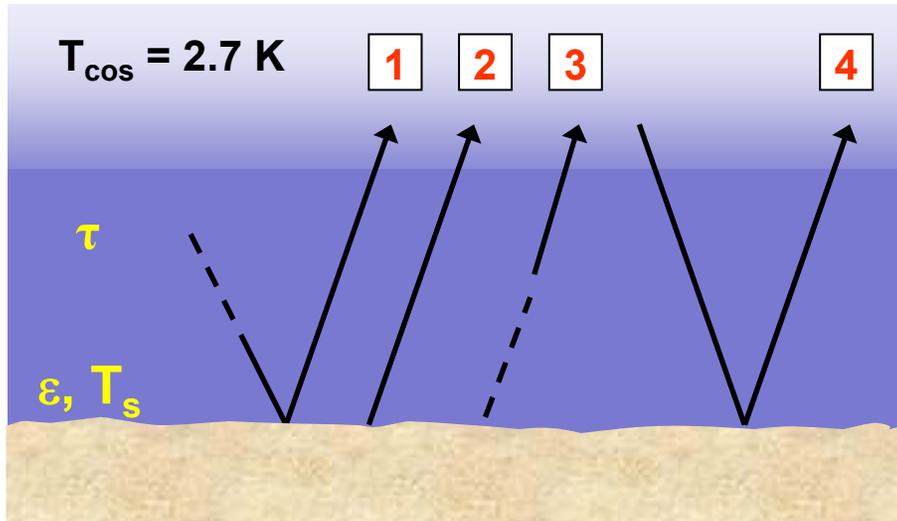


IPT retrieval: May 19, 2003

Cabauw, IPT(35 GHz), 030519



Satellitenbeobachtungen



ϵ Oberflächenemission
 T_s Oberflächentemperatur

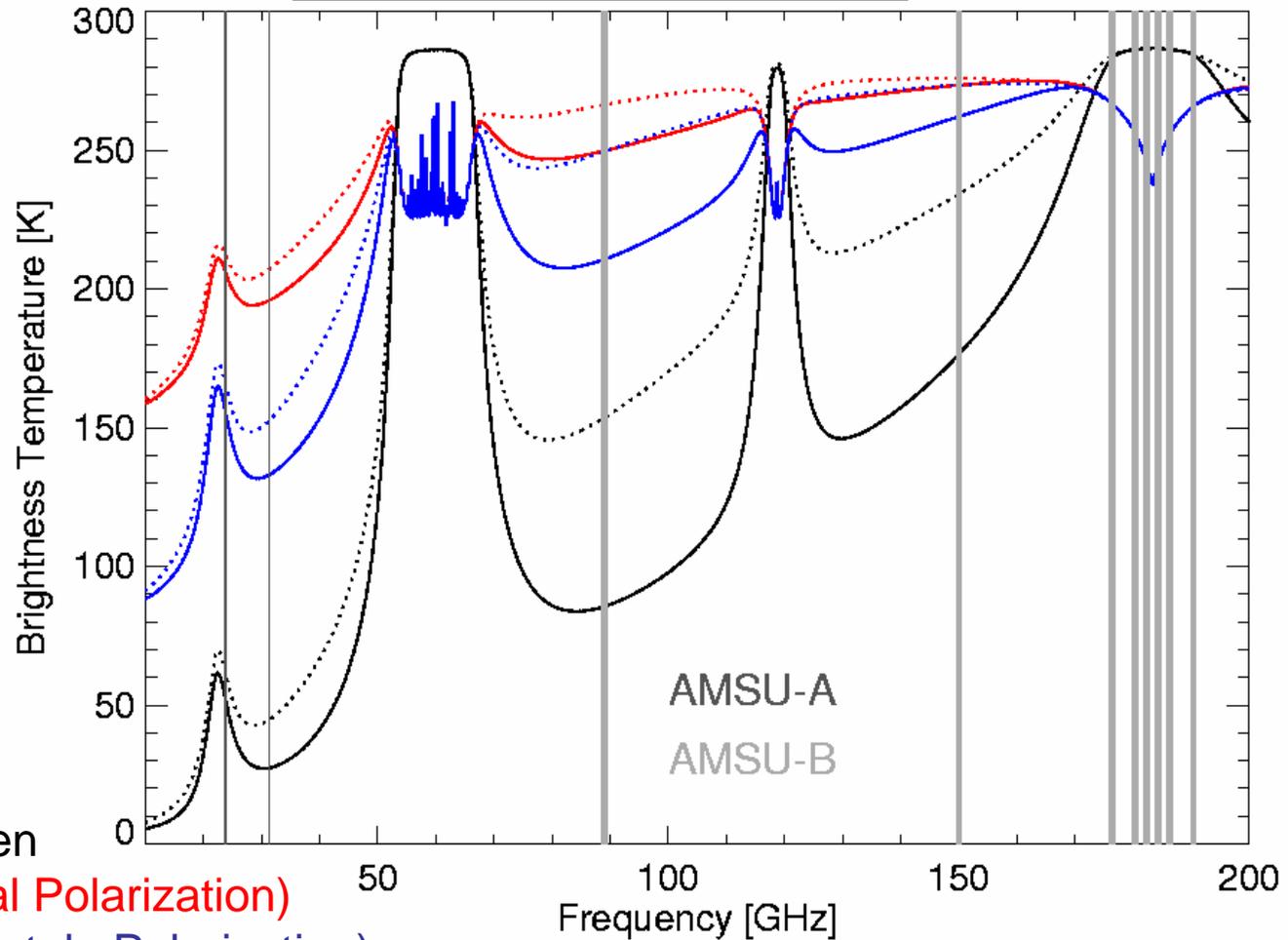
Satellitensignal setzt sich zusammen aus

1. reflektierter Atmosphärenstrahlung
2. Oberflächenemission
3. Atmosphärenstrahlung
4. reflektierter Weltraumstrahlung



Berechnete Helligkeitstemperaturen

$$T_B(\nu) \approx \varepsilon_s T_s(\nu) e^{-\tau_m(\nu)} + T_A(\nu)$$



Bodengebunden

Satellit (Vertikal Polarization)

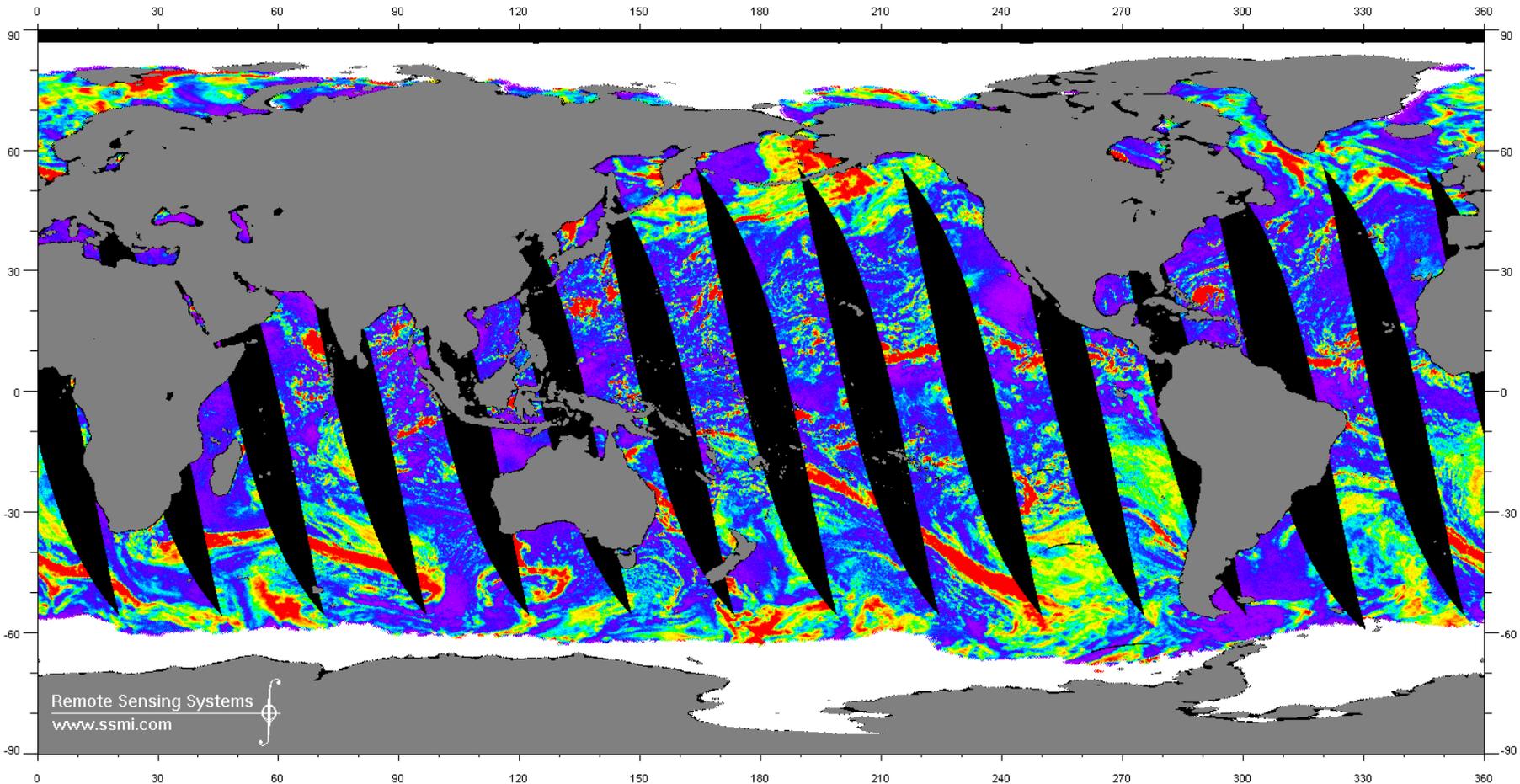
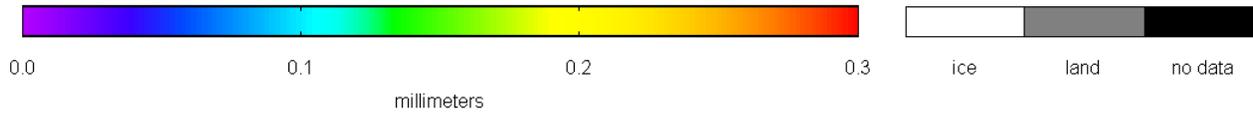
Satellit (Horizontale Polarization)

AMSU-A

AMSU-B

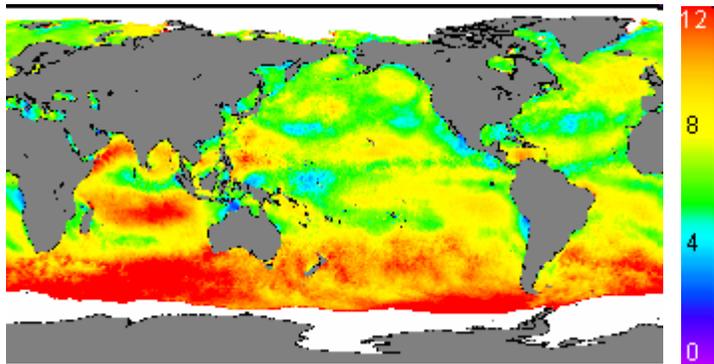
F14 Cloud Liquid Water: August 23, 1998

evening passes

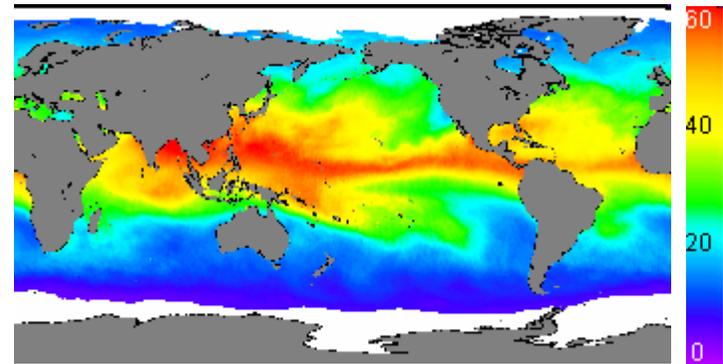


SSM/I - Special Sounder Microwave Imager

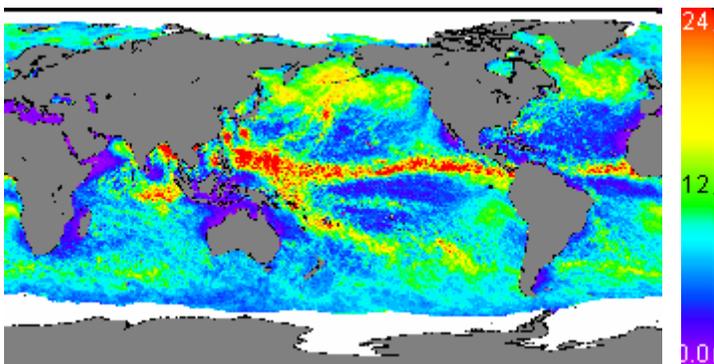
hier: August 2004, seit 1987, 19.35 - 85.5 (V/H)GHz, Erdabdeckung ~3 Tage, räumliche Auflösung 25-50 km, Nachfolge AMSR-E, TMI



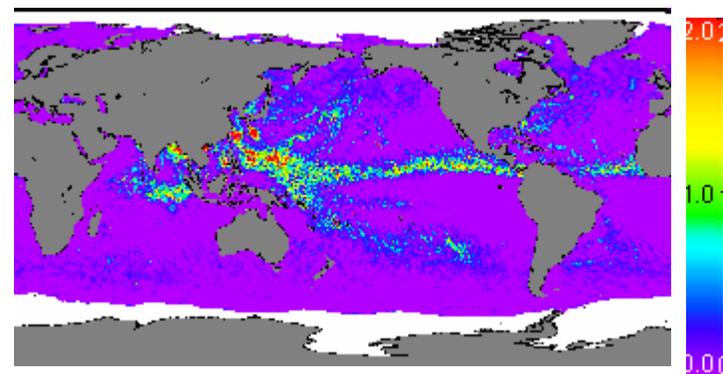
vv in m/s (Rauigkeitlänge Polarisationsabh.)



Wasserdampfsäule, mm



Wolkenwassersäule, mm

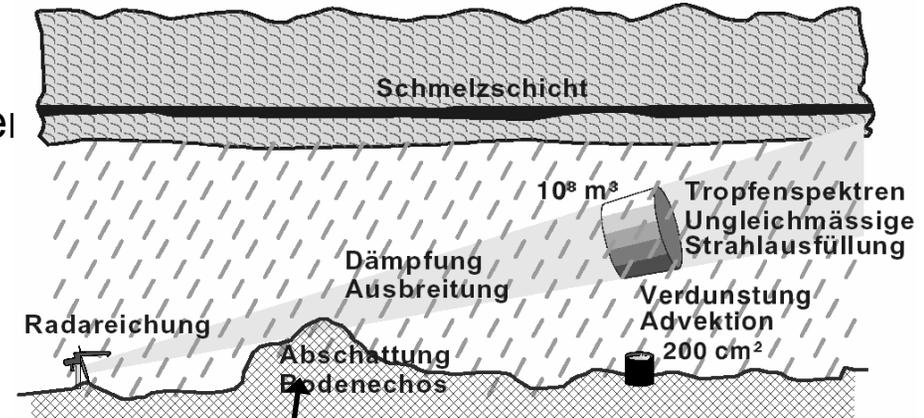


Regenrate, mm/hr



Zusammenfassung 12. Doppelstunde

- Wie wird Niederschlag **operationell** gemessen?
- Was sind **RHI** und **PPI scans**?
- Welche mikrophysikalischen Eigenschaften bestimmen die **Radarreflektivität**?
- Was bestimmt die **Entfernungsauflösung** eines Radars?
- Welche Probleme gibt es bei der Bestimmung des Niederschlags aus dem **Radarreflektivitätsfaktor Z**?
- Mit welcher Instrumenten kann man **Wolkenparameter messen**?
- Was bedeutet **Sensor-Synergie**?
- Welche Nachteile/Vorteile haben bodengebundene gegenüber satellitengebundenen Messungen?



Wolkenphysik: Gliederung

I. Einführung

II. Wasserwolken

- Bildung von Wolkentropfen, thermodyn. Ableitung
- Wachstum von Tropfen
- Wachstum von Tropfenpopulationen

III. Eisphase

IV. Niederschlag

- *wärmer* und *kälter* Niederschlag

V. Messung von Wolken & Niederschlag

VI. Modellierung von Wolken (25.07.)

- Parameterisierungen in NWP und Klimamodellen
 - Mikrophysik
 - Konvektion



Kurze Geschichte der Wolkenmodellierung

- Kessler (1969): Grundlage zur Modellierung von **warmem Regen**
- Orville (1980): Grundlegende Gleichungen
- Hsie (1980): Hinzunahme von **Wolkeneis** und dessen Wechselwirkungen mit Wolkenwasser
- Lin et al (1983, Hagel) und Rutledge & Hobbs (1983,1984, Graupel) fügen **Schnee** hinzu und führen die grundlegenden Wolkenprozesse zusammen
- Krueger (1995) schlagen Verbesserungen bei der Behandlung des **Wachstums kleiner Eiskristalle** vor
- Entwicklung von **Zwei-Momenten Schemata** durch Meyers (1995), Ferrier (1994), und Reisner et al (1998).
- Meyers et al (1997) implementieren ein Zwei-Momenten-Schema mit Berücksichtigung von **Kondensationskernen**

Wolkenwasser

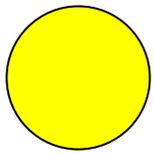
Regen

Eiswasser

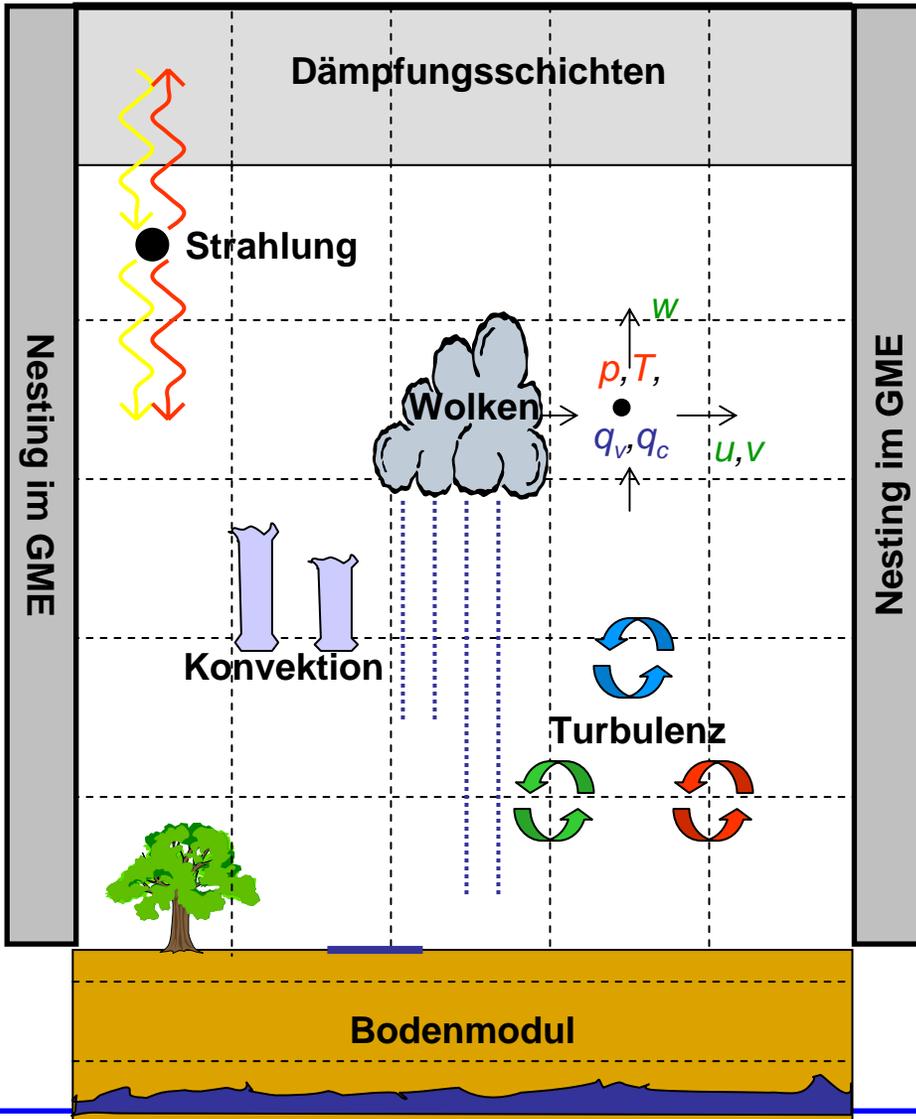
nur q_c

Mischungsverhältnis q_c und Tropfenkonzentration N_c





Grundgleichungen des Lokal-Modells



Skalige, adiabatische Dynamik

- +turbulente Flüsse T, H, F^v, F^c
- +Phasenumwandlung I^c , Regenfluß P
- +Heizrate R

$$\text{Impulsgl.: } \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \mathbf{g} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \rho \mathbf{v} - \nabla \mathbf{T}$$

$$\text{Druckgl.: } \frac{dp}{dt} = -\frac{c_p}{c_v} p \nabla \mathbf{v} + \left(\frac{c_p}{c_v} - 1 \right) (-\nabla \mathbf{H} - \nabla \mathbf{R} + L_v \cdot I^c)$$

$$\text{Erster HS.: } \rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{dp}{dt} - \nabla \mathbf{H} - \nabla \mathbf{R} + L_v \cdot I^c$$

$$\text{Feuchtegl.: } \rho \frac{dq_v}{dt} = -\nabla \mathbf{F}^v - I^c$$

$$\text{Fl.wassergl.: } \rho \frac{dq_c}{dt} = -\nabla \mathbf{F}^c - \nabla \mathbf{P} + I^c$$

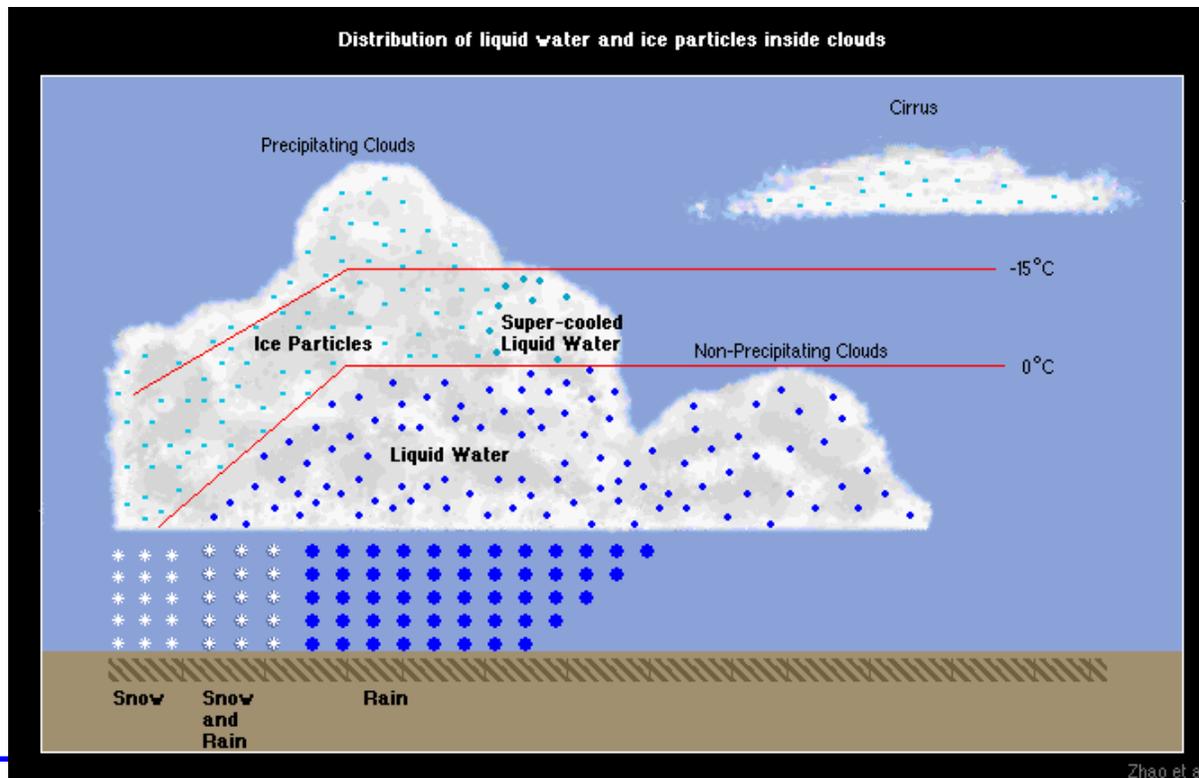
$$\text{Zustandsgl.: } \rho = p \left\{ R_d \left(1 + \left(\frac{R_v}{R_d} - 1 \right) q_v - q_l \right) T \right\}^{-1}$$

Anfangs- und Randbedingung:

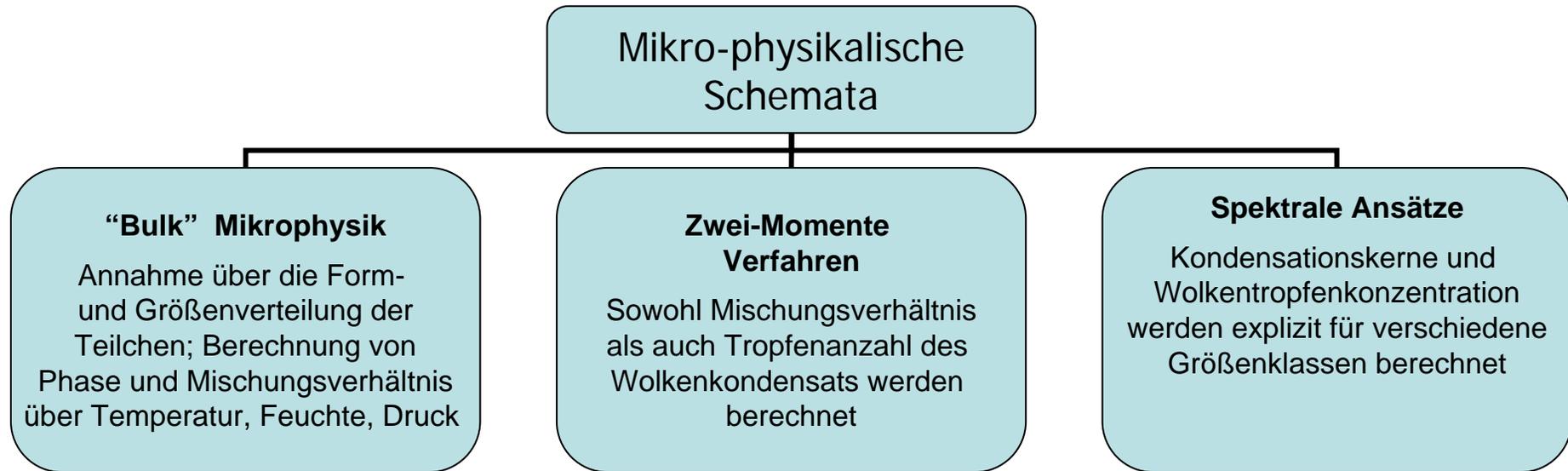
- +Analyse als Anfangszustand
- +Bodenmodul
- +obere Randbedingung
- +horizontale Randbedingung

Einfache Parametrisierungen

- Bedeckungsgrad wird als Funktion der relativen Feuchte parametrisiert
- Phase des Wolkenwassers wird mit Hilfe der Temperatur parametrisiert
Beispiel: $T > 0^{\circ}\text{C}$: flüssiges Wasser
 $0^{\circ}\text{C} < T < -15^{\circ}\text{C}$: Gemisch abhängig von Temp. Wolkenoberkante
 $T < -15^{\circ}\text{C}$: Eiswasser

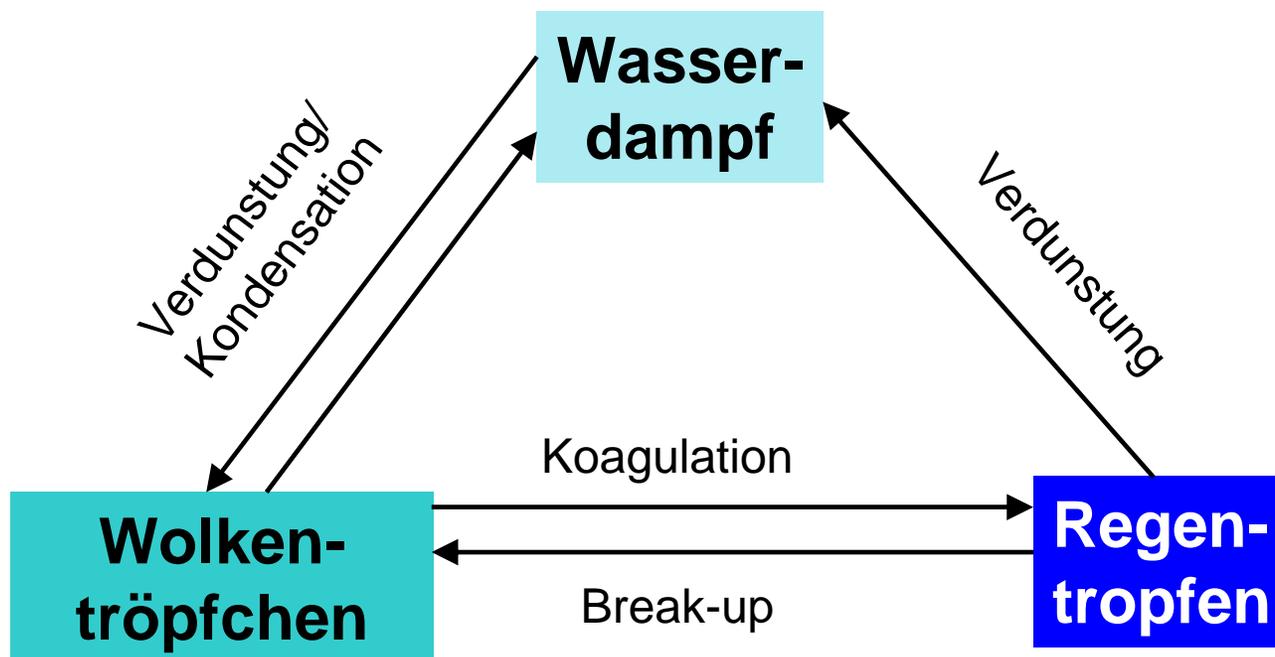


Mikrophysikalische Parametrisierung



„Bulk“ Schemata (warm)

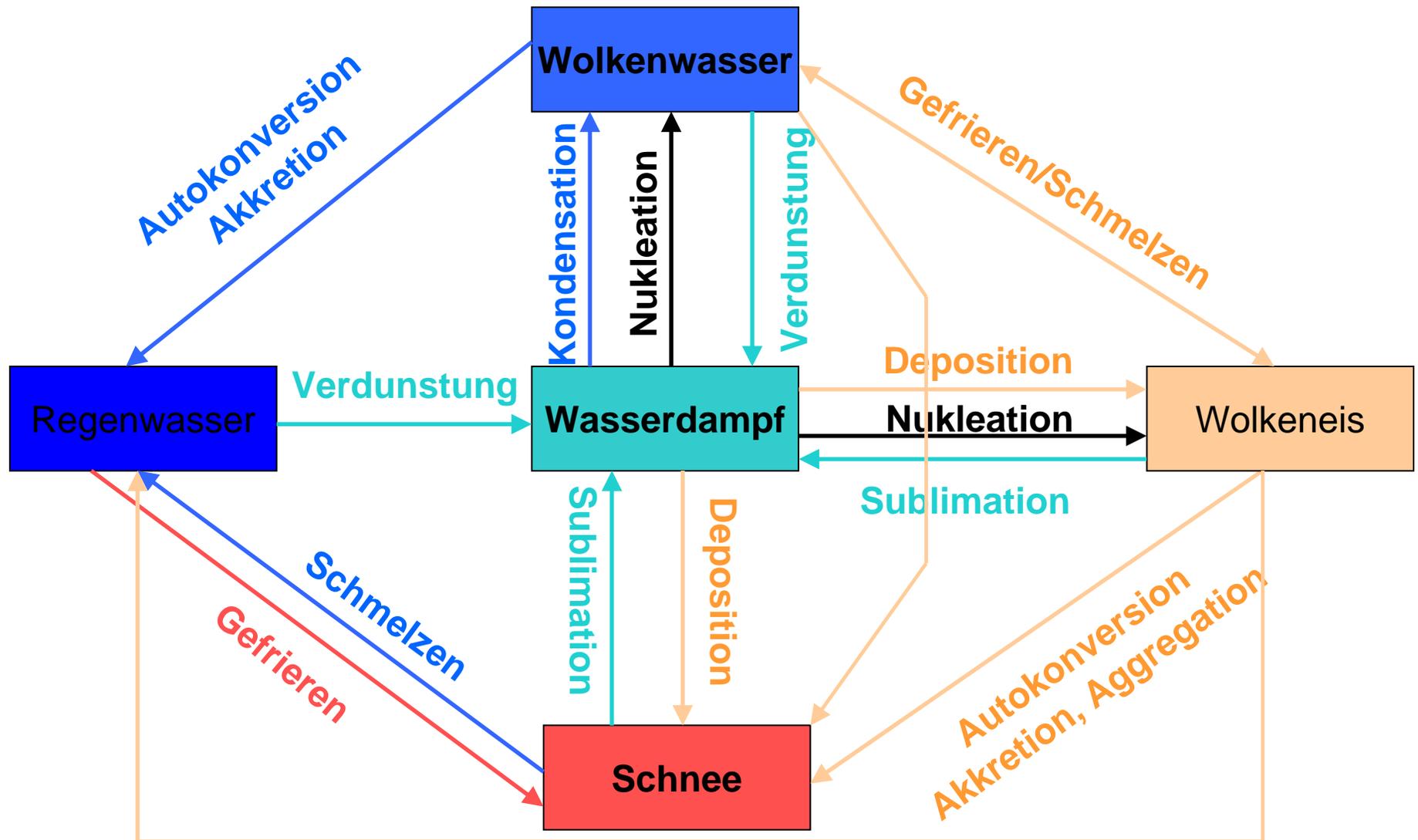
z.B. in numerischen Wettervorhersagemodellen zur Niederschlagsvorhersage



Mikrophysikalischen Prozesse stark vereinfacht!
(Funktion von Temp., Feuchte, Druck)



„Bulk“ Schemata (komplett)



Niederschlagsvorhersage

Quantitative Precipitation Forecast (QPF)

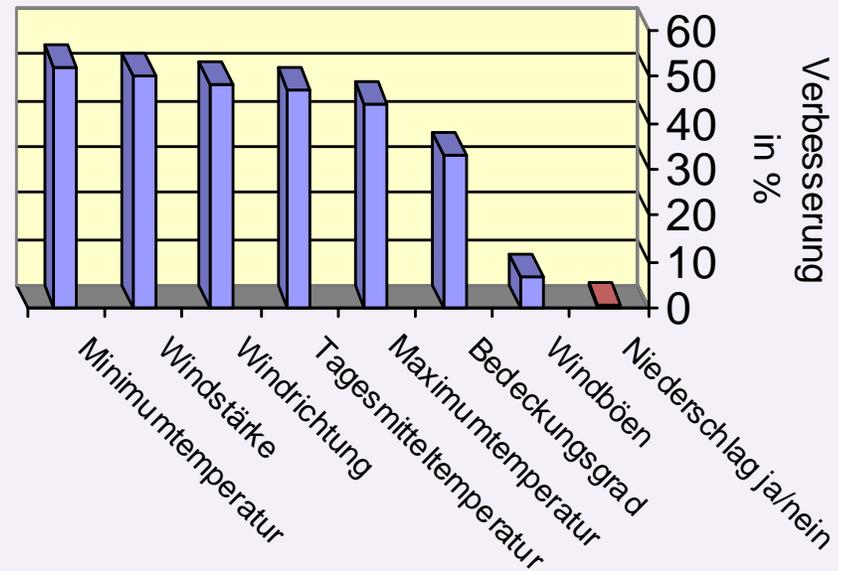
Fragen: Wann und wo fällt wieviel Niederschlag?

Die heftigsten Niederschläge sind oft konvektiv
Niederschlag wird bestimmt durch

- Feuchte
- Instabilität
- Vertikalgeschwindigkeit

Modelle haben Schwierigkeiten
konvektive Ereignisse vorherzusagen

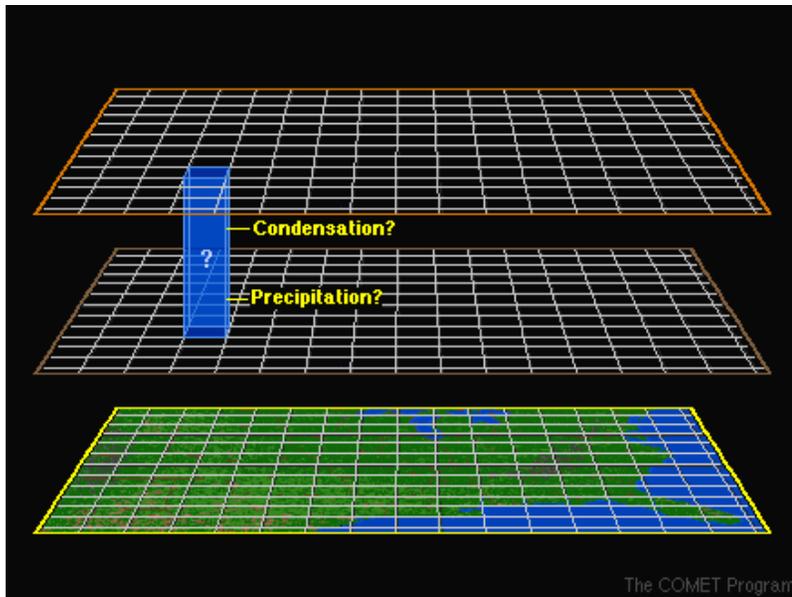
Wettervorhersage in den letzten 16 Jahren



Niederschlagsskala

Unterscheidung zwischen **grid scale** und **sub-grid** Niederschlag

Gesamte Modellbox (bis 50 km) ist z.B. durch großskaliges Aufsteigen gesättigt und überschüssige Feuchte auskondensiert
Mikrophysik muss parametrisiert werden



Niederschlag fällt auf kleinerer Skala als die Modellbox

→ **sub-skaliger Prozess + Mikrophysik** müssen parametrisiert werden

Je besser die Modellauflösung je mehr Niederschlag wird aufgelöst



Notwendige Parametrisierungen

Wolkenparametrisierung

Precipitation and Cloud Parameterization (PCP)

- Modell beschreibt Wolken und Niederschlagsprozesse
- Die durch die Vorhersage von Wind-, Temperatur- und Feuchtefeldern produzierte überschüssige Feuchte wird in Wolkenwasser konvertiert
- Weitere Umwandlungen zwischen den Hydrometeorklassen werden berücksichtigt

⇒ skalige Niederschlagsschemata (grid-scale)

Konvektionsparameterisierung

Convective Parameterization (CP)

- Berücksichtigung konvektiver Effekte, die zur Umverteilung von Temperatur und Feuchte innerhalb einer Gitterzelle führen und so die Instabilität reduzieren
- Durch Reduktion der Instabilität verhindert das CP-Schema, dass das skalige Schema unrealistisch hohe, großskalige Konvektion und zu aktive Zyklonogenese produziert



Frühere Parametrisierungen

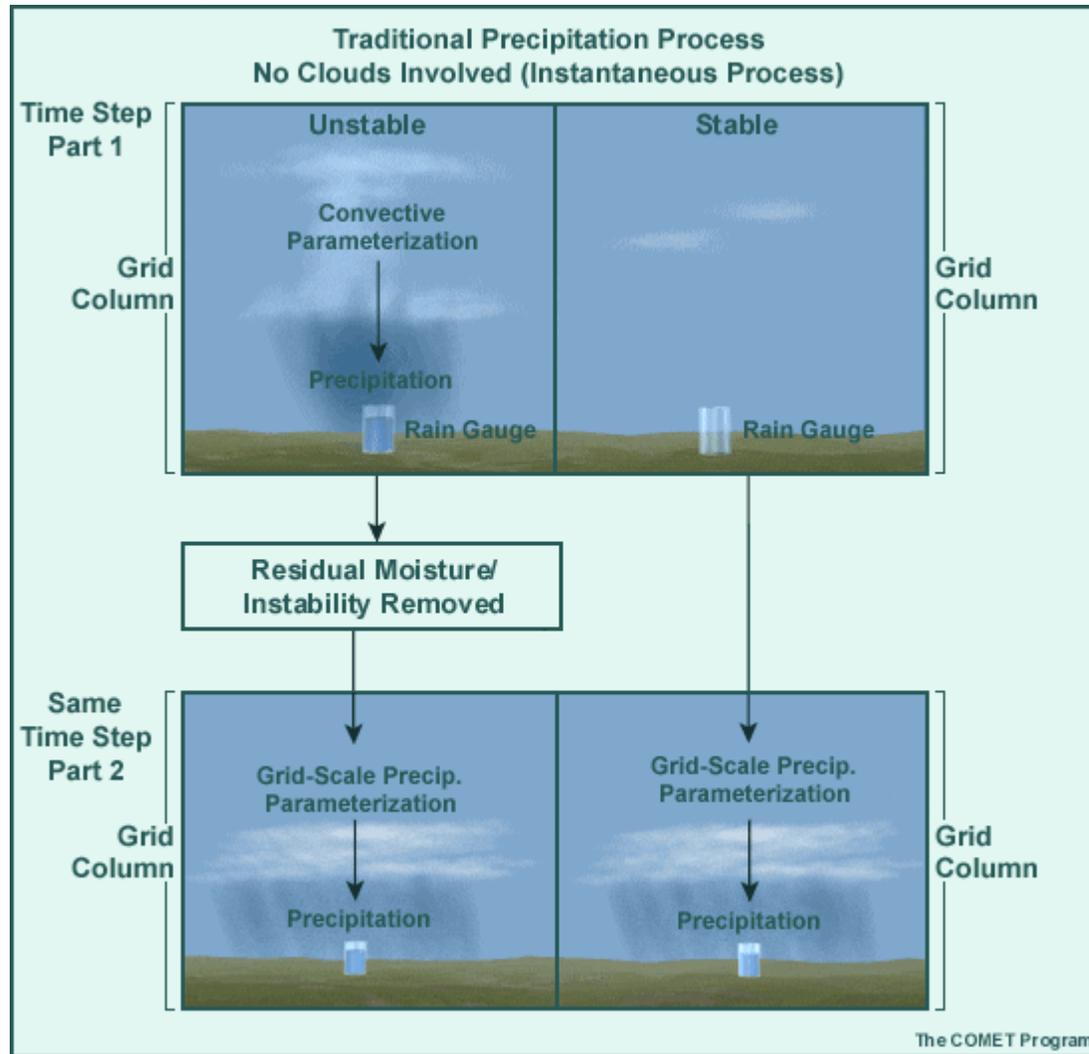
Viele Modelle haben bis vor kurzem (letztes Jahrzehnt) **Niederschlag** nur durch **CP** und **stark vereinfachte PCP** behandelt

CP entfernt die existierende Instabilität und simuliert den gesamten Effekt kleinskaliger konvektiver Prozesse auf die großskalige Umgebung, Niederschlag nur Beiprodukt

Die **PCP** diagnostiziert **Niederschlag** auf der Basis der **relativen Feuchte (RH)** um gitterskalige Übersättigung zu entfernen, **Wolken** werden auch aus der relativen Feuchte diagnostiziert, um ihre **Strahlungseffekte** zu berücksichtigen



Behandlung in einer Gittersäule (früher)



Wolken sind hier nicht Teil des Niederschlagsprozesses!

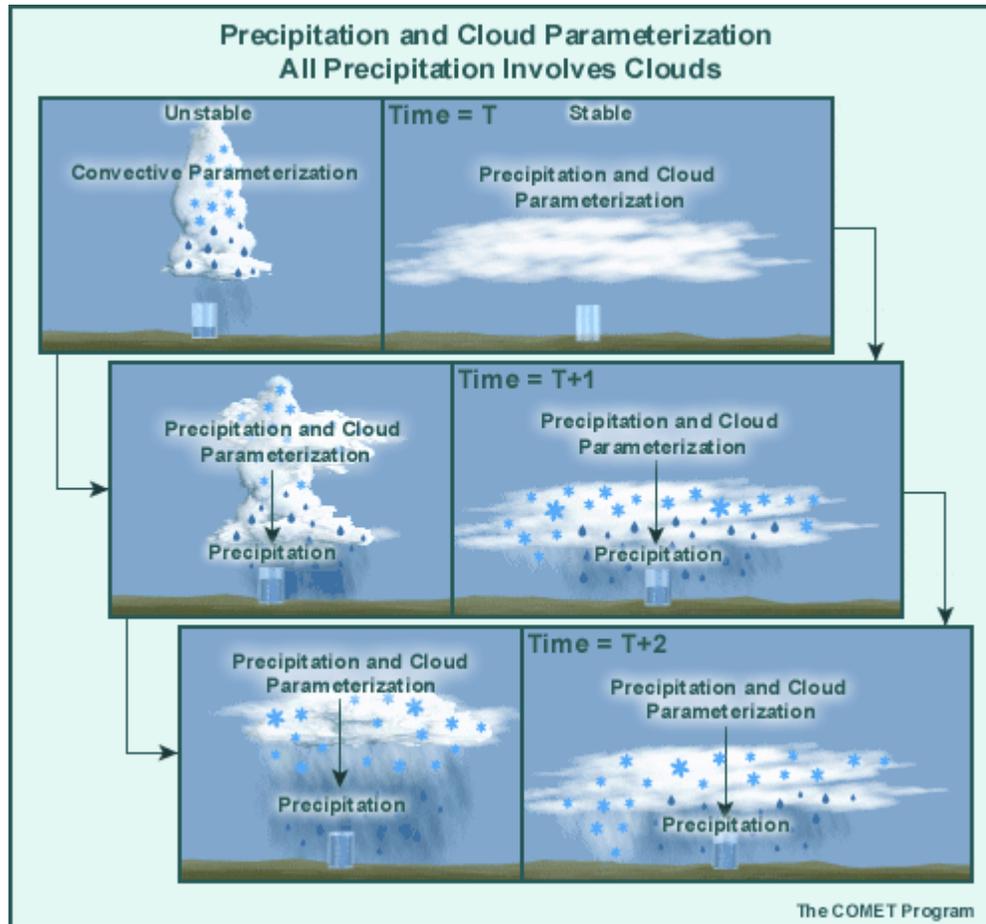


Heutige Parametrisierungen

- **Konvektionsparametrisierung als Massenflussschema (MFS)**: explizite Erfassung der Massen-, Energie- und Feuchteflüsse *innerhalb* und *außerhalb* der Wolke (in einer Gitterbox), Entfernung von Instabilitäten und (indirekte) Generierung von Wolken- und/oder Niederschlagswasser (Hydrometeore)
- Wesentlich detailliertere **PCP**, d.h. explizite Erfassung der Wolkenmikrophysik (Bulk-Ansatz, alle Phasen), derzeit Erprobung von Zwei-Momenten Schemata im LM
- Die konvektiven Änderungen in der Wärme- und Feuchteverteilung und die entstandenen "konvektiven" Hydrometeore können die **PCP** zur Produktion von zusätzlichem Niederschlag anregen
- Es entstehen konvektive Antriebsterme für u , v , (w) , T , q sowie den Bedeckungsgrad
- Das PCP Schema und die Dynamik sind eng gekoppelt und produzieren mesoskalige Bewegungen
- Die Entwicklung organisierter konvektiver Systeme wird durch die Kopplung von MFS und PCP Schema simuliert



Heutige Parametrisierungen



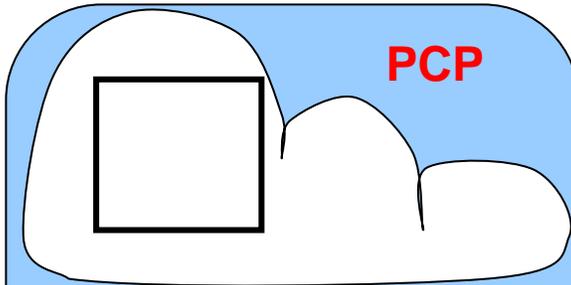
Niederschlagsprozesses kommt nur über Wolken zu Stande!



Wolken im Lokal-Modell (LM)

Drei Wolkenarten :

Felix Ament, Uni Bonn



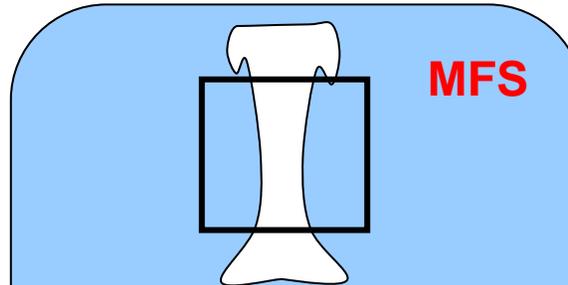
PCP

Skalige Wolken

falls $q_c > 0$

- „all or nothing“-Schema
- Sättigungsadjustierung

⇒ „volle“ Mikrophysik
⇒ Dynamik
⇒ Regen
⇒ Strahlung



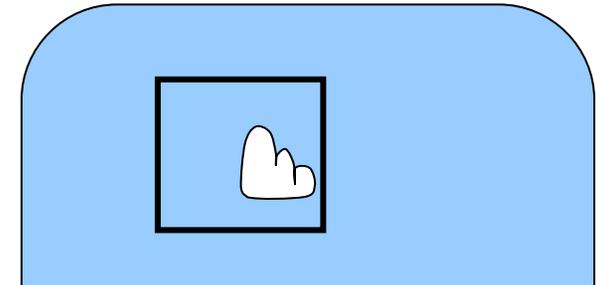
MFS

Konvektive Wolken

falls Konvektionsschema an

- Massenflussschema (z.B. nach Tiedtke)
- Stationarität → kein explizites Wolkenwasser
- Parametrisierter Bedeckungsgrad aus Wolkendicke

⇒ (Dynamik)
⇒ Regen
⇒ Strahlung



Subskalige, stratiforme Wolken

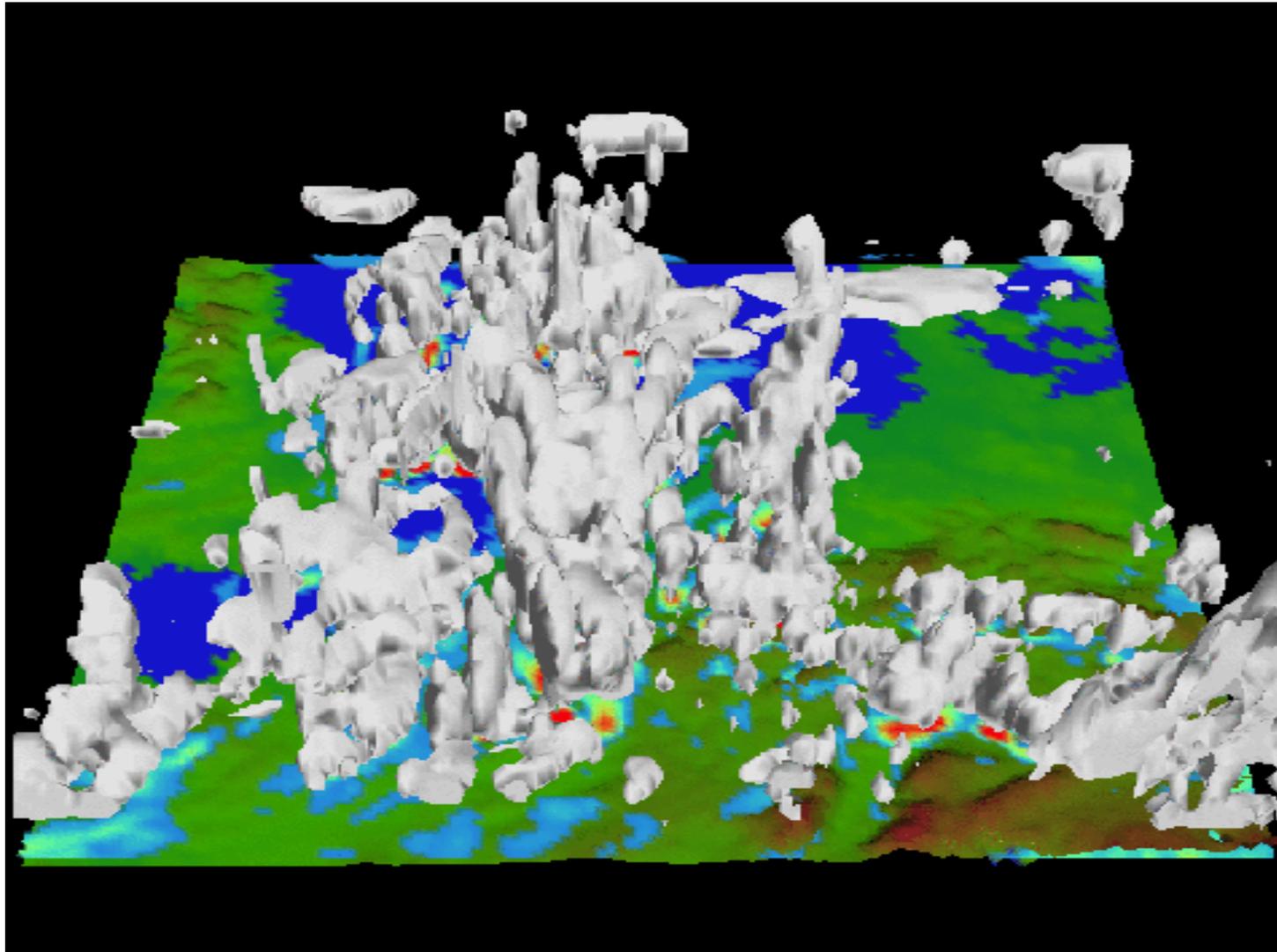
falls $\sim 70\% < rh < 100\%$

- Parameterisierter Bedeckungsgrad und Wassergehalt

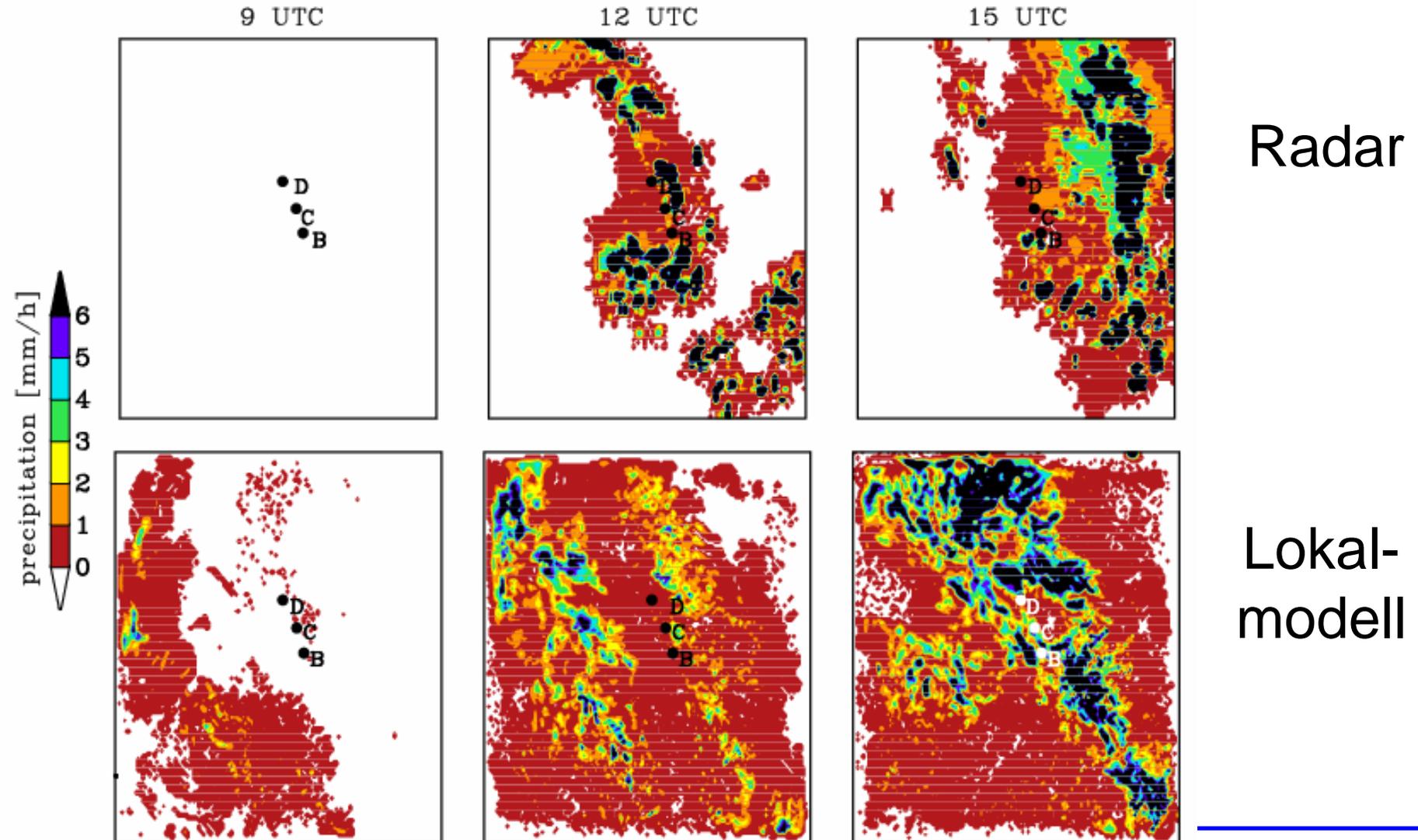
⇒ Strahlung



Modellierung von Wolken und Niederschlag



Niederschlagsvorhersage LM



Probleme der Niederschlagsvorhersage

- Position im Raum und räumliche Ausdehnung
- Zeitpunkt des Einsetzens und Dauer des Niederschlags
- Betrag und Intensität des Niederschlags

fehlerhafte Parametrisierungen (PCP, MFS)

ungenügende Anfangsfelder

ungenügende Modellierung

- der Bodenfeuchte und der Evapo-Transpiration
- der Inhomogenitäten der Oberflächeneigenschaften
- der turbulenten Flüsse
- der Feuchte → Auslösung von Konvektion
- des atmosphärischen Flusses um und über Orographie, insbesondere die zu grobe Auflösung von heterogenem und gebirgigem Terrain



DAS WAR'S!

Jemand Lust auf:



??



Zusammenfassung 1. Doppelstunde

- Wolken sind sichtbare, in der Luft schwebende Ansammlungen von **Kondensationsprodukten** des Wasserdampfs, d. h. Wolkentropfen ($\sim 10 \mu\text{m}$) o. a. Hydrometeoren
- **Hydrometeore** bezeichnen verschiedene Kategorien von Wolken- und Niederschlagsteilchen, z.B. Wolkentropfen, Eiskristalle, Hagel, Graupel, Schnee, Regen
- Wolken entstehen bei Kondensation, die durch **dynamische Prozesse** (Stabilität, Konvergenz, Advektion) bedingt ist
- Wechselwirkung der unterschiedlichen **Skalen**, die von Kondensationskeimen bis zu den dynamischen Wolkenbildungsprozessen reichen (14 Größenordnungen), komplizieren exakte Beschreibung
- Wolken/Niederschlag bereiten große Probleme in Wettervorhersage-/Klimamodellen
- Wolken nehmen eine zentrale Rolle im Klimasystem ein; sie koppeln **Energie- und Wasserkreislauf**
- Wolkenmikrophysik wird durch die Tropfengrößenverteilung **$N(D)$ [m^{-4}]** (auch beschrieben (Form und Phase zusätzlich)
Allerdings sind meist nur Momente bekannt:

$$m_n = \int_0^{\infty} D^n N(D) dD$$



Zusammenfassung 2. Sitzung

- Synoptiker klassifizieren Wolken mittels Wolkengattung (10), Wolkenarten (14), Wolkenunterarten (9), Sonderformen (9) und Begleiterscheinungen, z.B. *Ac str op mam*
- Zur physikalischen Beschreibung werden andere Wolkenparameter benötigt:
→ **Wolkenmakro- und Wolkenmikrophysik**
- Wolkenmikrophysik beschrieben durch **Tropfengrößenverteilung** (DSD) $N(D)$ [m^{-4}].
Reduktion der Freiheitsgrade durch idealisierte DSD.

z.B. Modifizierte Gamma-Verteilung
mit Modal-Radius
→ Maximum $N(r)$

$$r_m = \left(\frac{\alpha}{b\gamma} \right)^{1/\gamma}$$

$$N(r) = a \cdot r^\alpha \cdot \exp(-b \cdot r^\gamma)$$

- Beschreibung mittels **Momente** der DSD (r_m, r_{eff}, N, LWC, Z)
- In der Meteorologie genutzte **Feuchtemaße** sind: $\rho_w, e, m, q, f, T_d, T_f$
- Einführung der **Verdampfungswärme L**
- Ableitung der **Clausius-Clapeyron'schen Gleichung** für die Abhängigkeit des **Sättigungsdampfdrucks e_s** von der Temperatur



Zusammenfassung 3. Doppelstunde

- Ableitung der **Clausius-Clapeyron'schen Gleichung** für die Temperaturabhängigkeit des **Sättigungsdampfdrucks** e_s mittels 1+2 HS

- Wann ist die Gibb'sche Energie ($u+p\alpha+Ts$) eine Erhaltungsgröße?

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{s_v - s_l}{\alpha_v - \alpha_l} \quad \longrightarrow \quad \frac{de_s}{e_s} = \frac{L}{R_v} \frac{dT}{T^2}$$

- Wie stark ist die Temperaturabhängigkeit der **Verdampfungswärme** L ?
- Berechnung der **spezifischen Wärmen** von feuchter Luft.

$$c_{mv} \approx c_v [1 + m] \quad c_{mp} \approx c_p [1 + 0.9m] \quad \text{auch} \quad \kappa_m = R_m / c_{mp} \approx \kappa [1 + 0.2m]$$

- Wie unterscheidet sich der **Sättigungsdampfdruck über Eis** von dem über Wasser? Was ist der Bergeron-Findeisen Effekt?
- Wie wird Sättigung erzeugt?
- Wie verhalten sich die verschiedenen Feuchtegrößen beim **trockenadiabatischen Aufsteigen**?



Zusammenfassung 4. Doppelstunde

- Wie wirkt sich der Wasserdampf auf das Aufsteigen eines Luftpakets aus?

- Über welchen Ansatz gelangt man zur Formulierung des feuchtadiabatischen T-Gradienten?

$$Tds = 0 = c_p dT + gdz + Ldm_s$$

- Von welchen Parametern hängt der feuchtadiabatischen T-Gradient ab?

$$\Gamma_s = -\frac{g}{c_p} \frac{1 + \frac{L}{R_d} \frac{m_s}{T}}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{m_s}{e_s} \frac{de_s}{dT}} = f(T, p)$$

- Was ist eine konservative Größe bei (feucht)-adiabatischen Bewegungen?

$$\theta_e = T + \frac{g}{c_p} (z - z_0) + \left(\frac{L}{c_p} \right) m_s$$

- Unter welchen Bedingungen lässt sich der **adiabatische Flüssigwassergehalt** beobachten?

$$LWC_{adi}(h) = \int_{z_0}^h \rho(z) \frac{c_p}{L} (\Gamma_d - \Gamma_s) dz$$

- Wie unterscheiden sich die **äquivalent-potentielle Temperatur** Θ_e (equivalent potential temperature) und die **potentielle Feuchtäquivalent-Temperatur** Θ_q (wet equivalent potential temperature) ?



Zusammenfassung 6. Doppelstunde

- Was unterscheidet die **homogene** oder **heterogene** Nukleation?
- Betrachtung von Systemen, die aus mehreren Stoffkomponenten bestehen
→ **Chemisches Potential μ** beschreibt die Änderung der inneren Energie des Gesamtsystems durch lokale Massenzu- o. Abnahme der Stoffkomponente **k**
- Was beschreibt die **Oberflächenspannung σ** und wovon hängt sie ab?
$$\Delta w = \sigma dA$$
- Was beschreibt die **Kelvinformel**, wie wird sie abgeleitet und welche Form hat sie?
$$\frac{e_s(r)}{e_s(r=\infty)} = \exp\left(\frac{a}{r}\right)$$
- Was beschreibt das **Raoult'sches Gesetz** ?
- **Köhler-Kurven**: gleichzeitige Wirkung des Krümmungs- und Lösungseffektes
$$\frac{e'_s}{e_s} \approx 1 - \frac{3 i m_w M}{4 \pi \rho_w m_s} \frac{1}{r^3} = 1 - \frac{b}{r^3}$$



Zusammenfassung 7. Doppelstunde

- Welche **Konstanten** müssen zur Berechnung des **Diffusionswachstums** eines Tropfens bekannt sein? Wovon hängen sie ab?
- Wie verhält sich der **Radius** eines Tropfens, wenn dieser durch Diffusion wächst? Bei welchen Bedingungen wächst er schneller?

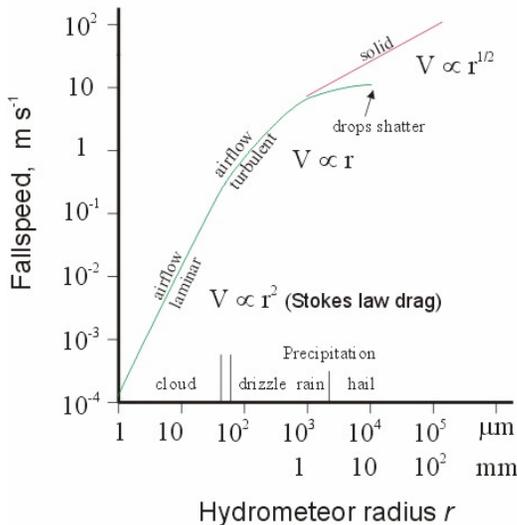
$$r \frac{dr}{dt} = \frac{(S-1) - a/r + b/r^3}{F_k + F_d}$$

- Wie lautet die **parabolische Wachstumsgleichung**? $r(t) = \sqrt{r_0^2 + 2 \zeta t}$
- Was bedeutet das **Radiusdiffusionswachstum** für die Tropfenverteilung (Beweis) ?
- Wie lange dauert es bis ein gerade aktivierter Wolkentropfen durch Diffusion zu einem **Regentropfen** wächst?
- Wovon hängt die Entwicklung der **Tropfenkonzentration N** und des **mittleren Radius** ab? Wie ändert sich diese mit der Höhe?



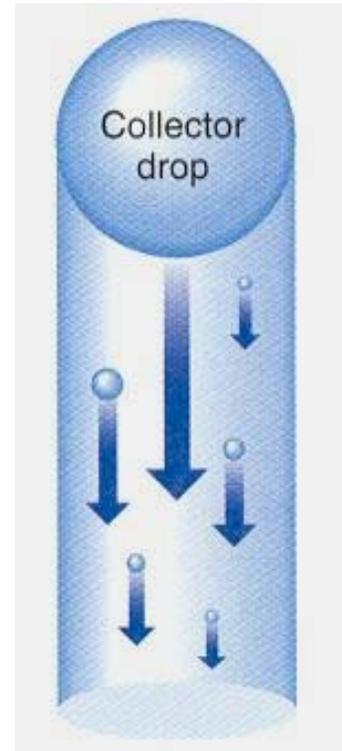
Zusammenfassung 8. Doppelstunde

- Wie verändern sich Teilchengröße und -konzentration bei der Entstehung bis zum Abregnen einer **Cumuluswolke** und wie schnell geht das?
- Welche **Korrekturen** müssen beim reinen Diffusionswachstum beachtet werden?
- Wie **schnell fallen** flüssige Hydrometeore?



- Wovon hängt das **Koagulationswachstum** ab?

Koagulationseffizienz = Kollisionseffizienz x Koaleszenzeffizienz



Zusammenfassung 9. Doppelstunde

- Wovon hängt das **Koagulationswachstum** ab?

Kollektionseffizienz = Kollisionseffizienz x Koaleszenzeffizienz

- Vereinfachtes Modell** mit "großem" Tropfen, der durch ein Feld "kleiner Wolkentropfen" fällt, ist die **Radiusänderung** mit der Höhe proportional zur mittleren Koag. effizienz und Flüssigwassergehalt.

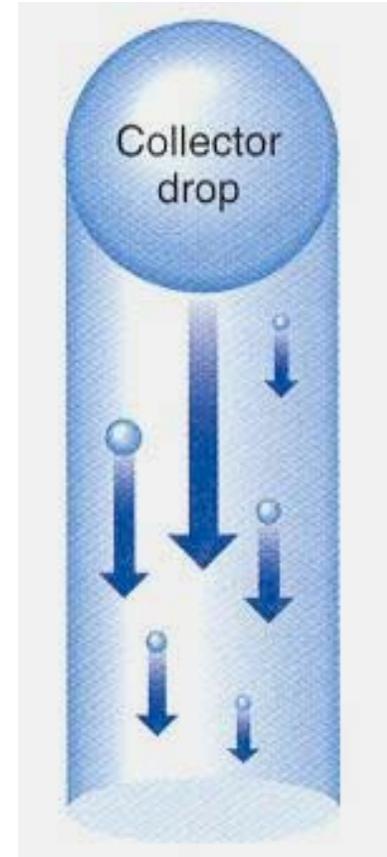
$$\Rightarrow \frac{dR}{dz} = \frac{\overline{E(R)} LWC}{4 \rho_w} \quad \frac{dR}{dt} = \frac{v(R) LWC \overline{E(R)}}{4 \rho_w}$$

stark beschleunigter Prozess

- Stochastisches Modell:** Mit Koagulationsfunktion als Quellterm für Bilanzgleichung

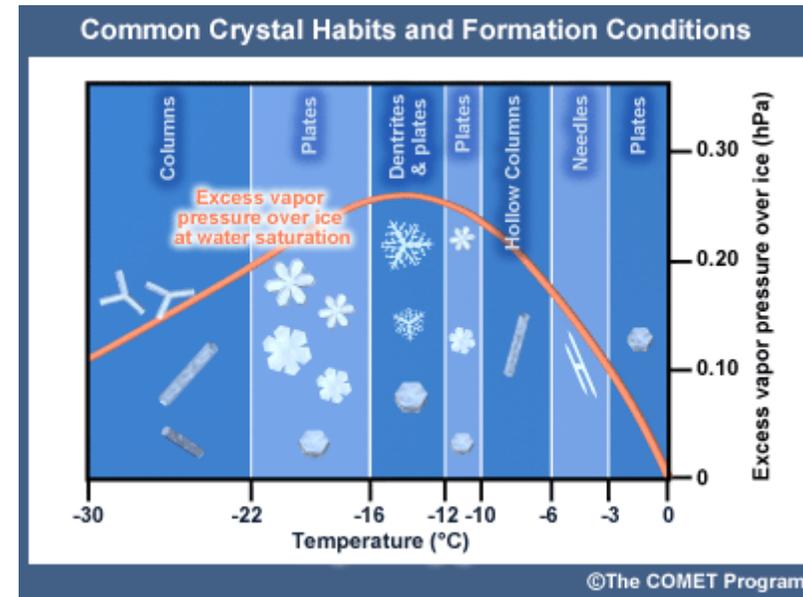
$$\sigma_{Koag} = \left. \frac{\partial n(r)}{\partial t} \right|_{Koag}$$

- Entstehung von **Niederschlag** auf Zeitskalen ~ 20 min ...



Zusammenfassung 10. Doppelstunde

- Bei welchen Temperaturen werden **unterkühlte Wassertropfen** beobachtet?
- Wie kommt es zur **Vereisung** einer Mischwolke?
- Was ist der **Seeder/Feeder** Effekt?
- Welche Partikel dienen als **Gefrierkerne**, wie häufig sind sie und wann werden sie aktiviert?
- Welche Arten der **Eispartikelbildung** gibt es?
- Was bezeichnen **Akkretion** und **Aggregation**?
- Bei welchen Bedingungen entstehen Dendrite und wann hexagonale Platten?
- Was muss bei der Beschreibung des Eiskristallwachstums durch Deposition (im Gegensatz zu Wolkentropfen) berücksichtigt werden?



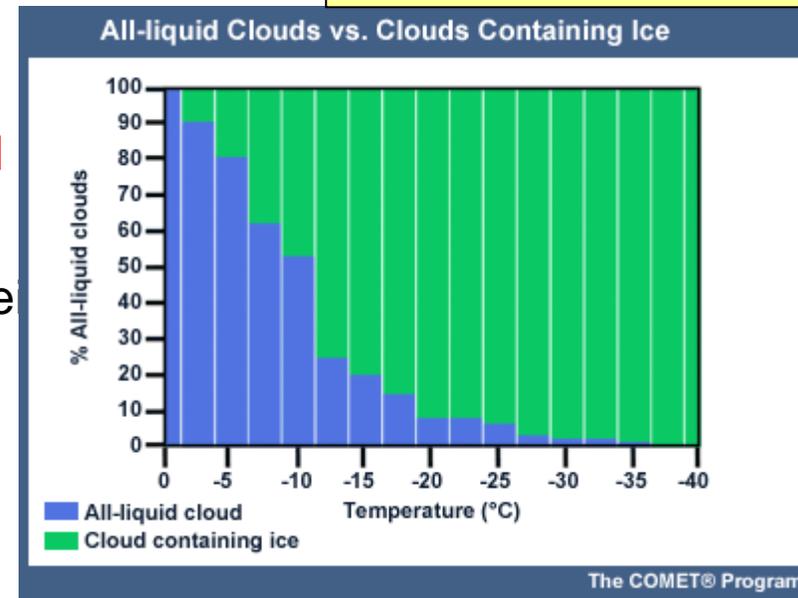
Zusammenfassung 11. Doppelstunde

- Welche Bedeutung hat **sub-visual cirrus** und wie kann man ihn gut identifizieren?
- Welchen Effekt hat die Phase von **Wolken unterhalb von 0°C**?
- Wovon hängt die **Marshall-Palmer Verteilung** für Regentropfen ab?
- Was unterscheidet die **Gamma-** von der **Marshall-Palmer Verteilung**?
- Ab wann findet **break-up** statt?
- Was ist der Unterschied zwischen **warmem und kaltem Regen**?
- Welche **mikrophysikalischen Prozesse** sind bei kaltem Regen relevant?
- Wie entsteht **Hagel**?

$$N(D) = N_0 e^{-\Lambda D}$$

$$\Lambda = 41 R^{-0.21}$$

$$N_0 = 0.08 \text{ cm}^{-4}$$



Zusammenfassung 12. Doppelstunde

- Wie wird Niederschlag **operationell** gemessen?
- Was sind **RHI** und **PPI scans**?
- Welche mikrophysikalischen Eigenschaften bestimmen die **Radarreflektivität**?
- Was bestimmt die **Entfernungsauflösung** eines Radars?
- Welche Probleme gibt es bei der Bestimmung des Niederschlags aus dem **Radarreflektivitätsfaktor Z**?
- Mit welcher Instrumenten kann man **Wolkenparameter messen**?
- Was bedeutet **Sensor-Synergie**?
- Welche Nachteile/Vorteile haben bodengebundene gegenüber satellitengebundenen Messungen?

